

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Dạng 1. Xác định phương trình mặt phẳng

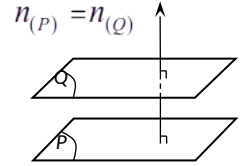
Dạng 1. Mặt

$$(P): \begin{cases} \square \text{ Qua } A(x_0; y_0; z_0) \\ \square \text{ VTPT: } n_{(P)} = (a; b; c) \end{cases} \Rightarrow (P): \boxed{a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0}.$$

Dạng 2. Viết phương trình (P) qua $A(x_0; y_0; z_0)$ và $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0$.

Phương pháp.

$$(P): \begin{cases} \square \text{ Qua } A(x_0; y_0; z_0) \\ \square \text{ VTPT: } n_{(P)} = n_{(Q)} = (a; b; c) \end{cases}$$

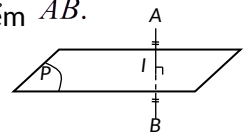


Dạng 3. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB.

Phương pháp.

$$(P): \begin{cases} \square \text{ Qua } I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right) \\ \square \text{ VTPT: } n_{(P)} = \overrightarrow{AB} \end{cases}$$

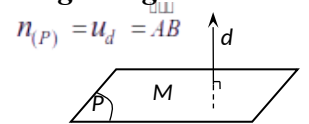
: là trung điểm AB.



Dạng 4. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với đường thẳng $d \equiv AB$.

Phương pháp.

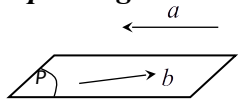
$$(P): \begin{cases} \square \text{ Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \square \text{ VTPT: } n_{(P)} = u_d = \overrightarrow{AB} \end{cases}$$



Dạng 5. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua điểm M và có cặp vectơ chỉ phương a, b.

Phương pháp.

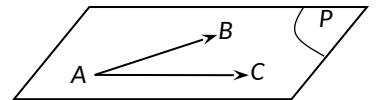
$$(P): \begin{cases} \square \text{ Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \square \text{ VTPT: } n_{(P)} = [a, b] \end{cases}$$



Dạng 6. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

Phương pháp.

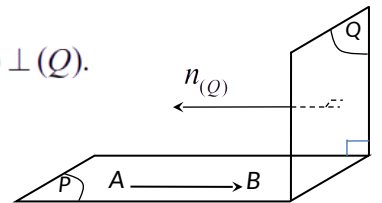
$$(P): \begin{cases} \square \text{ Qua } A, \text{ (hay B hay C)} \\ \square \text{ VTPT: } n_{(P)} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \end{cases}$$



Dạng 7. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và $(P) \perp (Q)$.

Phương pháp.

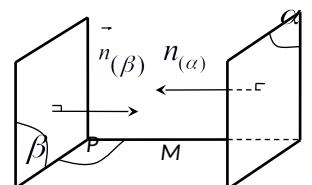
$$(P): \begin{cases} \square \text{ Qua } A, \text{ (hay B)} \\ \square \text{ VTPT: } n_{(P)} = [\overrightarrow{AB}, n_{(Q)}] \end{cases}$$



Dạng 8. Viết phương trình mp (P) qua M và vuông góc với hai mặt $(\alpha), (\beta)$.

Phương pháp.

$$(P): \begin{cases} \square \text{ Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \square \text{ VTPT: } n_{(P)} = [n_{(\alpha)}, n_{(\beta)}] \end{cases}$$



Dạng 9. Viết (P) đi qua M và giao tuyến d của hai mặt phẳng:

$$(Q): a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0 \quad \text{và} \quad (T): a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0.$$

Phương pháp: Khi đó mọi mặt phẳng chứa d đều có dạng:

$$(P): m(a_1x + b_1y + c_1z + d_1) + n(a_2x + b_2y + c_2z + d_2) = 0, \quad m^2 + n^2 \neq 0.$$

$\forall M \in (P) \Rightarrow$ mối liên hệ giữa m và n . Từ đó chọn $m \Rightarrow n$ sẽ tìm được (P) .

Dạng 10. Viết phương trình mặt phẳng đoạn chắn

Phương pháp: Nếu mặt phẳng (P) cắt ba trục tọa độ lần lượt tại các điểm $A(a;0;0)$,

$B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $(abc \neq 0)$ thì $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ gọi là mặt phẳng đoạn chắn.

Câu 1. (Chuyên Đại Học Vinh 2019) Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ đồng thời vuông góc với giá của vectơ $a = (1; -1; 2)$

Câu 2. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019) Cho ba điểm $A(2;1;-1)$, $B(-1;0;4)$, $C(0;-2;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC

Câu 3. (Sở Bắc Giang 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(2;0;1)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB

Câu 4. (Mã 101 2018) Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-1;2)$ và song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 2 = 0$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng qua điểm $A(-1;1;2)$ và song song với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z - 1 = 0$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;-3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 4z - 5 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với mặt phẳng (P)

Câu 7. (SGD Bắc Ninh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(0;-1;0)$, $B(2;0;0)$, $C(0;0;3)$

Câu 8. (Lômônôxốp - Hà Nội 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;2;0)$, $P(0;0;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (MNP)

Câu 9. (THPT Ngô Sĩ Liên Bắc Giang 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;0;7)$ và $C(0;3;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC)

Câu 10. (Mã 110 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB ?

Câu 11. (Mã 101 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0)$ và $B(5;1;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB

Câu 12. (Chuyên Sơn La 2019) Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(2;3;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + 2y - z = 0$

Câu 13. (THPT Yên Phong Số 1 Bắc Ninh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; -1; 2); B(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) .

Câu 14. (Chuyên Lam Sơn Thanh Hóa 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ và $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β)

Câu 15. (HSG Bắc Ninh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$ và hai điểm $A(1; -1; 2); B(2; 1; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P)

Câu 16. (Chuyên Lam Sơn 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ và $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng qua O , đồng thời vuông góc với cả (α) và (β)

Câu 17. (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 1)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$, $(Q): y = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) chứa A , vuông góc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q) .

Câu 18. (Đồng Tháp - 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm tam giác ABC .

Câu 19. (Sở Nam Định - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2(x + 2y + 3z) = 0$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm (khác gốc tọa độ O) của mặt cầu (S) và các trục Ox, Oy, Oz . Viết phương trình mặt phẳng (ABC)

Câu 20. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019) Cho điểm $M(1; 2; 5)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho M là trọng tâm tam giác ABC .

Câu 21. (Kiểm tra năng lực - ĐH - Quốc Tế - 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với a, b, c là ba số thực dương thay đổi, thỏa mãn điều kiện: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2017$. Khi đó, mặt phẳng (ABC) luôn đi qua có một điểm có tọa độ cố định là điểm nào?

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1; 2; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC

Câu 23. Cho điểm $M(1; 2; 5)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm tam giác ABC .

Câu 24. (Thi thử cụm Vũng Tàu - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; -2; -2)$, $B(3; 2; 0)$, $C(0; 2; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC)

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(1; 2; 3)$, $B(4; 5; 6)$, $C(1; 0; 2)$

Dạng 2. Khoảng cách từ điểm đến mặt, khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song

⊥ Khoảng cách từ điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ đến mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ được xác định

$$d(M; (P)) = \frac{|ax_M + by_M + cz_M + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

bởi công thức:

Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng đến mặt phẳng

⊥ Cho hai mặt phẳng song song $(P): ax + by + cz + d = 0$ và $(Q): ax + by + cz + d' = 0$ có cùng

$$d((Q), (P)) = \frac{|d - d'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

véc tơ pháp tuyến, khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó là

Viết phương trình $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0$ và cách $M(x_0; y_0; z_0)$ khoảng k .

Phương pháp:

$$\perp V_l \quad (P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0 \Rightarrow (P): ax + by + cz + d' = 0.$$

$$\perp \text{ Sử dụng công thức khoảng cách } d_{[M, (P)]} = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = k \Rightarrow d'.$$

Viết phương trình mặt phẳng $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0$ và (P) cách mặt phẳng (Q) một khoảng k cho trước.

Phương pháp:

$$\perp V_l \quad (P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0 \Rightarrow (P): ax + by + cz + d' = 0.$$

⊥ Chọn một điểm $M(x_0; y_0; z_0) \in (Q)$ và sử dụng công thức:

$$d_{[(Q), (P)]} = d_{[M, (P)]} = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = k \Rightarrow d'.$$

Viết phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với hai mặt phẳng (α) , (β) , đồng thời (P) cách điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ một khoảng bằng k cho trước.

Phương pháp:

$$\perp \text{ Tìm } n_{(\alpha)}, n_{(\beta)}. \text{ Từ đó suy ra } n_{(P)} = [n_{(\alpha)}, n_{(\beta)}] = (a; b; c).$$

⊥ Khi đó phương trình (P) có dạng $(P): ax + by + cz + d = 0$, (cần tìm d).

$$\sqcup \text{Ta có: } d_{[M(P)]} = k \Leftrightarrow \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = k \Rightarrow d.$$

- Câu 26.** (THPT Ba Đình 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P) .
- Câu 27.** (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 4 = 0$. Tính khoảng cách d từ điểm $M(1; 2; 1)$ đến mặt phẳng (P) .
- Câu 28.** (SGD Cần Thơ 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 5 = 0$. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) .
- Câu 29.** (Cần Thơ - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 5 = 0$ và điểm $A(-1; 3; -2)$. Tính khoảng cách từ A đến mặt (P) .
- Câu 30.** (Sở Kon Tum - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 4 = 0$. Tính khoảng cách từ điểm $M(3; 1; -2)$ đến mặt phẳng (P) .
- Câu 31.** Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 8 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z - 4 = 0$.
- Câu 32.** Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 16 = 0$ và $(Q): x + 2y - 2z - 1 = 0$.
- Câu 33.** (Chuyên Quang Trung- Bình Phước 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) với (Q) song song với (P) và khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $\frac{7}{3}$.
- Câu 34.** (SGD Hưng Yên 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình các mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\beta): x + y - z + 3 = 0$ và cách (β) một khoảng bằng $\sqrt{3}$.
- Câu 35.** (THPT Nguyễn Tất Thành - Yên Bái - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0), B(0; -2; 3), C(1; 1; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa A, B sao cho khoảng cách từ C tới (P) bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$.
- Câu 36.** (Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 1 = 0$, Viết phương trình mặt phẳng song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3.

Dạng 3. Góc của 2 mặt phẳng

1. Góc giữa hai vectơ

Cho hai vectơ $a = (a_1; a_2; a_3)$ và $b = (b_1; b_2; b_3)$. Khi đó góc giữa hai vectơ a và b là góc nhọn hoặc tù.

$$\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}} \quad \text{với } 0^\circ < \alpha < 180^\circ.$$

2. Góc giữa hai mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng $(P): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và $(Q): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$.

$$\cos((P), (Q)) = \cos \alpha = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{n}_Q|} = \frac{|A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}} \quad \text{với } 0^\circ < \alpha < 90^\circ.$$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, tính góc giữa hai mặt phẳng $(P): x - y + z - 3 = 0$ và $(Q): 2x + y - 2z - 3 = 0$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, tính góc giữa hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 1 = 0$ và $(Q): x + y - z = 0$.

Câu 39. Tính góc giữa hai mặt phẳng (P_1) và (P_2) , biết (P_1) và (P_2) có hai vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1 = (\sqrt{3}; 0; -1)$, $\vec{n}_2 = (1; 0; -\sqrt{3})$.

Câu 40. (Chuyên Nguyễn Du-ĐăkLăk 2019) Trong không gian $Oxyz$, biết hình chiếu của O lên mặt phẳng (P) là $H(2; -1; -2)$. Tìm số đo góc giữa mặt phẳng (P) với mặt phẳng $(Q): x - y - 5 = 0$.

Câu 41. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2; 1; 2)$. Điểm H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P) , tìm số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(Q): x + y - 11 = 0$.

Câu 42. (Chuyên Trần Phú Hải Phòng -2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 0; 1)$, $B(6; -2; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và tạo với mặt phẳng (Oyz) một

góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{2}{7}$

Dạng 4. Vị trí tương đối hai mặt

Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng (P) và (Q)

Cho hai mặt phẳng $(P): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và $(Q): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$.

$$\square (P) \text{ cắt } (Q) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}.$$

$$\square (P) \parallel (Q) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}.$$

$$\square (P) \equiv (Q) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}.$$

$$\square (P) \perp (Q) \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0.$$

Câu 43. (Chuyên Hùng Vương Gia Lai 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ trong đó $b, c \neq 0$ và mặt phẳng $(P): y - z + 1 = 0$. Tìm mối liên hệ giữa b, c để mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P)

Câu 44. Cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 3 = 0$ và $(Q): x - 4y + (m - 1)z + 1 = 0$ với m là tham số. Tìm giá trị của tham số m để mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Q) .

Câu 45. Cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - y + nz - 3 = 0$ và $(\beta): 2x + my + 2z + 6 = 0$. Với giá trị nào của m, n thì (α) song song với (β) ?

Câu 46. (SGD Bến Tre 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z - 1 = 0$ và $(\beta): 2x + 4y - mz - 2 = 0$. Tìm m để hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau.

Câu 47. Tìm các cặp mặt phẳng song song hoặc vuông góc trong các mặt phẳng sau:

$$(P): 2x + 3y - 2z + 7 = 0,$$

$$(Q): 3x - 2y - 11 = 0,$$

$$(R): 4x + 6y - 4z - 9 = 0,$$

$$(T): 7x + y - z + 1 = 0.$$

Câu 48. Tìm các cặp mặt phẳng song song hoặc vuông góc trong các mặt phẳng sau:

$$(P): x + y - z + 3 = 0, (Q): 2x + 2y - 2z + 99 = 0, (R): 3x + 3y + 6z + 7 = 0.$$

Câu 49. Cho hai mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 12 = 0, (Q): 4x + 2y + 4z - 6 = 0$.

a) Chứng minh $(P) \parallel (Q)$.

b) Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) .

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 8 = 0$ và $(Q): 2x + 2y - z + 2 = 0$

a) Chứng minh rằng $(P) \parallel (Q)$.

b) Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) .

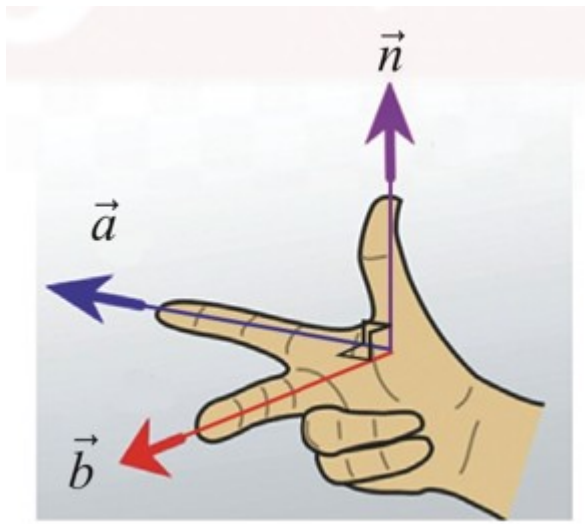
Câu 51. Cho hai mặt phẳng $(P_1): x + 2y - 3z + 5 = 0$ và $(P_2): -4x - 8y + 12z + 3 = 0$.

a) Chứng minh rằng $(P_1) \parallel (P_2)$.

b) Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P_1), (P_2)$.

Dạng 5. Ứng dụng

Câu 52. Cho biết hai vector $a = (2; 1; 1), b = (1; -2; 0)$ có giá lần lượt song song với ngón trỏ và ngón giữa của bàn tay trong Hình. Tìm vector n có giá song song với ngón cái. (Xem như ba ngón tay nói trên tạo thành ba đường thẳng đôi một vuông góc.)



Câu 53. Một công trường xây dựng nhà cao tầng đã thiết lập hệ toạ độ $Oxyz$. Hãy kiểm tra tính song song hoặc vuông góc giữa các mặt kính $(P), (Q), (R)$ (Hình) của một toà nhà, biết:

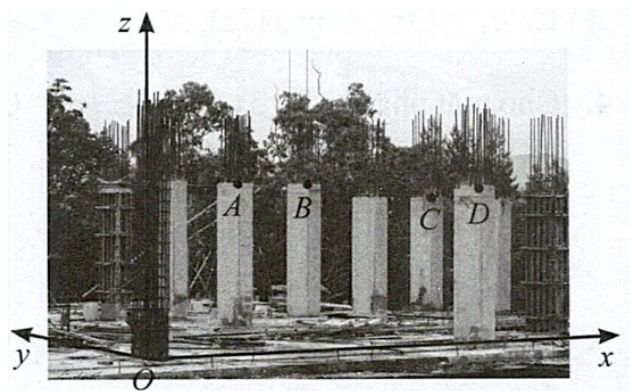
$$(P): 3x + y - z + 2 = 0,$$

$$(Q): 6x + 2y - 2z + 11 = 0,$$

$$(R): x - 3y + 1 = 0.$$

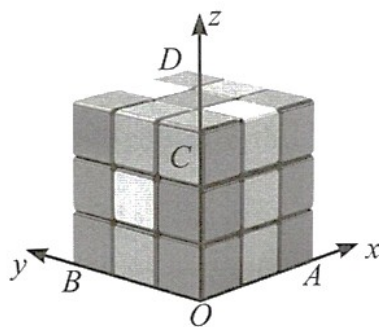


Câu 54. Hình minh hoạ một khu nhà đang xây dựng được gắn hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét). Mỗi cột bê tông có dạng hình lăng trụ tứ giác đều và tâm của mặt đáy trên lần lượt là các điểm $A(2; 1; 3), B(4; 3; 3), C(6; 3; 2, 5), D(4; 0; 2, 8)$



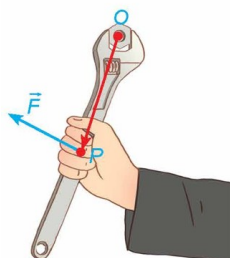
- Lập phương trình mặt phẳng (ABC) .
- Bốn điểm A, B, C, D có đồng phẳng hay không?

Câu 55. Một khối rubic được thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ với $O(0;0;0), A(3;0;0), B(0;3;0), C(0;0;2), D(3;3;3)$.



- a) Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .
- b) Bốn điểm A, B, C, D có đồng phẳng không?

Câu 56. Moment lực là một đại lượng Vật lí, thể hiện tác động gây ra sự quay quanh một điểm hoặc một trục của một vật thể. Trong không gian $Oxyz$, với đơn vị đo là mét, nếu tác động vào cán mở lết tại vị trí P một lực F để vận con ốc ở vị trí O thì moment lực M được tính bởi công thức $M = [\vec{OP}, \vec{F}]$.

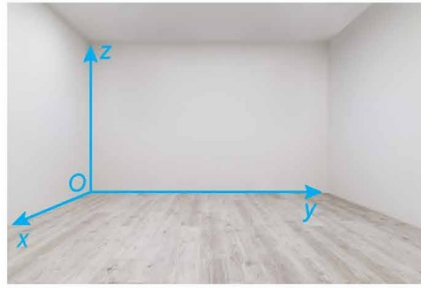


- a) Cho $\vec{OP} = (x; y; z), \vec{F} = (a; b; c)$. Tính M .
- b) Giải thích vì sao, nếu giữ nguyên lực tác động F trong khi thay vị trí đặt lực từ P sang P' sao cho $\vec{OP'} = 2\vec{OP}$ thì moment lực sẽ tăng lên gấp đôi. Từ đó, ta có thể rút ra điều gì để đỡ tốn sức khi dùng mỏ lết vận ốc?

Câu 57. Một vật thể chuyển động trong không gian $Oxyz$. Tại mỗi thời điểm t , vật thể ở vị trí $M(\cos t - \sin t; \cos t + \sin t; \cos t)$.

- a) Xác định tọa độ của vị trí M_1, M_2, M_3 của vật tương ứng với các thời điểm $t=0, t=\frac{\pi}{2}, t=\pi$.
- b) Chứng minh rằng M_1, M_2, M_3 không thẳng hàng và viết phương trình mặt phẳng $(M_1M_2M_3)$.
- c) Vị trí $M(\cos t - \sin t; \cos t + \sin t; \cos t)$ có luôn thuộc mặt phẳng $(M_1M_2M_3)$ hay không?

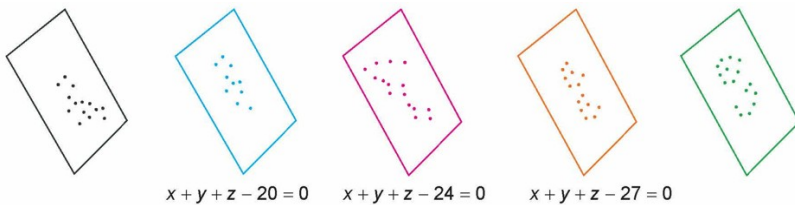
Câu 58. Trong không gian $Oxyz$, sàn của một căn phòng có dạng hình tứ giác với bốn đỉnh $O(0;0;0), A(2;0;0), B(2;3;0), C(0;2\sqrt{2};0)$. Bốn bức tường của căn phòng đều vuông góc với sàn.



- a) Viết phương trình bốn mặt phẳng tương ứng chứa bốn bức tường đó.
- b) Trong bốn mặt phẳng tương ứng chứa bốn bức tường đó, hãy chỉ ra những cặp mặt phẳng vuông góc với nhau.

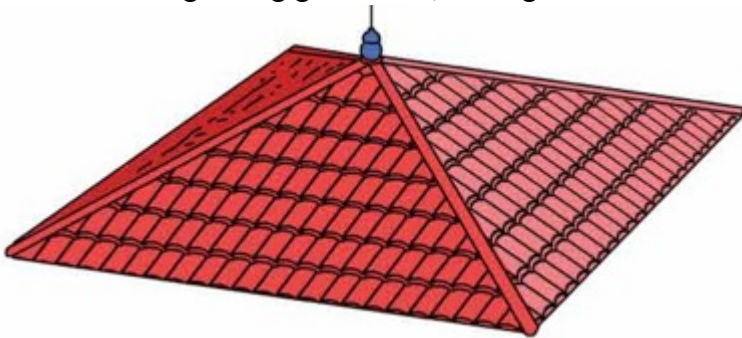
Câu 59. Trong một kì thi tuyển sinh có ba môn thi Toán, Văn, Tiếng Anh. Trong không gian $Oxyz$, người ta biểu diễn kết quả thi của mỗi thí sinh bởi điểm có hoành độ, tung độ, cao độ tương ứng là điểm Toán, Văn, Tiếng Anh của thí sinh đó.

- a) Chứng minh rằng các điểm biểu diễn tương ứng với các thí sinh có tổng số điểm ba môn thi bằng 27 (nếu có) cùng thuộc mặt phẳng có phương trình $x + y + z - 27 = 0$.
- b) Chứng minh rằng tồn tại một số mặt phẳng đôi một song song với nhau sao cho hai điểm biểu diễn ứng với hai thí sinh có tổng số điểm thi bằng nhau thì cùng thuộc một mặt phẳng trong số các mặt phẳng đó.



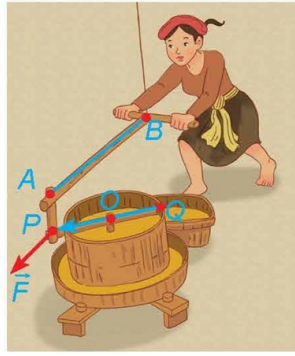
Câu 60. Bác An dự định làm bốn mái của ngôi nhà sao cho chúng là bốn mặt bên của một hình chóp đều và các mái nhà kề nhau thì vuông góc với nhau. Hỏi ý tưởng trên có thực hiện được không?

Câu 61. Trong không gian $Oxyz$, một ngôi nhà có sàn nhà



thuộc mặt phẳng Oxy , trần nhà tầng 1 thuộc mặt phẳng $z - 1 = 0$, mái nhà tầng 2 thuộc mặt phẳng $x + y + 50z - 100 = 0$. Hỏi trong ba mặt phẳng tương ứng chứa sàn nhà, trần tầng 1, mái tầng 2, hai mặt phẳng nào song song với nhau?

Câu 62. Xét một cối xay lúa trong không gian $Oxyz$, với đơn vị đo là mét. Nếu tác động vào tai cối xay lúa (ở vị trí P) một lực F thì moment lực M được tính bởi công thức $M = [\overrightarrow{OP}, F]$



Trong quá trình xay, các thanh gỗ AB và PQ luôn có phương nằm ngang. Vector lực F có giá song song với AB . Giải thích vì sao giá của vector moment lực M có phương thẳng đứng?

Câu 63. Trên một cánh đồng điện mặt trời, người ta đã thiết lập sẵn một hệ tọa độ $Oxyz$. Hai tấm pin năng lượng lần lượt nằm trong hai mặt phẳng $(P): 2x + 2z + 1 = 0$ và $(P'): x + z + 7 = 0$.



a) Tính góc giữa (P) và (P') .

b) Tính góc hợp bởi (P) và (P') với mặt đất (Q) có phương trình $z = 0$.