

## CẢNH

**A.**  $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$

**B.**  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

**C.**  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos C$

**D.**  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos B$

## Lời giải

**Chọn B**

**Câu 2.** Cho tam giác  $ABC$ , có độ dài ba cạnh là  $BC = a, AC = b, AB = c$ . Gọi  $m_a$  là độ dài đường trung tuyến kẻ từ đỉnh  $A$ ,  $R$  là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác và  $S$  là diện tích tam giác đó. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A.  $m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$       B.  $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$

C.  $S = \frac{abc}{4R}$       D.  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

## Lời giải

**Chọn B**

**Câu 3.** Cho tam giác ABC có  $a=8, b=10$ , góc  $C$  bằng  $60^\circ$ . Độ dài cạnh  $c$  là?

**A.**  $c = 3\sqrt{21}$       **B.**  $c = 7\sqrt{2}$       **C.**  $c = 2\sqrt{11}$       **D.**  $c = 2\sqrt{21}$

### Lời giải

## Chon D.

Ta có:  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C = 8^2 + 10^2 - 2 \cdot 8 \cdot 10 \cdot \cos 60^\circ = 84 \Rightarrow c = 2\sqrt{21}$

**Câu 4.** Cho  $\triangle ABC$  có  $b=6, c=8, A=60^\circ$ . Độ dài cạnh  $a$  là:

**A.**  $2\sqrt{13}$ .      **B.**  $3\sqrt{12}$ .      **C.**  $2\sqrt{37}$ .      **D.**  $\sqrt{20}$ .

### Lời giải

**Chọn A.**

Ta có:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 36 + 64 - 2.6.8.\cos 60^\circ = 52 \Rightarrow a = 2\sqrt{13}$

**Câu 5.** Cho  $\Delta ABC$  có  $B = 60^\circ, a = 8, c = 5$ . Độ dài cạnh  $b$  bằng:

**A.** 7.                      **B.** 129.                      **C.** 49.                      **D.**  $\sqrt{129}$ .

### Lời giải

Chọn **A.**

Ta có:  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B = 8^2 + 5^2 - 2.8.5.\cos 60^\circ = 49 \Rightarrow b = 7$ .

**Câu 6.** Cho  $\Delta ABC$  có  $AB = 9; BC = 8; \hat{B} = 60^\circ$ . Tính độ dài  $AC$ .

**A.**  $\sqrt{73}$

**B.**  $\sqrt{217}$

**C.** 8

**D.**  $\sqrt{113}$

**Lời giải**

**Chọn A**

Theo định lý cosin có:

$$AC^2 = BA^2 + BC^2 - 2BA \cdot BC \cdot \cos \hat{B} = 73 \Rightarrow AC = \sqrt{73}$$

Vậy  $AC = \sqrt{73}$ .

**Câu 7.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 2, AC = 1$  và  $A = 60^\circ$ . Tính độ dài cạnh  $BC$ .

**A.**  $BC = \sqrt{2}$ .

**B.**  $BC = 1$ .

**C.**  $BC = \sqrt{3}$ .

**D.**  $BC = 2$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Theo định lý cosin ta có:  $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ}$

$$= \sqrt{2^2 + 1^2 - 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{3}.$$

**Câu 8.** Tam giác  $ABC$  có  $a = 8, c = 3, \hat{B} = 60^\circ$ . Độ dài cạnh  $b$  bằng bao nhiêu?

**A.** 49.

**B.**  $\sqrt{97}$

**C.** 7.

**D.**  $\sqrt{61}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có:  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B = 8^2 + 3^2 - 2 \cdot 8 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ = 49 \Rightarrow b = 7$ .

**Câu 9.** (LẦN 01\_VĨNH YÊN\_VĨNH PHÚC\_2019) Tam giác  $ABC$  có  $\hat{C} = 150^\circ, BC = \sqrt{3}, AC = 2$ .  
Tính cạnh  $AB$ ?

**A.**  $\sqrt{13}$

**B.**  $\sqrt{3}$ .

**C.** 10.

**D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

Theo định lý cosin trong  $\Delta ABC$  ta có:

$$AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2CA \cdot CB \cdot \cos \hat{C} = 13 \Rightarrow AB = \sqrt{13}. \text{ Chọn } \mathbf{A}.$$

**Câu 10.** Cho  $a; b; c$  là độ dài 3 cạnh của tam giác  $ABC$ . Biết  $b = 7; c = 5; \cos A = \frac{4}{5}$ . Tính độ dài của  $a$ .

**A.**  $3\sqrt{2}$

**B.**  $\frac{7\sqrt{2}}{2}$

**C.**  $\frac{23}{8}$

**D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn A**

Áp dụng định lí cosin cho tam giác  $ABC$  ta có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A = 7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{4}{5} = 18$$

Suy ra:  $a = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

**Câu 11.** Cho  $\angle O_y = 30^\circ$ . Gọi  $A, B$  là 2 điểm di động lần lượt trên  $Ox, Oy$  sao cho  $AB = 2$ . Độ dài lớn nhất của  $OB$  bằng bao nhiêu?

**A. 4.**

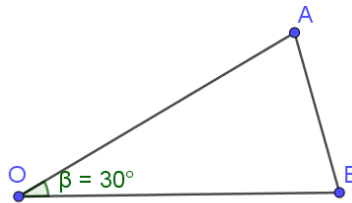
**B. 3.**

**C. 6.**

**D. 2.**

**Lời giải**

**Chọn A**



Áp dụng định lí cosin:  $AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2OA \cdot OB \cdot \cos 30^\circ \Leftrightarrow 4 = OA^2 + OB^2 - 2OA \cdot OB \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\Leftrightarrow OA^2 - \sqrt{3} \cdot OB \cdot OA + OB^2 - 4 = 0 (*)$$

Coi phương trình (\*) là một phương trình bậc hai ẩn  $OA$ . Để tồn tại giá trị lớn nhất của  $OB$

thì  $\Delta_{(*)} \geq 0 \Leftrightarrow (\sqrt{3}OB)^2 - 4(OB^2 - 4) \geq 0 \Leftrightarrow OB^2 \leq 16 \Leftrightarrow OB \leq 4$

Vậy  $\max OB = 4$ .

**Câu 12.** Cho  $a, b, c$  là độ dài 3 cạnh của một tam giác. Mệnh đề nào sau đây không đúng?

**A.  $a^2 < ab + ac$**

**B.  $a^2 + c^2 < b^2 + 2ac$**

**C.  $b^2 + c^2 > a^2 + 2bc$**

**D.  $ab + bc > b^2$**

**Lời giải**

**Chọn C**

Do  $b^2 + c^2 - a^2 = 2bc \cdot \cos A \leq 2bc \Rightarrow b^2 + c^2 \leq a^2 + 2bc$  nên mệnh đề C sai.

Áp dụng bất đẳng thức tam giác ta có  $a < b + c \Rightarrow a^2 < ab + ac$ ; đáp án A đúng.

Tương tự  $a + c > b \Rightarrow ab + bc > b^2$ ; mệnh đề D đúng.

Ta có:  $a^2 + c^2 - b^2 = 2ac \cdot \cos B < 2ac \Rightarrow a^2 + c^2 < b^2 + 2ac$ ; mệnh đề B đúng.

## GÓC

**Câu 13.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 4$  cm,  $BC = 7$  cm,  $AC = 9$  cm. Tính  $\cos A$ .

- A.**  $\cos A = -\frac{2}{3}$ .      **B.**  $\cos A = \frac{1}{2}$ .      **C.**  $\cos A = \frac{1}{3}$ .      **D.**  $\cos A = \frac{2}{3}$ .

Lời giải

**Chọn D**

Ta có 
$$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{4^2 + 9^2 - 7^2}{2 \cdot 4 \cdot 9} = \frac{2}{3}.$$

**Câu 14.** Cho tam giác  $ABC$  có  $a^2 + b^2 - c^2 > 0$ . Khi đó:

- A.** Góc  $C > 90^\circ$       **B.** Góc  $C < 90^\circ$   
**C.** Góc  $C = 90^\circ$       **D.** Không thể kết luận được gì về góc  $C$ .

Lời giải

Chọn **B.**

Ta có: 
$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$

Mà:  $a^2 + b^2 - c^2 > 0$  suy ra:  $\cos C > 0 \Rightarrow C < 90^\circ$ .

**Câu 15.** Cho tam giác  $ABC$  thỏa mãn:  $b^2 + c^2 - a^2 = \sqrt{3}bc$ . Khi đó:

- A.**  $A = 30^\circ$ .      **B.**  $A = 45^\circ$ .      **C.**  $A = 60^\circ$ .      **D.**  $A = 75^\circ$ .

Lời giải

Chọn **A.**

Ta có: 
$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{\sqrt{3}bc}{2bc} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A = 30^\circ.$$

**Câu 16.** Cho các điểm  $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$ . Góc  $\widehat{BAC}$  bằng bao nhiêu?

- A.**  $90^\circ$ .      **B.**  $60^\circ$ .      **C.**  $45^\circ$ .      **D.**  $30^\circ$ .

Lời giải

Chọn **A.**

Ta có:  $\overrightarrow{AB} = (1;3), \overrightarrow{AC} = (9;-3)$ .

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = 0 \Rightarrow \widehat{BAC} = 90^\circ.$$

Suy ra:

**Câu 17.** Cho tam giác  $ABC$ , biết  $a = 24, b = 13, c = 15$ . Tính góc  $A$ ?

- A.**  $33^\circ 34'$ .      **B.**  $117^\circ 49'$ .      **C.**  $28^\circ 37'$ .      **D.**  $58^\circ 24'$ .

Lời giải

Chọn **B.**

Ta có: 
$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{13^2 + 15^2 - 24^2}{2 \cdot 13 \cdot 15} = -\frac{7}{15} \Rightarrow A \simeq 117^\circ 49'.$$

**Câu 18.** Cho tam giác  $ABC$ , biết  $a=13, b=14, c=15$ . Tính góc  $B$ ?

- A.  $59^{\circ}49'$ .                      B.  $53^{\circ}7'$ .                      C.  $59^{\circ}29'$ .                      D.  $62^{\circ}22'$ .

**Lời giải**

Chọn **C.**

Ta có:  $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{13^2 + 15^2 - 14^2}{2 \cdot 13 \cdot 15} = \frac{33}{65} \Rightarrow B \approx 59^{\circ}29'.$

**Câu 19.** (TH&TT LẦN 1 – THÁNG 12) Cho tam giác  $ABC$  biết độ dài ba cạnh  $BC, CA, AB$  lần lượt là  $a, b, c$  và thỏa mãn hệ thức  $b(b^2 - a^2) = c(c^2 - a^2)$  với  $b \neq c$ . Khi đó, góc  $\widehat{BAC}$  bằng

- A.  $45^{\circ}$ .                      B.  $60^{\circ}$ .                      C.  $90^{\circ}$ .                      D.  $120^{\circ}$ !

**Lời giải**

Chọn D

Ta có  $b(b^2 - a^2) = c(c^2 - a^2) \Leftrightarrow b^3 - ba^2 = c^3 - ca^2 \Leftrightarrow b^3 - c^3 - a^2(b - c) = 0$

$\Leftrightarrow (b - c)(b^2 + bc + c^2 - a^2) = 0 \Leftrightarrow b^2 + c^2 - a^2 = -bc$

Mặt khác  $\cos \widehat{BAC} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{-bc}{2bc} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BAC} = 120^{\circ}$

**Câu 20.** (KSCL lần 1 lớp 11 Yên Lạc-Vĩnh Phúc-1819) Tam giác  $ABC$  có  $AB=c, BC=a, CA=b$ . Các cạnh  $a, b, c$  liên hệ với nhau bởi đẳng thức  $b(b^2 - a^2) = c(a^2 - c^2)$ . Khi đó góc  $\widehat{BAC}$  bằng bao nhiêu độ.

- A.  $30^{\circ}$ .                      B.  $60^{\circ}$ !                      C.  $90^{\circ}$ .                      D.  $45^{\circ}$ .

**Lời giải**

Chọn B

Theo bài ra, ta có:  $b(b^2 - a^2) = c(a^2 - c^2) \Leftrightarrow b^3 - a^2b = a^2c - c^3 = 0 \Leftrightarrow b^3 + c^3 - a^2b - a^2c = 0$

$\Leftrightarrow (b + c)(b^2 - bc + c^2) - a^2(b + c) = 0 \Leftrightarrow (b + c)(b^2 - bc + c^2 - a^2) = 0 \Leftrightarrow b^2 - bc + c^2 - a^2 = 0$

(do  $b + c \neq 0$ )

$\Leftrightarrow b^2 + c^2 - a^2 = bc \Leftrightarrow \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos \widehat{BAC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BAC} = 60^{\circ}$

**Câu 21.** (THPT KINH MÔN - HD - LẦN 2 - 2018) Cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  và  $M$  là điểm nằm trong tam giác  $ABC$  sao cho  $MA:MB:MC=1:2:3$  khi đó góc  $\widehat{AMB}$  bằng bao nhiêu?

- A.  $135^{\circ}$ .                      B.  $90^{\circ}$ .                      C.  $150^{\circ}$ .                      D.  $120^{\circ}$ .

**Lời giải**

$MB = x \Leftrightarrow MA = 2x; MC = 3x$  với  $0 < x < BC = \sqrt{2}$ .

Ta có  $\cos \angle BAM = \frac{1+4x^2-x^2}{2.1.2x} = \frac{3x^2+1}{4x}$

$\cos \angle MAC = \frac{1+4x^2-9x^2}{4x} = \frac{1-5x^2}{4x}$

$\Rightarrow \left(\frac{3x^2+1}{4x}\right)^2 + \left(\frac{1-5x^2}{4x}\right)^2 = 1 \Rightarrow 9x^4+6x^2+1+1-10x^2+25x^4=16$

$\Rightarrow 34x^4-20x^2+2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{5+2\sqrt{2}}{17} > \frac{1}{5} (l) \\ x^2 = \frac{5-2\sqrt{2}}{17} \end{cases}$

$\Rightarrow \cos \angle AMB = \frac{AM^2+BM^2-AB^2}{2AM.BM} = \frac{4x^2+x^2-1}{2.2x.x}$

$= \frac{5x^2-1}{4x^2} = \left(\frac{25-10\sqrt{2}}{17}-1\right) : \frac{20-8\sqrt{2}}{17} = \frac{-\sqrt{2}}{2}$

Vậy  $\angle AMB = 135^\circ$

## TRUNG TUYẾN

**Câu 22.** Cho tam giác  $ABC$ , chọn công thức đúng trong các đáp án sau:

A.  $m_a^2 = \frac{b^2+c^2}{2} + \frac{a^2}{4}$       B.  $m_a^2 = \frac{a^2+c^2}{2} - \frac{b^2}{4}$   
C.  $m_a^2 = \frac{a^2+b^2}{2} - \frac{c^2}{4}$       D.  $m_a^2 = \frac{2c^2+2b^2-a^2}{4}$

**Lời giải**

Chọn **D**.

Ta có:  $m_a^2 = \frac{b^2+c^2}{2} - \frac{a^2}{4} = \frac{2b^2+2c^2-a^2}{4}$

**Câu 23.** Tam giác  $ABC$  có  $AB=9$  cm,  $BC=15$  cm,  $AC=12$  cm. Khi đó đường trung tuyến  $AM$  của tam giác có độ dài là

A. 10 cm      B. 9 cm      C. 7,5 cm      D. 8 cm

**Lời giải**

**Chọn C**

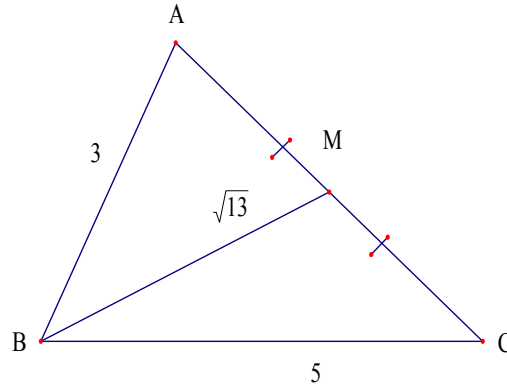
Ta có  $AM^2 = \frac{AB^2+AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} = \frac{9^2+12^2}{2} - \frac{15^2}{4} = \frac{225}{4} \Rightarrow AM = \frac{15}{2}$

**Câu 24.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB=3, BC=5$  và độ dài đường trung tuyến  $BM=\sqrt{13}$ . Tính độ dài  $AC$ .

- A.  $\sqrt{11}$ .      B. 4.      C.  $\frac{9}{2}$ .      D.  $\sqrt{10}$ .

Lời giải

**Chọn B**



Theo công thức tính độ dài đường trung tuyến;ta có:

$$BM^2 = \frac{BA^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4} \Leftrightarrow (\sqrt{13})^2 = \frac{3^2 + 5^2}{2} - \frac{AC^2}{4} \Leftrightarrow AC = 4$$

**Câu 25.** Cho  $\triangle ABC$  vuông ở  $A$ , biết  $\angle C = 30^\circ$ ,  $AB = 3$ . Tính độ dài trung tuyến  $AM$ ?

- A. 3      B. 4      C.  $\frac{5}{2}$       D.  $\frac{7}{2}$

Lời giải

**Chọn A**

$AM$  là trung tuyến ứng với cạnh huyền nên  $AM = \frac{1}{2}BC = BM = MC$ .

Xét  $\triangle BAC$  có  $\angle B = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ .

Xét tam giác  $ABM$  có  $BM = AM$  và  $\angle B = 60^\circ$  suy ra  $\triangle ABM$  là tam giác đều.

$$\Rightarrow AM = AB = 3.$$

**Câu 26.** Tam giác  $ABC$  có  $a=6, b=4\sqrt{2}, c=2$ .  $M$  là điểm trên cạnh  $BC$  sao cho  $BM=3$ . Độ dài đoạn  $AM$  bằng bao nhiêu?

- A.  $\sqrt{9}$ .      B. 9.      C. 3.      D.  $\frac{1}{2}\sqrt{108}$ .

Lời giải

**Chọn C.**

Ta có: Trong tam giác  $ABC$  có  $a=6 \Rightarrow BC=6$  mà  $BM=3$  suy ra  $M$  là trung điểm  $BC$ .

Suy ra:  $AM^2 = m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4} = 9 \Rightarrow AM = 3$

**Câu 27.** Gọi  $S = m_a^2 + m_b^2 + m_c^2$  là tổng bình phương độ dài ba trung tuyến của tam giác  $ABC$ . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A.**  $S = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$       **B.**  $S = a^2 + b^2 + c^2$   
**C.**  $S = \frac{3}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$       **D.**  $S = 3(a^2 + b^2 + c^2)$

**Lời giải**

**Chọn A.**

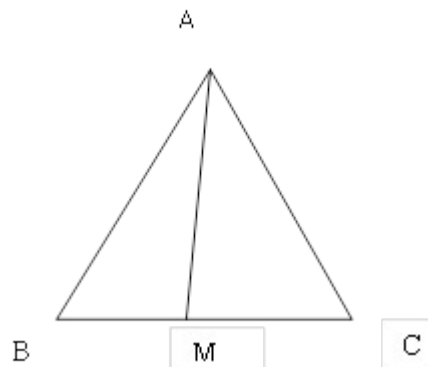
Ta có:  $S = m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4} + \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4} + \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4} = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$ .

**Câu 28.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB = 2$ ;  $AC = 3$ ;  $\angle A = 60^\circ$ . Tính độ dài đường phân giác trong góc  $A$  của tam giác  $ABC$ .

- A.**  $\frac{12}{5}$       **B.**  $\frac{6\sqrt{2}}{5}$       **C.**  $\frac{6\sqrt{3}}{5}$       **D.**  $\frac{6}{5}$

**Lời giải**

**Chọn C**



Gọi  $M$  là chân đường phân giác góc **A.**

Ta có  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A = 7 \Rightarrow BC = \sqrt{7}$ .

Lại có  $\frac{BM}{CM} = \frac{AB}{AC} = \frac{2}{3}$ .

Suy ra  $BM = \frac{2\sqrt{7}}{5}$ .

Áp dụng định lý cosin trong tam giác  $ABM$  ta được:

$$AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2AB \cdot BM \cdot \cos \angle ABC = AB^2 + BM^2 - 2AB \cdot BM \cdot \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} = \frac{108}{25}$$

$$\Rightarrow AM = \frac{6\sqrt{3}}{5}.$$

## CÁCH 2

Gọi  $M$  là chân đường phân giác trong của góc  $A$ .

Vì đoạn thẳng  $AM$  chia tam giác  $ABC$  thành hai phần nên ta có:

$$S_{ABC} = S_{ABM} + S_{ACM} \Leftrightarrow \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{1}{2} AB \cdot AM \cdot \sin \widehat{BAM} + \frac{1}{2} AC \cdot AM \cdot \sin \widehat{MAC}$$

$$\Leftrightarrow AM = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin 60^\circ}{(AB + AC) \cdot \sin 30^\circ}.$$

$$\Leftrightarrow AM = \frac{6\sqrt{3}}{5}.$$

Vậy  $AM = \frac{6\sqrt{3}}{5}.$

## DẠNG 2. ĐỊNH LÝ SIN, ÁP DỤNG ĐỊNH LÝ SIN ĐỂ GIẢI TOÁN

**Câu 29.** Cho tam giác  $ABC$ . Tìm công thức sai:

**A.**  $\frac{a}{\sin A} = 2R.$

**B.**  $\sin A = \frac{a}{2R}.$

**C.**  $b \sin B = 2R.$

**D.**  $\sin C = \frac{c \sin A}{a}.$

**Lời giải**

Chọn **C.**

Ta có:  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R.$

**Câu 30.** Cho  $\triangle ABC$  với các cạnh  $AB = c, AC = b, BC = a$ . Gọi  $R, r, S$  lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp và diện tích của tam giác  $ABC$ . Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **sai**?

**A.**  $S = \frac{abc}{4R}.$

**B.**  $R = \frac{a}{\sin A}.$

**C.**  $S = \frac{1}{2} ab \sin C.$

**D.**  $a^2 + b^2 - c^2 = 2ab \cos C.$

**Lời giải**

Chọn **B.**

Theo định lý Sin trong tam giác, ta có  $\frac{a}{\sin A} = 2R.$

**Câu 31.** Cho tam giác  $ABC$  có góc  $\widehat{BAC} = 60^\circ$  và cạnh  $BC = \sqrt{3}$ . Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

**A.**  $R = 4.$

**B.**  $R = 1.$

**C.**  $R = 2.$

**D.**  $R = 3.$

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \Leftrightarrow R = \frac{BC}{2\sin A} = \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = 1$$

Ta có:

**Câu 32.** Trong mặt phẳng, cho tam giác  $ABC$  có  $AC = 4$  cm, góc  $\hat{A} = 60^\circ$ ,  $\hat{B} = 45^\circ$ . Độ dài cạnh  $BC$  là

**A.**  $2\sqrt{6}$

**B.**  $2 + 2\sqrt{3}$

**C.**  $2\sqrt{3} - 2$

**D.**  $\sqrt{6}$

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} \Leftrightarrow BC = \frac{4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2\sqrt{6}$$

Ta có

**Câu 33.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB = 5$ ;  $\hat{A} = 40^\circ$ ;  $\hat{B} = 60^\circ$ . Độ dài  $BC$  gần nhất với kết quả nào?

**A.** 3,7

**B.** 3,3

**C.** 3,5

**D.** 3,1

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\hat{C} = 180^\circ - \hat{A} - \hat{B} = 180^\circ - 40^\circ - 60^\circ = 80^\circ$$

$$\text{Áp dụng định lý sin: } \frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow BC = \frac{AB}{\sin C} \cdot \sin A = \frac{5}{\sin 80^\circ} \sin 40^\circ \approx 3,3$$

**Câu 34.** Cho tam giác  $ABC$  thỏa mãn hệ thức  $b + c = 2a$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A.**  $\cos B + \cos C = 2\cos A$

**B.**  $\sin B + \sin C = 2\sin A$

**C.**  $\sin B + \sin C = \frac{1}{2}\sin A$

**D.**  $\sin B + \cos C = 2\sin A$

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$\text{Ta có: } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow \frac{b+c}{\frac{b+c}{2}} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Leftrightarrow \frac{b+c}{2\sin A} = \frac{b+c}{\sin B + \sin C} \Leftrightarrow \sin B + \sin C = 2\sin A$$

**Câu 35.** Tam giác  $ABC$  có  $a = 16,8$ ;  $\hat{B} = 56^\circ 13'$ ;  $\hat{C} = 71^\circ$ . Cạnh  $c$  bằng bao nhiêu?

**A.** 29,9.

**B.** 14,1.

**C.** 17,5.

**D.** 19,9.

**Lời giải**

**Chọn D.**

$$\text{Ta có: Trong tam giác } ABC: \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 180^\circ - 71^\circ - 56^\circ 13' = 52^\circ 47'$$

$$\text{Mặt khác } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow c = \frac{a \cdot \sin C}{\sin A} = \frac{16,8 \cdot \sin 71^\circ}{\sin 52^\circ 47'} \approx 19,9$$

- Câu 36.** Tam giác ABC có  $\hat{A} = 68^\circ 12'$ ,  $\hat{B} = 34^\circ 44'$ ,  $AB = 117$ . Tính AC?  
**A.** 68. **B.** 168. **C.** 118. **D.** 200.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có: Trong tam giác ABC:  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - 68^\circ 12' - 34^\circ 44' = 77^\circ 4'$ .

Mặt khác  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{117 \cdot \sin 34^\circ 44'}{\sin 77^\circ 4'} \approx 68$ .

### DẠNG 3. DIỆN TÍCH TAM GIÁC, BÁN KÍNH ĐƯỜNG TRÒN

#### DIỆN

- Câu 37.** Chọn công thức đúng trong các đáp án sau:

- A.**  $S = \frac{1}{2}bc \sin A$ . **B.**  $S = \frac{1}{2}ac \sin A$ . **C.**  $S = \frac{1}{2}bc \sin B$ . **D.**  $S = \frac{1}{2}bc \sin B$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có:  $S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C$ .

- Câu 38.** Cho hình thoi ABCD có cạnh bằng a. Góc  $\hat{BAD} = 30^\circ$ . Diện tích hình thoi ABCD là

- A.**  $\frac{a^2}{4}$ . **B.**  $\frac{a^2}{2}$ . **C.**  $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ . **D.**  $a^2$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin \hat{BAD} = a \cdot a \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2}a^2$ .

- Câu 39.** Tính diện tích tam giác ABC biết  $AB = 3, BC = 5, CA = 6$ .

- A.**  $\sqrt{56}$ . **B.**  $\sqrt{48}$ . **C.** 6. **D.** 8.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $p = \frac{AB + AC + BC}{2} = \frac{3 + 5 + 6}{2} = 7$ .

Vậy diện tích tam giác ABC là:

$$S = \sqrt{p(p - AB)(p - AC)(p - BC)} = \sqrt{7(7 - 3)(7 - 6)(7 - 5)} = \sqrt{56}$$

- Câu 40.** Cho  $\Delta ABC$  có  $a = 6, b = 8, c = 10$ . Diện tích S của tam giác trên là:

- A.** 48. **B.** 24. **C.** 12. **D.** 30.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có: Nửa chu vi  $\Delta ABC$ :  $p = \frac{a+b+c}{2}$ .

Áp dụng công thức Hê-rông:  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{12(12-6)(12-8)(12-10)} = 24$ .

**Câu 41.** Cho  $\Delta ABC$  có  $a=4, c=5, B=150^\circ$ . Diện tích của tam giác là:

- A.**  $5\sqrt{3}$ . **B.** 5. **C.** 10. **D.**  $10\sqrt{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có:  $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \sin 150^\circ = 5$ .

**Câu 42.** Một tam giác có ba cạnh là 13, 14, 15. Diện tích tam giác bằng bao nhiêu?

- A.** 84. **B.**  $\sqrt{84}$ . **C.** 42. **D.**  $\sqrt{168}$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có:  $p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{13+14+15}{2} = 21$

Suy ra:  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = 84$ .

**Câu 43.** Cho các điểm  $A(1; -2), B(-2; 3), C(0; 4)$ . Diện tích  $\Delta ABC$  bằng bao nhiêu?

- A.**  $\frac{13}{2}$ . **B.** 13. **C.** 26. **D.**  $\frac{13}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có:  $\overrightarrow{AB} = (-3; 5) \Rightarrow AB = \sqrt{34}$ ,  $\overrightarrow{AC} = (-1; 6) \Rightarrow AC = \sqrt{37}$ ,  $\overrightarrow{BC} = (2; 1) \Rightarrow BC = \sqrt{5}$ .

Mặt khác  $p = \frac{AB+AC+BC}{2} = \frac{\sqrt{37} + \sqrt{34} + \sqrt{5}}{2}$ .

Suy ra:  $S = \sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)} = \frac{13}{2}$ .

**Câu 44.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(1; -1), B(3; -3), C(6; 0)$ . Diện tích  $\Delta ABC$  là

- A.** 12. **B.** 6. **C.**  $6\sqrt{2}$ . **D.** 9.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có:  $\overrightarrow{AB} = (2; -2) \Rightarrow AB = 2\sqrt{2}$ ,  $\overrightarrow{AC} = (5; 1) \Rightarrow AC = \sqrt{26}$ ,  $\overrightarrow{BC} = (3; 3) \Rightarrow BC = 3\sqrt{2}$ .

Mặt khác  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Rightarrow AB \perp BC$ .

Suy ra:  $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot BC = 6$ .

**Câu 45.** Cho tam giác  $ABC$  có  $a=4, b=6, c=8$ . Khi đó diện tích của tam giác là:

- A.**  $9\sqrt{15}$ . **B.**  $3\sqrt{15}$ . **C.** 105. **D.**  $\frac{2}{3}\sqrt{15}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

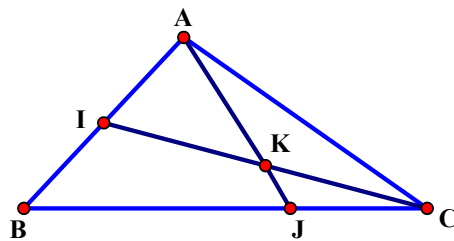
Ta có:  $p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{4+6+8}{2} = 9.$

Suy ra:  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 3\sqrt{15}.$

**Câu 46.** Cho tam giác  $ABC$ . Biết  $AB=2$ ;  $BC=3$  và  $\angle ABC=60^\circ$ . Tính chu vi và diện tích tam giác  $ABC$ .

- A.  $5+\sqrt{7}$  và  $\frac{3}{2}$ .  
 B.  $5+\sqrt{7}$  và  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ .  
 C.  $5\sqrt{7}$  và  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ .  
 D.  $5+\sqrt{19}$  và  $\frac{3}{2}$ .

**Lời giải**



**Chọn B**

Ta có:  $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC = 4 + 9 - 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ = 13 - 6 = 7.$

Suy ra  $AC = \sqrt{7}.$

Chu vi tam giác  $ABC$  là  $AB + AC + BC = 2 + 3 + \sqrt{7}.$

Diện tích tam giác  $ABC$  là  $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \angle ABC = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{2}$  (đvdt).

**Câu 47.** Tam giác  $ABC$  có các trung tuyến  $m_a=15$ ,  $m_b=12$ ,  $m_c=9$ . Diện tích  $S$  của tam giác  $ABC$  bằng  
 A. 72.  
 B. 144.  
 C. 54.  
 D. 108.

**Lời giải 1**

**Chọn A**

Theo bài toán ta có

$$\begin{cases} m_a^2 = \frac{b^2+c^2}{2} - \frac{a^2}{4} = 15^2 \\ m_b^2 = \frac{a^2+c^2}{2} - \frac{b^2}{4} = 12^2 \\ m_c^2 = \frac{a^2+b^2}{2} - \frac{c^2}{4} = 9^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b^2+2c^2-a^2=900 \\ 2a^2+2c^2-b^2=576 \\ 2a^2+2b^2-c^2=324 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=10 \\ b=4\sqrt{13} \\ c=2\sqrt{73} \end{cases}$$

Ta có  $p = \frac{a+b+c}{2} = 5 + 2\sqrt{13} + \sqrt{73}$ , áp dụng công thức He-rong ta có

$$S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 72$$

**Cách 2:**

Đặt  $BC = a, CA = b, AB = c$ ,

Theo định lý trung tuyến có:

$$\begin{cases} 4m_a^2 + a^2 = 2(b^2 + c^2) \\ 4m_b^2 + b^2 = 2(a^2 + c^2) \\ 4m_c^2 + c^2 = 2(b^2 + a^2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a^2 + 2b^2 + 2c^2 = 900 \\ 2a^2 - b^2 + 2c^2 = 576 \\ 2a^2 + 2b^2 - c^2 = 324 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 100 \\ b^2 = 208 \\ c^2 = 291 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 100 \\ b^2 = 208 \\ c^2 = 292 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 10 \\ b = 4\sqrt{13} \\ c = 2\sqrt{73} \end{cases}$$

$$\text{Có } S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \quad p = \frac{1}{2}(a+b+c) \quad \text{Suy ra } S_{ABC} = 72$$

**Câu 48.** Cho tam giác  $\Delta ABC$  có  $b=7; c=5; \cos A = \frac{3}{5}$ . Độ dài đường cao  $h_a$  của tam giác  $\Delta ABC$  là.

**A.**  $\frac{7\sqrt{2}}{2}$

**B.** 8

**C.**  $8\sqrt{3}$

**D.**  $80\sqrt{3}$

**Lời giải**

**Chọn A**

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cos A} = \sqrt{7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{3}{5}} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$\sin^2 A = 1 - \cos^2 A = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} \quad \text{Suy ra } \begin{cases} \sin A = \frac{4}{5} \\ \sin A = -\frac{4}{5} \end{cases} \text{ vì } 0 \leq A \leq 180^\circ \text{ nên } \sin A = \frac{4}{5}$$

$$S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{4}{5} = 14 \quad \text{mà } S = \frac{1}{2}a \cdot h_a \Leftrightarrow 14 = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} \cdot h_a \Leftrightarrow h_a = \frac{7\sqrt{2}}{2}$$

**Câu 49.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 2a; AC = 4a$  và  $\angle BAC = 120^\circ$ . Tính diện tích tam giác  $ABC$ ?

**A.**  $S = 8a^2$

**B.**  $S = 2a^2\sqrt{3}$

**C.**  $S = a^2\sqrt{3}$

**D.**  $S = 4a^2$

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Diện tích của tam giác } ABC \text{ là } S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 4a \cdot \sin 120^\circ = 2a^2\sqrt{3} \quad (\text{đvdt}).$$

**BÁN**

**Câu 50.** Cho tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$ . Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  bằng

A.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

B.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$  !

C.  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ .

D.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

Lời giải

**Chọn B**

Gọi  $G$  là trọng tâm  $ABC$ . Bán kính đường tròn ngoại tiếp  $R = AG = \frac{2}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 51.** Cho tam giác  $ABC$  có chu vi bằng 12 và bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1. Diện tích của tam giác  $ABC$  bằng

A. 12.

B. 3.

C. 6 !

D. 24.

Lời giải

**Chọn C**

Theo đề bài tam giác  $ABC$  có chu vi bằng 12 nên nửa chu vi là  $p = \frac{12}{2}$ ; bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1, tức là ta có:  $r = 1$ .

Diện tích tam giác  $ABC$  là:  $S = pr = 6.1 = 6$ .

**Câu 52. (THI HK1 LỚP 11 THPT VIỆT TRÌ 2018 - 2019)** Cho tam giác  $ABC$  đều cạnh  $2a$ . Tính bán kính  $R$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

A.  $\frac{2a}{\sqrt{3}}$  !

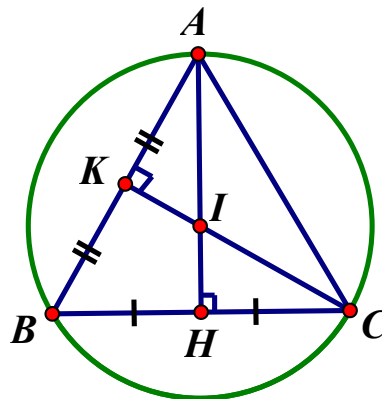
B.  $\frac{4a}{\sqrt{3}}$ .

C.  $\frac{8a}{\sqrt{3}}$ .

D.  $\frac{6a}{\sqrt{3}}$ .

Lời giải

**Chọn A**



Gọi H, K lần lượt là trung điểm cạnh  $AB, BC$ ;

I là giao điểm của  $AH$  và  $CK$ .

Lúc đó, I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

Ta có:  $AH = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$ .

$$R = AI = \frac{2}{3}AH = \frac{2}{3}a\sqrt{3} = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$

Do đó:

**Câu 53.** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = \sqrt{6}$ ,  $AC = 2$  và  $AB = \sqrt{3} + 1$ . Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  bằng:

- A.  $\sqrt{5}$ .                      B.  $\sqrt{3}$ .                      C.  $\sqrt{2}$  !                      D. 2.

Lời giải

**Chọn C**

Áp dụng định lý cosin ta có  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{1}{2}$  suy ra  $A = 60^\circ$ .

Áp dụng định lý sin ta có  $R = \frac{a}{2 \sin A} = \sqrt{2}$ .

**Câu 54.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 3$ ,  $AC = 4$ ,  $BC = 5$ . Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác bằng

- A. 1 !                      B.  $\frac{8}{9}$ .                      C.  $\frac{4}{5}$ .                      D.  $\frac{3}{4}$ .

Lời giải

**Chọn A**

Vì  $AB^2 + AC^2 = BC^2$  nên tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ .

$$r = \frac{S}{p} = \frac{\frac{1}{2}AB \cdot AC}{\frac{1}{2}(AB + AC + BC)} = \frac{3 \cdot 4}{3 + 4 + 5} = 1$$

Do đó bán kính đường tròn nội tiếp

**Câu 55.** Cho  $\triangle ABC$  có  $S = 84, a = 13, b = 14, c = 15$ . Độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp  $R$  của tam giác trên là:

- A. 8,125.                      B. 130.                      C. 8.                      D. 8,5.

Lời giải

Chọn A.

Ta có:  $S_{\triangle ABC} = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R} \Leftrightarrow R = \frac{a \cdot b \cdot c}{4S} = \frac{13 \cdot 14 \cdot 15}{4 \cdot 84} = \frac{65}{8}$ .

**Câu 56.** Cho  $\triangle ABC$  có  $S = 10\sqrt{3}$ , nửa chu vi  $p = 10$ . Độ dài bán kính đường tròn nội tiếp  $r$  của tam giác trên là:

- A. 3.                      B. 2.                      C.  $\sqrt{2}$ .                      D.  $\sqrt{3}$  !.

Lời giải

Chọn D.

Ta có:  $S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{10\sqrt{3}}{10} = \sqrt{3}$ .

**Câu 57.** Một tam giác có ba cạnh là 26, 28, 30. Bán kính đường tròn nội tiếp là:

- A. 16.                      B. 8.                      C. 4.                      D.  $4\sqrt{2}$ .

Lời giải

Chọn **B**.

$$\text{Ta có: } p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{26+28+30}{2} = 42.$$

$$S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{p} = \frac{\sqrt{42(42-26)(42-28)(42-30)}}{42} = 8.$$

**Câu 58.** Một tam giác có ba cạnh là  $52, 56, 60$ . Bán kính đường tròn ngoại tiếp là:

**A.**  $\frac{65}{8}$ .

**B.** 40.

**C.**  $32,5$ .

**D.**  $\frac{65}{4}$ .

**Lời giải**

Chọn **C**.

$$\text{Ta có: } p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{52+56+60}{2} = 84.$$

$$\text{Suy ra: } S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{84(84-52)(84-56)(84-60)} = 1344.$$

$$\text{Mà } S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{52 \cdot 56 \cdot 60}{4 \cdot 1344} = \frac{65}{2}.$$

**Câu 59.** Tam giác với ba cạnh là  $5; 12; 13$  có bán kính đường tròn ngoại tiếp là?

**A.** 6.

**B.** 8.

**C.**  $\frac{13}{2}$ .

**D.**  $\frac{11}{2}$ .

**Lời giải**

Chọn **C**.

$$\text{Ta có: } 5^2 + 12^2 = 13^2 \Rightarrow R = \frac{13}{2}. \quad (\text{Tam giác vuông bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng } \frac{1}{2} \text{ cạnh huyền}).$$

**Câu 60.** Tam giác với ba cạnh là  $5; 12; 13$  có bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó bằng bao nhiêu?

**A.** 2.

**B.**  $2\sqrt{2}$ .

**C.**  $2\sqrt{3}$ .

**D.** 3.

**Lời giải**

Chọn **A**.

$$\text{Ta có: } p = \frac{5+12+13}{2} = 15. \quad 5^2 + 12^2 = 13^2 \Rightarrow S = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 = 30.$$

$$\text{Mặt khác } S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = 2.$$

**Câu 61.** Tam giác với ba cạnh là  $6; 8; 10$  có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng bao nhiêu?

**A.** 5.

**B.**  $4\sqrt{2}$ .

**C.**  $5\sqrt{2}$ .

**D.** 6.

**Lời giải**

Chọn **A**.

$$\text{Ta có: } 6^2 + 8^2 = 10^2 \Rightarrow R = \frac{10}{2} = 5. \quad (\text{Tam giác vuông bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng } \frac{1}{2} \text{ cạnh huyền}).$$

**Câu 62.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có cạnh  $AB=4, BC=6$ ,  $M$  là trung điểm của  $BC$ ,  $N$  là điểm trên cạnh  $CD$  sao cho  $ND=3NC$ . Khi đó bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $AMN$  bằng

**A.**  $3\sqrt{5}$ .

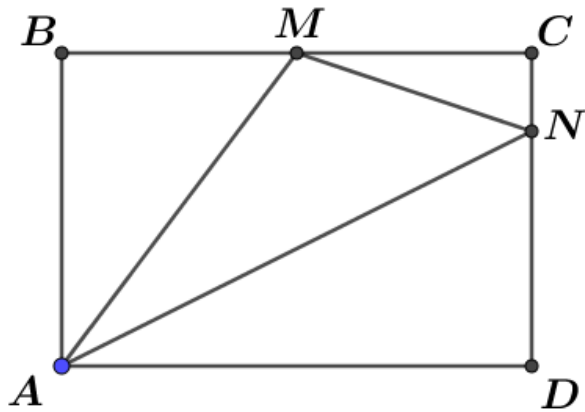
**B.**  $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ .

**C.**  $5\sqrt{2}$ .

**D.**  $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



Ta có

$$MC = 3, NC = 1 \Rightarrow MN = \sqrt{10}$$

$$BM = 3, AB = 4 \Rightarrow AM = 5$$

$$AD = 6, ND = 3 \Rightarrow AN = \sqrt{45}$$

$$p = \frac{AM + AN + MN}{2} = \frac{\sqrt{10} + 5 + \sqrt{45}}{2}$$

$$S_{AMN} = \sqrt{p(p - AM)(p - AN)(p - MN)} = \frac{15}{2}$$

$$R = \frac{AM \cdot AN \cdot MN}{4S_{AMN}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

Bán kính của đường tròn ngoại tiếp của tam giác  $AMN$  là:

**Câu 63.** Cho tam giác đều  $ABC$ ; gọi  $D$  là điểm thỏa mãn  $\overline{DC} = 2\overline{BD}$ . Gọi  $R$  và  $r$  lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp của tam giác  $ADC$ . Tính tỉ số  $\frac{R}{r}$ .

**A.**  $\frac{5}{2}$ .

**B.**  $\frac{5 + 7\sqrt{7}}{9}$ .

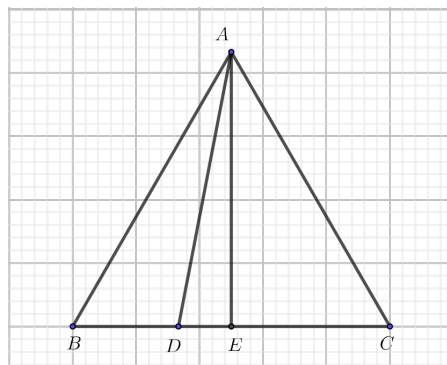
**C.**  $\frac{7 + 5\sqrt{5}}{9}$ .

**D.**  $\frac{7 + 5\sqrt{7}}{9}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $\overline{DC} = 2\overline{BD} \Leftrightarrow \overline{DC} = -2\overline{DB}$ . Do đó  $\overline{DC} = 2\overline{DB}$ .



Gọi  $S$  là diện tích của tam giác  $ACD$  và  $E$  là trung điểm của  $BC$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} S = \frac{2}{3} S_{ABC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{6} \\ AD = \sqrt{AE^2 + ED^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{6}\right)^2} = \frac{2a\sqrt{7}}{6} \end{array} \right.$$

Đặt  $AB = a$ . Suy ra

$$\left\{ \begin{array}{l} S = \frac{AD + DC + AC}{2} \cdot r = \frac{5 + \sqrt{7}}{6} a \cdot r \\ S = \frac{AD \cdot DC \cdot BC}{4R} = \frac{2a^3 \sqrt{7}}{36R} \end{array} \right. \Rightarrow S^2 = \frac{(5 + \sqrt{7})ar \cdot 2a^3 \sqrt{7}}{6 \cdot 36R} = \frac{\sqrt{7}(5 + \sqrt{7})a^4 r}{108R}$$

Hơn nữa

$$\text{Hay } \frac{a^4}{12} = \frac{\sqrt{7}(5 + \sqrt{7})a^4 r}{108R} \Leftrightarrow \frac{R}{r} = \frac{\sqrt{7}(5 + \sqrt{7}) \cdot 12}{108} \Leftrightarrow \frac{R}{r} = \frac{\sqrt{7}(5 + \sqrt{7})}{9}$$

#### DẠNG 4. ỨNG DỤNG THỰC TẾ

**Câu 64.** Khoảng cách từ  $A$  đến  $B$  không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm  $C$  mà từ đó có thể nhìn được  $A$  và  $B$  dưới một góc  $78^\circ 24'$ . Biết  $CA = 250m, CB = 120m$ . Khoảng cách  $AB$  bằng bao nhiêu?

- A. 266m.      B. 255m.      C. 166m.      D. 298m.

**Lời giải**

Chọn B.

Ta có:  $AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2CB \cdot CA \cdot \cos C = 250^2 + 120^2 - 2 \cdot 250 \cdot 120 \cdot \cos 78^\circ 24' \approx 64835 \Rightarrow AB \approx 255$ .

**Câu 65.** Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí  $A$ , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc  $60^\circ$ . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ  $30km/h$ , tàu thứ hai chạy với tốc độ  $40km/h$ . Hỏi sau 2 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu  $km$ ?

- A. 13.      B.  $20\sqrt{13}$ .      C.  $10\sqrt{13}$ .      D. 15.

**Lời giải**

Chọn B.

Ta có: Sau  $2h$  quãng đường tàu thứ nhất chạy được là:  $S_1 = 30 \cdot 2 = 60km$ .

Sau  $2h$  quãng đường tàu thứ hai chạy được là:  $S_2 = 40 \cdot 2 = 80km$ .

Vậy: sau  $2h$  hai tàu cách nhau là:  $S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 - 2S_1 \cdot S_2 \cdot \cos 60^\circ} = 20\sqrt{13}$ .

**Câu 66.** Từ một đỉnh tháp chiều cao  $CD = 80m$ , người ta nhìn hai điểm  $A$  và  $B$  trên mặt đất dưới các góc nhìn là  $72^\circ 12'$  và  $34^\circ 26'$ . Ba điểm  $A, B, D$  thẳng hàng. Tính khoảng cách  $AB$ ?

- A. 71m.      B. 91m.      C. 79m.      D. 40m.

**Lời giải**

Chọn B.

Ta có: Trong tam giác vuông  $CDA$ :  $\tan 72^\circ 12' = \frac{CD}{AD} \Rightarrow AD = \frac{CD}{\tan 72^\circ 12'} = \frac{80}{\tan 72^\circ 12'} \approx 25,7$ .

Trong tam giác vuông  $CDB$ :  $\tan 34^{\circ}26' = \frac{CD}{BD} \Rightarrow BD = \frac{CD}{\tan 34^{\circ}26'} = \frac{80}{\tan 34^{\circ}26'} \approx 116,7$ .

Suy ra: khoảng cách  $AB = 116,7 - 25,7 = 91m$ .

**Câu 67.** Khoảng cách từ  $A$  đến  $B$  không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm  $C$  mà từ đó có thể nhìn được  $A$  và  $B$  dưới một góc  $56^{\circ}16'$ . Biết  $CA = 200m$ ,  $CB = 180m$ . Khoảng cách  $AB$  bằng bao nhiêu?

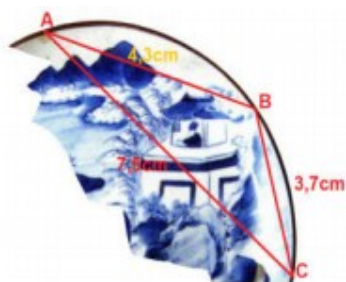
- A. 180m.                      B. 224m.                      C. 112m.                      D. 168m.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có:  $AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2CB.CA.\cos C = 200^2 + 180^2 - 2.200.180.\cos 56^{\circ}16' \approx 32416 \Rightarrow AB \approx 180$ .

**Câu 68.** Trong khi khai quật một ngôi mộ cổ, các nhà khảo cổ học đã tìm được một chiếc đĩa cổ hình tròn bị vỡ, các nhà khảo cổ muốn khôi phục lại hình dạng chiếc đĩa này. Để xác định bán kính của chiếc đĩa, các nhà khảo cổ lấy 3 điểm trên chiếc đĩa và tiến hành đo đạc thu được kết quả như hình vẽ ( $AB = 4,3cm$ ;  $BC = 3,7cm$ ;  $CA = 7,5cm$ ). Bán kính của chiếc đĩa này bằng (kết quả làm tròn tới hai chữ số sau dấu phẩy).



- A. 5,73 cm.                      B. 6,01cm.                      C. 5,85cm.                      D. 4,57cm.

**Lời giải**

**Chọn A**

Bán kính  $R$  của chiếc đĩa bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

Nửa chu vi của tam giác  $ABC$  là:  $p = \frac{AB + BC + CA}{2} = \frac{4,3 + 3,7 + 7,5}{2} = \frac{31}{2} cm$ .

Diện tích tam giác  $ABC$  là:  $S = \sqrt{p(p - AB)(p - BC)(p - CA)} \approx 5,2 cm^2$ .

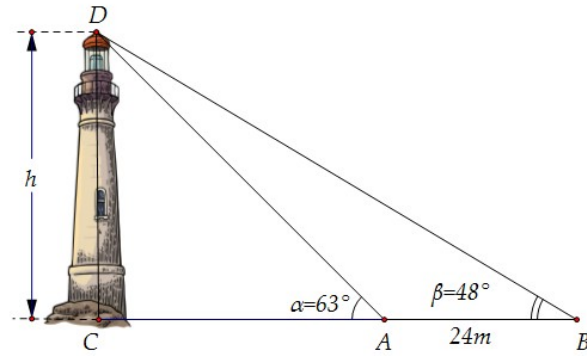
Mà  $S = \frac{AB.BC.CA}{4R} \Rightarrow R = \frac{AB.BC.CA}{4S} \approx 5,73 cm$ .

**Câu 69.** (THI HK1 LỚP 11 THPT VIỆT TRÌ 2018 - 2019) Giả sử  $CD = h$  là chiều cao của tháp trong đó  $C$  là chân tháp. Chọn hai điểm  $A, B$  trên mặt đất sao cho ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng. Ta đo được  $AB = 24m$ ,  $\angle AD = 63^{\circ}$ ;  $\angle BD = 48^{\circ}$ . Chiều cao  $h$  của khối tháp gần với giá trị nào sau đây?

- A. 61,4 m.                      B. 18,5 m.                      C. 60 m.                      D. 18 m.

**Lời giải**

**Chọn A**



Ta có  $\angle CAD = 63^\circ \Rightarrow \angle BAD = 117^\circ \Rightarrow \angle ADB = 180^\circ - (117^\circ + 48^\circ) = 15^\circ$

Áp dụng định lý sin trong tam giác  $ABD$  ta có:  $\frac{AB}{\sin \angle ADB} = \frac{BD}{\sin \angle BAD} \Rightarrow BD = \frac{AB \cdot \sin \angle BAD}{\sin \angle ADB}$

Tam giác  $BCD$  vuông tại  $C$  nên có:  $\sin \angle CBD = \frac{CD}{BD} \Rightarrow CD = BD \cdot \sin \angle CBD$

Vậy  $CD = \frac{AB \cdot \sin \angle BAD \cdot \sin \angle CBD}{\sin \angle ADB} = \frac{24 \cdot \sin 117^\circ \cdot \sin 48^\circ}{\sin 15^\circ} = 61,4m$