

Chủ đề 6 - Khối tròn xoay - Mức độ vận dụng cao - File word có lời giải.docx

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Cho mặt cầu (S) có bán kính không đổi là R . Một hình chóp lục giác đều $S.ABCDEF$ nội tiếp mặt cầu (S) . Tìm giá trị lớn nhất $V_{\max}$ của thể tích khối chóp $S.ABCDEF$.

A. $V_{\max} = \frac{3\sqrt{3}R^3}{8}$

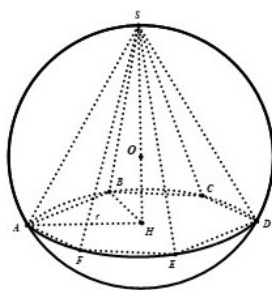
B. $V_{\max} = \frac{8\sqrt{3}R^3}{9}$

*C. $V_{\max} = \frac{16\sqrt{3}R^3}{27}$

D. $V_{\max} = \frac{8\sqrt{3}R^3}{27}$

Lời giải

Ta có $V_{S.ABCDEF} = \frac{1}{3}d(S; (ABCDEF)).S_{ABCDEF}$ và mặt cầu có tính đối xứng nên để tìm $V_{\max}$ ta xét hình chóp $S.ABCDEF$ như hình vẽ sau:



Đáy $ABCDEF$ nội tiếp trong đường tròn tâm H bán kính r và tam giác HAB đều cạnh $r = \sqrt{R^2 - x^2}$. Đặt $OH = x$ ($0 \leq x < R$)

Ta có: $S_{ABCDEF} = 6S_{HAB} = 6 \cdot \frac{r^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}(R^2 - x^2)}{2}$

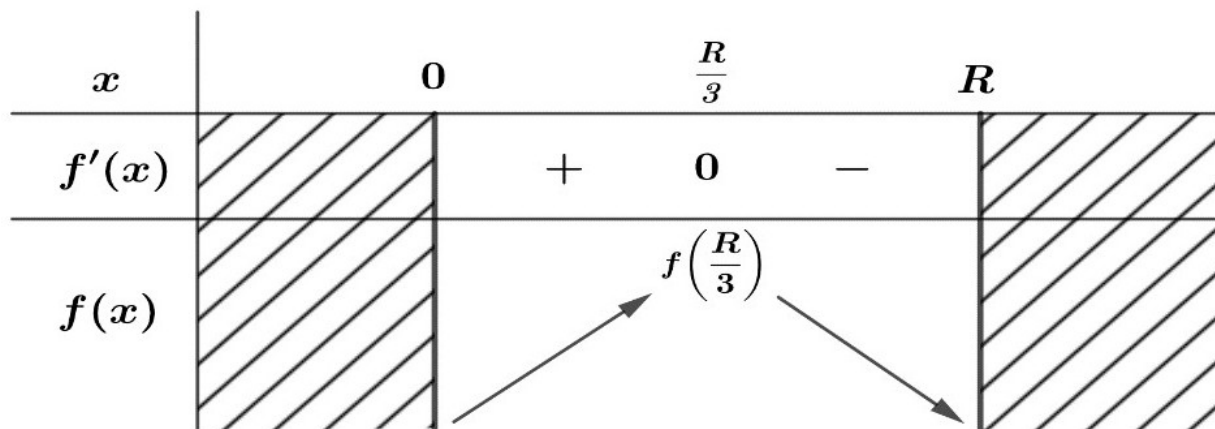
Khi đó :

$$V_{S.ABCDEF} = \frac{1}{3}d(S; (ABCDEF)).S_{ABCDEF} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (R+x)(R^2 - x^2) = \frac{\sqrt{3}}{2}(-x^3 - Rx^2 + R^2x + R^3)$$

Xét hàm số $f(x) = -x^3 - Rx^2 + R^2x + R^3$ với $x \in [0; R]$.

$$f'(x) = -3x^2 - 2Rx + R^2; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{R}{3} \\ x = -R(l) \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:



Vậy $V_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{2} f\left(\frac{R}{3}\right) = \frac{16\sqrt{3}R^3}{27}.$

Câu 2. Cho hình nón có chiều cao bằng 3 . Một mặt phẳng (α) đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều, góc giữa trục của hình nón và mặt phẳng (α) là 45° . Thể tích của hình nón đã cho bằng

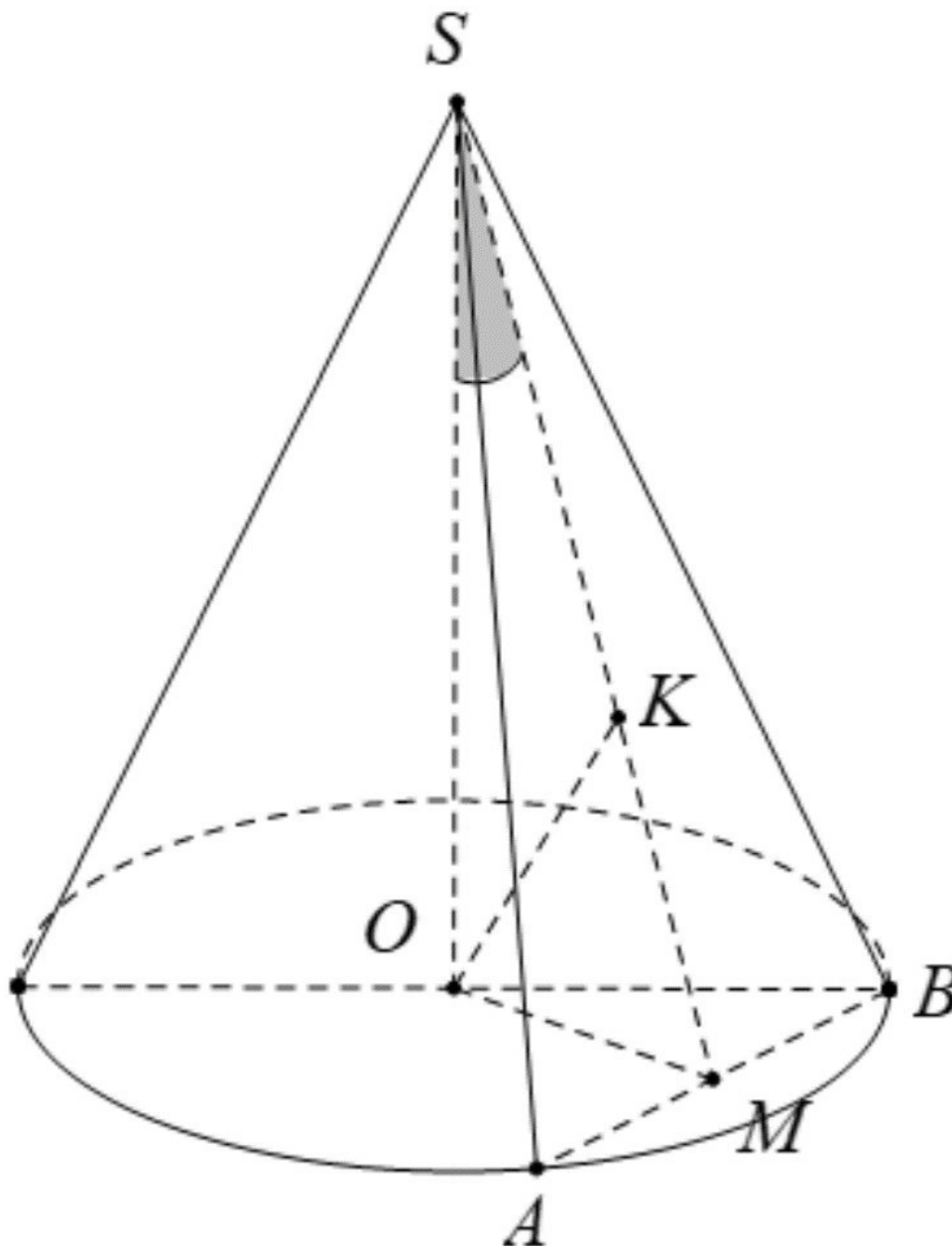
A. $5\sqrt{24}\pi$.

*B. 15π .

C. 45π .

D. $15\sqrt{25}\pi$.

Lời giải



Giả sử mặt phẳng (α) cắt hình nón theo thiết diện là tam giác SAB . Theo giả thiết thì tam giác SAB đều. Gọi O là tâm của đường tròn đáy; h, r lần lượt là đường cao và bán kính của hình nón.

Gọi M là trung điểm của AB , tam giác OAB cân đỉnh O nên $OM \perp AB$ và $SO \perp AB$ suy ra $AB \perp (SOM)$

Dựng $OK \perp SM$ ($K \in SM$).

Theo trên ta có $AB \perp (SOM) \Rightarrow AB \perp OK \Rightarrow OK \perp (SAB)$

Vậy góc tạo bởi giữa trục SO và mặt phẳng (SAB) là $\angle OSK = 45^\circ$.

$$\cos \angle OSK = \frac{SO}{SK} \Rightarrow SK = \frac{SO}{\cos \angle OSK} = \frac{3}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 3\sqrt{2}, OM = SO \tan \angle OSK = 3$$

Xét tam giác vuông SOM có

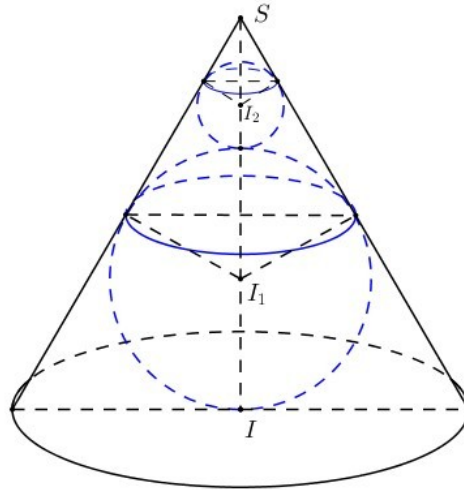
$$SM = \frac{AB\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = \frac{2SM}{\sqrt{3}} = \frac{2.3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{6} \Rightarrow AM = \sqrt{6}$$

Do tam giác SAB đều nên

Xét tam giác vuông OAM có $r = OA = \sqrt{OM^2 + AM^2} = \sqrt{15}$. Suy ra thể tích của hình nón đã

cho là:
$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 15 \cdot 3 = 15\pi$$

Câu 3. Người ta chế tạo một món đồ chơi cho trẻ em theo các công đoạn như sau: Trước tiên chế tạo ra hình nón tròn xoay có góc ở đỉnh là $2\alpha = 60^\circ$ bằng thủy tinh trong suốt. Sau đó đặt hai quả cầu nhỏ bằng thủy tinh có bán kính lớn, nhỏ khác nhau sao cho hai mặt cầu tiếp xúc với nhau và đều tiếp xúc với mặt nón, quả cầu lớn tiếp xúc với mặt đáy của hình nón, như hình vẽ bên dưới.



Biết rằng chiều cao của hình nón bằng 9 cm . Bỏ qua bề dày các lớp vỏ thủy tinh, tổng thể tích của hai khối cầu bằng

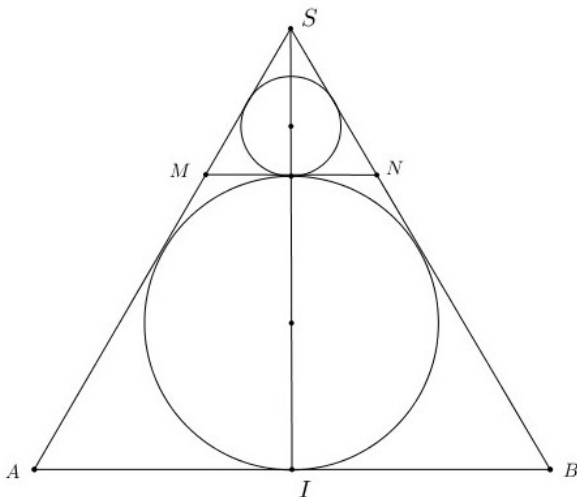
A. $\frac{100\pi}{3}$

*B. $\frac{112\pi}{3}$

C. $\frac{40\pi}{3}$

D. $\frac{38\pi}{3}$

Lời giải



Gọi h là chiều cao khối nón với $h = 9$.

Gọi AB là một đường kính của mặt đáy khối nón, S là đỉnh của khối nón và M, N lần lượt là giao điểm của tiếp tuyến chung của hai mặt cầu với SA, SB như hình vẽ.

Ta có tam giác $\triangle SAB$ đều nên bán kính của đường tròn nội tiếp $\triangle SAB$ bằng $r_1 = \frac{h}{3} = 3$.

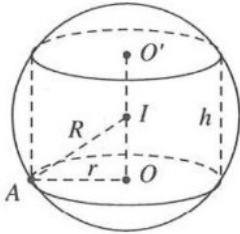
Tương tự, tam giác $\triangle SMN$ đều nên bán kính của đường tròn nội tiếp $\triangle OMN$ bằng $r_2 = \frac{r_1}{3} = 1$.

Vậy tổng thể tích của hai khối cầu cần tìm là $V = \frac{4}{3}\pi(r_1^3 + r_2^3) = \frac{4}{3}\pi(3^3 + 1^3) = \frac{112\pi}{3}$.

Câu 4. Tính thể tích lớn nhất của hình trụ nội tiếp trong mặt cầu có bán kính 1 (hình trụ nội tiếp trong mặt cầu là hình trụ có hai đường tròn đáy thuộc mặt cầu).

- A. $\frac{\sqrt{3}}{9}\pi$. *B. $\frac{4\sqrt{3}}{9}\pi$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{9}\pi$. D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$.

Lời giải



- Gọi I , O , O' lần lượt là tâm mặt cầu, tâm đường tròn đáy trên và đáy dưới của hình trụ.
- Gọi h , R , r lần lượt là chiều cao hình trụ, bán kính mặt cầu và bán kính đường tròn đáy của hình trụ. Suy ra $h = OO' \Leftrightarrow OI = \frac{h}{2}$; $R = 1$.

- Khi đó $R^2 = \left(\frac{h}{2}\right)^2 + r^2 \Leftrightarrow r^2 = 1 - \frac{h^2}{4}$.

- Vậy thể tích của hình trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot \left(1 - \frac{h^2}{4}\right) \cdot h = \left(h - \frac{h^3}{4}\right)\pi$.

- Xét hàm số $f(h) = \left(h - \frac{h^3}{4}\right)\pi$ với $h > 0$.

Khi đó: $f'(h) = \left(1 - \frac{3h^2}{4}\right)\pi$. Suy ra $f'(h) = 0 \Leftrightarrow \left(1 - \frac{3h^2}{4}\right)\pi = 0 \Leftrightarrow h^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow h = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Bảng biến thiên

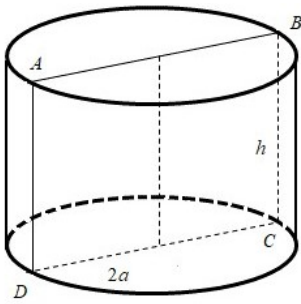
h	0	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$+\infty$
$f'(h)$		+	-
$f(h)$		$\frac{4\sqrt{3}}{9}$	-

Vậy thể tích lớn nhất của hình trụ là $V = \left(h - \frac{h^3}{4}\right)\pi = \frac{4\sqrt{3}}{9}\pi$ (đvtt) khi $h = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 5. Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình chữ nhật có chu vi bằng 12cm. Thể tích lớn nhất mà hình trụ có thể nhận được là

- A. $16\pi (\text{cm}^3)$. B. $64\pi (\text{cm}^3)$. C. $32\pi (\text{cm}^3)$. *D. $8\pi (\text{cm}^3)$.

Lời giải



Giả sử hình trụ có bán kính đáy là a và chiều cao h ($a, h > 0$).

Thiết diện qua trục là hình chữ nhật $ABCD$ (như hình vẽ).

Theo giả thiết ta có: $2(2a + h) = 12 \Leftrightarrow h = 6 - 2a \Rightarrow 0 < a < 3$ (vì $h > 0$).

Thể tích khối trụ là: $V = \pi a^2 h = \pi a^2 (6 - 2a) = 2\pi a^2 (3 - a)$

Xét hàm số: $f(a) = a^2 (3 - a) \Leftrightarrow f(a) = -a^3 + 3a^2, a \in (0; 3)$

Có $f'(a) = -3a^2 + 6a$; $f'(a) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 2 \end{cases}$

Bảng biến thiên

a	0	2	3	
$f'(a)$		+	0	-
$f(a)$			4	
	0			0

Suy ra $\max_{(0;3)} f(a) = f(2) = 4$

Vậy, $V_{\max} = 2\pi \cdot 4 = 8\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho biết $\angle ASB = 120^\circ$?

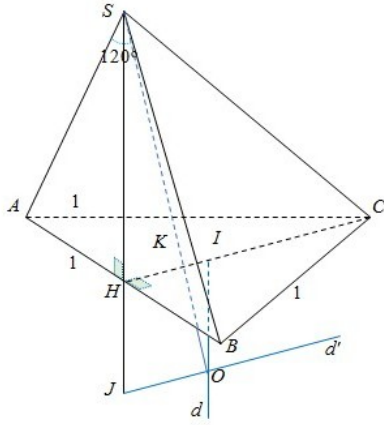
A. $\frac{13\sqrt{78}\pi}{27}$

*B. $\frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$

C. $\frac{5\pi}{3}$

D. $\frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$

Lời giải



• Gọi H là trung điểm của AB : $SH \perp AB$ (vì $\triangle SAB$ cân tại S) $\Rightarrow SH \perp (ABC)$

$SH \perp CH$ và $CH \perp AB$ (vì $\triangle ABC$ đều) $\Rightarrow CH \perp (SAB)$

• Gọi I và J lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ và $\triangle SAB$.

Qua I và J lần lượt kẻ đường thẳng d song song với SH và d' song song với CH

$\Rightarrow d$ là trục của $\triangle ABC$ và d' là trục của $\triangle SAB \Rightarrow$ Giao điểm của d và d' là tâm O và OS là bán kính của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

• Áp dụng định lý sin trong $\triangle SAB$: $\frac{AB}{\sin 120^\circ} = 2R_{\triangle SAB} = 2JS \Rightarrow JS = \frac{1}{2 \sin 120^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Xét $\triangle ABC$ đều: $CH = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $IH = \frac{1}{3}CH = \frac{\sqrt{3}}{6}$

Xét $\triangle OJS$ vuông tại J : $OS = \sqrt{OJ^2 + JS^2} = \sqrt{IH^2 + JS^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{15}}{6}$

$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot OS^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{\sqrt{15}}{6}\right)^3 = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$$

Câu 7. Cho hình trụ (T) có bán kính đáy và chiều cao đều bằng R , hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') . Gọi AA' và BB' là hai đường sinh bất kì của (T) và M là một điểm di động trên đường tròn (O) . Thể tích lớn nhất của khối chóp $M.AA'B'B$ bằng bao nhiêu?

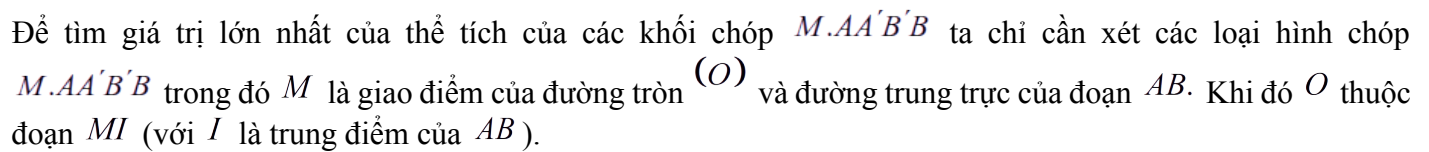
A. $\frac{3R^3\sqrt{3}}{4}$

B. $\frac{R^3\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{R^3\sqrt{3}}{3}$

*D. $\frac{R^3\sqrt{3}}{2}$

Lời giải



Khi đó $MI = R + x$ và $\begin{cases} MI \perp AB \\ MI \perp AA' \end{cases} \Rightarrow MI \perp (AA'B'B).$

Suy ra thể tích của khối chóp $M.AA'B'B$ là

$$\Rightarrow V_{M.A.A'B'B}^2 = \frac{4}{9} R^2 (R+x)^2 (R^2 - x^2).$$

$$(R+x)^2(R^2-x^2)=\frac{1}{3}(R+x)(R+x)(R+x)(3R-3x)$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} R+x=3R-3x \\ x \in (0; R) \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{R}{2}.$

Vậy

Câu 8. Một nhà máy sản xuất các hộp hình trụ kín cả hai đầu có thể tích V cho trước. Mỗi quan hệ giữa bán kính đáy R và chiều cao h của hình trụ để diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất là

A. $h=R$.

B. $h=3R$.

*C. $h=2R$.

D. $R=2h$.

Lời giải

Đặt $R=x$, điều kiện $x>0$.

$$V=\pi x^2 h \Rightarrow h=\frac{V}{\pi x^2} \Rightarrow \frac{h}{R}=\frac{V}{\pi x^3}$$

$$S_{TP}=2\pi R(h+R)=2\pi x\left(\frac{V}{\pi x^2}+x\right)=\frac{2V}{x}+2\pi x^2$$

Xét hàm số: $f(x)=\frac{2V}{x}+2\pi x^2$ với $x>0$.

Ta có: $f'(x)=-\frac{2V}{x^2}+4\pi x=\frac{4\pi x^3-2V}{x^2}$

Khi đó: $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$

Ta có BBT:

x	0	$\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$f\left(\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}\right)$	$+\infty$

Từ BBT trên ta thấy S_{TP} nhỏ nhất khi $x=\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$

$$\frac{h}{R}=\frac{V}{\pi \frac{V}{2\pi}}=2 \Leftrightarrow h=2R$$

Khi đó:

Câu 9. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, biết góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 45° , diện tích tam giác $A'BC$ bằng $a^2\sqrt{6}$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

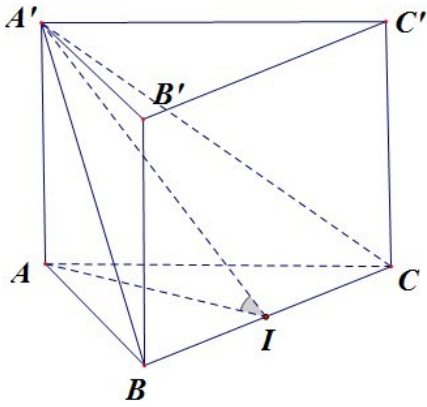
A. $2\pi a^2$.

B. $\frac{8\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

*C. $4\pi a^2$.

D. $\frac{4\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow AI \perp BC, A'I \perp BC$.

$$\begin{cases} (A'BC) \cap (ABC) = BC \\ A'I \subset (A'BC), A'I \perp BC \Rightarrow ((A'BC), (ABC)) = (A'I, AI) = \angle A'IA = 45^\circ. \\ AI \subset (ABC), AI \perp BC \end{cases}$$

Ta có

Do $A'A \perp (ABC)$ tại A , suy ra tam giác $A'BC$ có hình chiếu vuông góc lên mặt đáy (ABC) là tam giác ABC .

Áp dụng công thức tính diện tích hình chiếu của một đa giác, ta được

$$S_{ABC} = S_{A'BC} \cdot \cos((A'BC), (ABC)) = a^2 \sqrt{6} \cdot \cos 45^\circ = a^2 \sqrt{3}.$$

$$\text{Tam giác } ABC \text{ đều} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = a^2 \sqrt{3} \Leftrightarrow AB^2 = 4a^2 \Leftrightarrow AB = 2a.$$

Suy ra bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

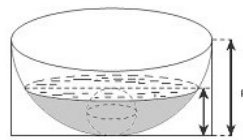
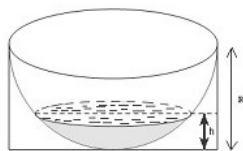
$$r = \frac{2}{3} AI = \frac{2}{3} \left(\frac{AB \sqrt{3}}{2} \right) = \frac{2}{3} \left(\frac{2a \sqrt{3}}{2} \right) = \frac{2a \sqrt{3}}{3}.$$

Xét tam giác vuông cân $A'IA \Rightarrow A'A = AI = a\sqrt{3}$.

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

$$S_{xq} = 2\pi r l = 2\pi \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} \cdot a\sqrt{3} = 4\pi a^2.$$

Câu 10. Một chậu nước hình bán cầu bằng nhôm có bán kính $R = 10 \text{ dm}$. Trong chậu có chứa sẵn một khối nước hình chỏm cầu có chiều cao $h = 4 \text{ dm}$. Người ta bỏ vào chậu một viên bi hình cầu bằng kim loại thì mặt nước dâng lên vừa phủ kín viên bi. Bán kính viên bi gần với số nào sau đây nhất?



*A. $2,09 \text{ dm}$.

B. $9,63 \text{ dm}$.

C. $3,07 \text{ dm}$.

D. $4,53 \text{ dm}$.

Lời giải

Gọi $x \text{ (dm)}$ là bán kính của viên bi, $(0 < x < 5)$.

$$\Rightarrow \text{Thể tích viên bi là } V_1 = \frac{4}{3} \pi x^3 \text{ (dm}^3\text{)}$$

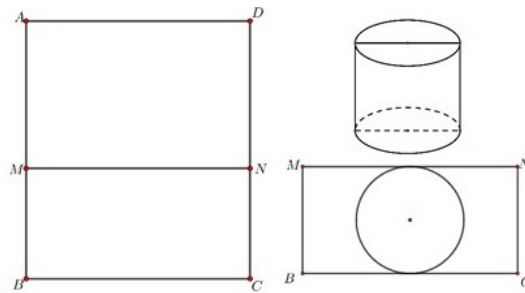
$\Rightarrow$ Thể tích viên bi là

Thể tích nước ban đầu: $V_0 = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right) = \frac{416}{3} \pi (dm^3).$

Thể tích sau khi thả viên bi: $V_2 = \pi (2x)^2 \left(10 - \frac{2x}{3} \right) = \frac{4\pi x^2 (30 - 2x)}{3} (dm^3).$

Ta có: $V_0 = V_2 - V_1 \Leftrightarrow 3x^3 - 30x^2 + 104 = 0 \Rightarrow x \simeq 2,09 dm.$

Câu 11. Sử dụng mảnh inox hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng $1m^2$ và cạnh $BC = x(m)$ để làm một thùng đựng nước có đáy, không có nắp theo quy trình như sau: Chia hình chữ nhật $ABCD$ thành 2 hình chữ nhật $ADNM$ và $BCNM$, trong đó phần hình chữ nhật $ADNM$ được gò thành phần xung quanh hình trụ có chiều cao bằng AM ; phần hình chữ nhật $BCNM$ được cắt ra một hình tròn để làm đáy của hình trụ trên (phần inox thừa được bỏ đi) Tính gần đúng giá trị x để thùng nước trên có thể tích lớn nhất (coi như các mép nối không đáng kể).



A. $0,97m$.

B. $1,37m$.

C. $1,12m$.

*D. $1,02m$.

Lời giải

Ta có $AB \cdot BC = 1 \Rightarrow AB = \frac{1}{BC} = \frac{1}{x} (m)$

Gọi $r(m)$ là bán kính đáy hình trụ inox gò được, ta có chu vi hình tròn đáy bằng $BC = x(m)$. Do đó $2\pi r = x \Leftrightarrow r = \frac{x}{2\pi} (m)$

Như vậy $BM = 2r = \frac{x}{\pi} \Rightarrow AM = AB - BM = \frac{1}{x} - \frac{x}{\pi} (m)$

Thể tích khối trụ inox gò được là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot \left(\frac{x}{2\pi} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{x} - \frac{x}{\pi} \right) = \frac{1}{4\pi^2} x (\pi - x^2)$

Xét hàm số $f(x) = x(\pi - x^2)$ với $x > 0$.

$f'(x) = \pi - 3x^2$; $f'(x) = 0 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{\pi}{3}}$;

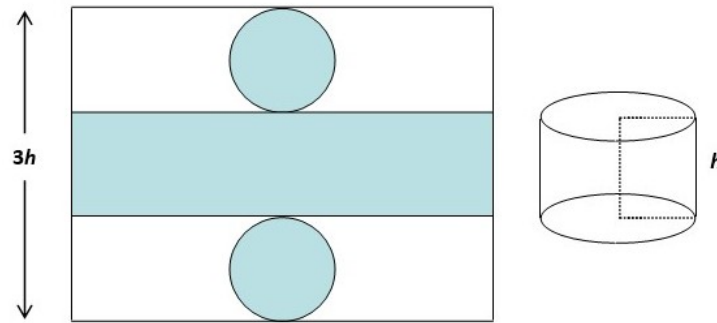
$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \left(0; \sqrt{\frac{\pi}{3}} \right)$ và $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \left(\sqrt{\frac{\pi}{3}}; +\infty \right)$

Bởi vậy $f(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \sqrt{\frac{\pi}{3}} \right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(\sqrt{\frac{\pi}{3}}; +\infty \right)$.

Suy ra $\max_{(0; +\infty)} f(x) = f\left(\sqrt{\frac{\pi}{3}} \right) = \frac{2\pi\sqrt{3\pi}}{9} \Rightarrow V_{\max} \Leftrightarrow f(x)_{\max} \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{\pi}{3}} \approx 1,02(m)$

Câu 12. Từ một tấm thép phẳng hình chữ nhật, người ta muốn làm một chiếc thùng đựng dầu hình trụ bằng cách cắt ra hai hình tròn bằng nhau và một hình chữ nhật (phần tô đậm) sau đó hàn kín lại, như trong hình vẽ

dưới đây. Hai hình tròn làm hai mặt đáy, hình chữ nhật làm thành mặt xung quanh của thùng đựng dầu (vừa đủ). Biết rằng đường tròn đáy ngoại tiếp một tam giác có kích thước là $50cm, 70cm, 80cm$ (các mối ghép nối khi gò hàn chiếm diện tích không đáng kể. Lấy $\pi = 3,14$). Diện tích của tấm thép hình chữ nhật ban đầu gần nhất với số liệu nào sau đây?



A. $6,8 (m^2)$

B. $24,6 (m^2)$

*C. $6,15 (m^2)$

D. $3,08 (m^2)$

Lời giải

Đổi: $50cm = 0,5m; 70cm = 0,7m; 80cm = 0,8m$

Xét tam giác nội tiếp đường tròn đáy có kích thước lần lượt là $0,5m; 0,7m; 0,8m$ nên bán kính đường tròn đáy của thùng đựng dầu là

$$R = \frac{0,5 \cdot 0,7 \cdot 0,8}{4\sqrt{1 - 0,5^2} \sqrt{1 - 0,7^2} \sqrt{1 - 0,8^2}} = \frac{7\sqrt{3}}{30}$$

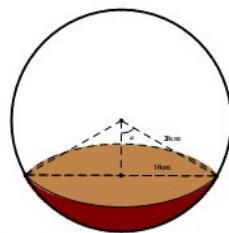
Ta có $h = 2R$

Diện tích hình chữ nhật ban đầu gấp 3 lần diện tích xung quanh của hình trụ.

$$S = 3 \cdot 2\pi R h = 6 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot R^2 = 6 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot \left(\frac{7\sqrt{3}}{30}\right)^2 = \frac{7693}{1250} = 6,1544 (m^2)$$

Vậy

Câu 13. Ông An cần làm một đồ trang trí như hình vẽ. Phần dưới là một phần của khối cầu bán kính $20 cm$ làm bằng gỗ đặc, bán kính của đường tròn phần chỏm cầu bằng $10 cm$. Phần phía trên làm bằng lớp vỏ kính trong suốt. Biết giá tiền của $1 m^2$ kính như trên là 1.500.000 đồng, giá trị của $1 m^3$ gỗ là 100.000.000 đồng. Hỏi số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) mà ông An mua vật liệu để làm đồ trang trí là bao nhiêu.



A. 1.000.000

B. 1.100.000

C. 1.010.000

*D. 1.005.000

Lời giải

Bán kính mặt cầu là $R = 20 cm$; bán kính đường tròn phần chỏm cầu là $r = 10 cm$.

$$\sin \alpha = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

Theo hình vẽ ta có

$$S = \frac{360 - 2 \cdot 30}{360} \cdot 4\pi \cdot 20^2 = \frac{4000\pi}{3} (cm^2)$$

Diện tích phần làm kính là:

Xét hình nón đỉnh là tâm mặt cầu, hình tròn đáy có bán kính bằng $r = 10 cm; l = R = 20 cm \Rightarrow h = \sqrt{20^2 - 10^2} = 10\sqrt{3} cm$

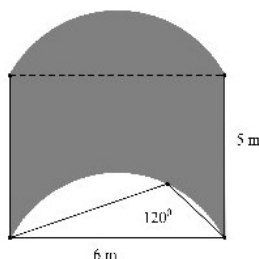
Thể tích phần chỏm cầu bằng

$$V_{\text{chòm cau}} = \frac{2.30}{360} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 - \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h = \frac{16000\pi}{9} - \frac{1000\pi\sqrt{3}}{3} (cm^3)$$

$$\frac{4000\pi}{3} \cdot 150 + \left(\frac{16000\pi}{9} - \frac{1000\pi\sqrt{3}}{3} \right) \cdot 100 \approx 1.005.000$$

Vậy số tiền ông An cần mua vật liệu là:

Câu 14. Ông Bảo làm mái vòm ở phía trước ngôi nhà của mình bằng vật liệu tôn. Mái vòm đó là một phần của mặt xung quanh của một hình trụ như hình bên dưới. Biết giá tiền của $1 m^2$ tôn là 300.000 đồng. Hỏi số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) mà ông Bảo mua tôn là bao nhiêu?



A. 18.850.000 đồng.

B. 5.441.000 đồng.

C. 9.425.000 đồng.

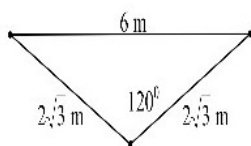
*D. 10.883.000 đồng.

Lời giải

$$\frac{6}{\sin 120^\circ} = 2r \Leftrightarrow r = 2\sqrt{3}.$$

Gọi r là bán kính đáy của hình trụ. Khi đó:

Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác, ta có góc ở tâm của cung này bằng 120° .



Và độ dài cung này bằng $\frac{1}{3}$ chu vi đường tròn đáy.

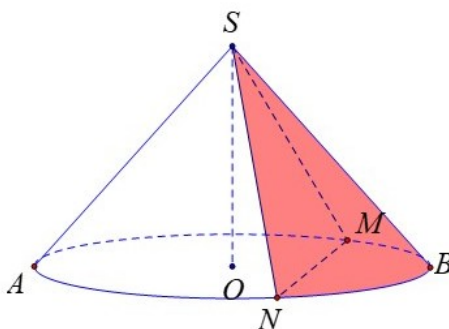
Suy ra diện tích của mái vòm bằng $\frac{1}{3} S_{xq}$,

(với S_{xq} là diện tích xung quanh của hình trụ).

Do đó, giá tiền của mái vòm là

$$\frac{1}{3} S_{xq} \cdot 300.000 = \frac{1}{3} \cdot (2\pi r l) \cdot 300.000 = \frac{1}{3} \cdot (2\pi \cdot 2\sqrt{3} \cdot 5) \cdot 300.000 \approx 10882796,19.$$

Câu 15. Cổ động viên bóng đá của đội tuyển Indonesia muốn làm một chiếc mũ có dạng hình nón sơn hai màu Trắng và Đỏ như trên quốc kỳ. Biết thiết diện qua trục của hình nón là tam giác vuông cân. Cổ động viên muốn sơn màu Đỏ ở bề mặt phần hình nón có đáy là cung nhỏ $\widehat{MBN}$, phần còn lại của hình nón sơn màu Trắng. Tính tỉ số phần diện tích hình nón được sơn màu Đỏ với phần diện tích sơn màu Trắng.



A. $\frac{2}{7}$.

B. $\frac{2}{5}$.

C. $\frac{1}{4}$.

*D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

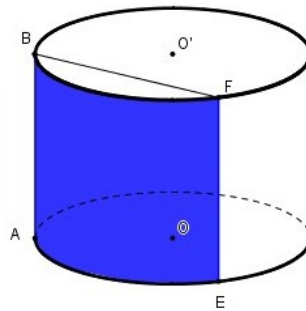
Ta có $SO = OA = OB = r \Rightarrow SM = r\sqrt{2} = MN$

Do đó tam giác OMN vuông cân tại O .

Gọi S là diện tích xung quanh của hình nón, S_d là diện tích xung quanh của phần hình nón được sơn màu đỏ,

ứng với góc $\angle MON = 90^\circ$ nên $\frac{S_1}{S} = \frac{90^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{S_d}{S_t} = \frac{1}{3}$.

Câu 16. Một công ty sản xuất bồn đựng nước hình trụ có thể tích thực $1m^3$ với chiều cao bằng $1m$. Biết bề mặt xung quanh bồn được sơn bởi loại sơn màu xanh tô như hình vẽ và màu trắng là phần còn lại của mặt xung quanh; với mỗi mét vuông bề mặt lượng sơn tiêu hao 0.5 lít sơn. Công ty cần sơn 10000 bồn thì dự kiến cần bao nhiêu lít sơn màu xanh gần với số nào nhất, biết khi đo được dây cung $BF = 1$ m



*A. 6150.

B. 6250.

C. 1230.

D. 1250.

Lời giải

Gọi r là bán kính đường tròn đáy,

$$V = \pi r^2 h \Leftrightarrow r = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$$

Ta có:

Xét tam giác $O'BF$ ta có $\cos(\angle BO'F) = \frac{2r^2 - BF^2}{2r^2} = 1 - \frac{\pi}{2} \Rightarrow \angle BO'F \approx 2,178271695$ (rad)

Vậy độ dài cung BF : $l = r \cdot \alpha \approx 1,2289582$ (m)

Tổng số lít sơn màu xanh cho mỗi bồn nước là: $T = l \cdot h \cdot 0.5 = 0.6144791001$ (lít)

Vậy tổng số sơn cần cho 10000 bồn $S \approx 6145$ (lít)

----HẾT---