**ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TOÁN 9 NĂM 2019-2020**

**HUYỆN YÊN THÀNH**

**Câu 1.**

1. Tồn tại hay không các số nguyên tố thỏa mãn điều kiện 
2. Tìm giá trị nguyên của thỏa mãn 

**Câu 2.**

1. Giải phương trình : 
2. Cho thỏa mãn Chứng minh 

**Câu 3.**

Cho là các số thực dương. Chứng minh rằng:

 

**Câu 4.**

Cho tam giác nhọn ba đường cao cắt nhau tại H. Gọi là giao điểm của và Đường thẳng qua và song song với cắt lần lượt tại B và 

1. Chứng minh 
2. Chứng minh 
3. Gọi là trung điểm của . Chứng minh I là trực tâm của tam giác 

**Câu 5.**

Trong mặt phẳng cho 6 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Với ba điểm bất kỳ trong số 6 điểm này luôn tìm được hai điểm mà khoảng cách giữa chúng nhỏ hơn 673. Chứng minh rằng trong 6 điểm đã cho luôn tìm được 3 điểm là ba đỉnh một tam giác có chu vi nhỏ hơn 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1.**

1. Giả sử tồn tại 3 số nguyên tố thỏa mãn điều kiện 

Khi đó ta có: là số nguyên tố lẻ chẵn 

Nếu thì là hợp số (trái với giả thiết)

Nếu thì là số nguyên tố lẻ nên 

Vì và 

Lại có : là hợp số (trái với giả thiết )

Vậy không tồn tại các số nguyên thỏa mãn điều kiện 

1. Ta có: 





Vậy 

**Câu 2.**

1. ĐKXĐ: . Ta có:









Vậy phương trình có hai nghiệm 

1. Ta có: 



**Câu 3.** Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho hai số dương ta có:



Tương tự ta có:



Cộng vế theo vế các bất đẳng thức ta được:



**Câu 4.**

****

1. Chứng minh 

Ta có: . Xét và có:



1. Kẻ và vuông góc với . Ta có: 



Lại có: (2)

Mặt khác 



Và 



Từ 

Vì nên áp dụng định lý Ta – let ta có:



Từ và 

1.

****

Ta có : (cm câu b)

Vì là trung điểm của 

Và 





Lại có:



Từ (1) và (2) suy ra 





Mặt khác 

Mà cắt tại I nên là trực tâm của 

**Câu 5.**

Tổng số đoạn thẳng được sinh ra từ 6 điểm đã cho là : (đoạn thẳng)

-Trong 15 đoạn thẳng trên các đoạn thẳng (với có độ dài nhỏ hơn 673 được tô bởi màu đỏ. Các đoạn thẳng còn lại được tô bởi màu xanh

-Khi đó, trong một tam giác bất kỳ luôn tồn tại một cạnh màu đỏ và các tam giác có 3 cạnh được tô cùng màu đỏ có chu vi nhỏ hơn 2019.

-Vì thế, ta chỉ cần chứng minh luôn tồn tại một tam giác có 3 cạnh đều là màu đỏ

Thật vậy: Nối điểm với 5 điểm còn lại ta được 5 đoạn thẳng gồm : 

Theo nguyên lý Dirichle trong 5 đoạn thẳng này luôn tồn tại 3 đoạn thẳng được tô cùng màu

-Không mất tính tổng quát, Giả sử có cùng màu xanh, khi đó tam giác có ba cạnh được được tô cùng màu đỏ (vì trong một tam giác bất kỳ luôn tồn tại một cạnh màu đỏ).

- Nếu 3 đoạn thẳng có cùng màu đỏ, khi đó tam giác có một cạnh được tô bởi màu đỏ (trong một tam giác bất kỳ luôn tồn tại một cạnh màu đỏ). Giả sử cạnh được tô bởi màu đỏ. Ta có tam giác có ba cạnh được tô cùng màu đỏ. Bài toán được chứng minh.