

## Bài 10. CÂU TOÁN CHUYỂN ĐỘNG CƠ BẢN

### PHẦN A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

### ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN ĐỂ GIẢI CÂU TOÁN CHUYỂN ĐỘNG

Một chất điểm chuyển động theo phương trình  $s = s(t)$

Vận tốc tức thời tại thời điểm  $t$  của chất điểm được tính theo công thức.  $v(t) = s'(t)$

Gia tốc tức thời tại thời điểm  $t$  của chất điểm được tính theo công thức.

$$a(t) = v'(t) = s''(t)$$

$$s(t) = \int v(t) dt$$

$$v(t) = \int a(t) dt$$

Một chất đi m chuyển động trên trục  $Ox$  với vận tốc thay đổi theo thời gian

$$v = f(t) \text{ (m/s)}$$

. Quãng đường chất điểm chuyển động trên trục  $Ox$  từ thời điểm  $t_1$

đến thời điểm  $t_2$  là  $S = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$

\*Chú ý.

- Xác định thời điểm ban đầu  $t = 0$ . Mỗi chuyển động ta nên chọn một thời điểm ban đầu phù hợp cho mục đích tính toán. Thời điểm ban đầu thường chọn khi chuyển động bắt đầu một hành trình mới.

- Xác định  $C$  trong  $v(t)$ . Thường dựa vào vận tốc tại thời điểm  $t = 0$  (khởi hành), ta có

$$C = v(0) - f(0)$$

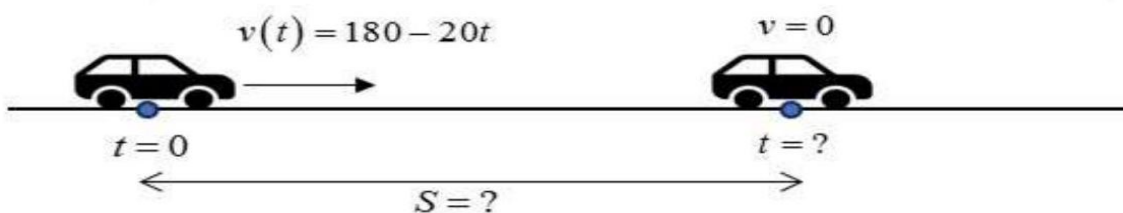
- Các thời điểm đặc biệt. Dừng hẳn  $\Leftrightarrow v(t) = 0 \Leftrightarrow t = \dots; v(t) = \max v(t) \Leftrightarrow t = \dots$

**Phương pháp.** Ứng dụng tích phân cơ bản để giải quyết yêu cầu Câu toán.

**Ví dụ 1.** Một vật đang chuyển động với vận tốc  $30 \text{ m/s}$  thì chuyển động chậm dần đều với gia tốc  $-70 \text{ m/s}^2$ .

Thì ta chọn thời điểm ban đầu là lúc bắt đầu chuyển động chậm dần.

**Ví dụ 2.** Một ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = 180 - 20t$ . Tính quãng đường mà ô tô di chuyển được từ thời điểm  $t = 0$  đến thời điểm mà vật dừng lại.



**Lời giải**

Thời điểm vật dừng lại là  $v = 0 \Leftrightarrow 180 - 20t = 0 \Leftrightarrow t = 9$  (s)

Quãng đường mà ô tô di chuyển được từ thời điểm  $t = 0$  đến thời điểm mà vật dừng lại

là.  $s(t) = \int_0^9 (180 - 20t) dt = 810 \text{ (m)}$

## PHẦN B. CÂU TẬP ÁP DỤNG

**Câu 1.** Một vật chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = 210 - 30t \text{ (m/s)}$ . Tính quãng đường mà vật di chuyển được từ thời điểm  $t = 0$  đến thời điểm mà vật dừng lại.

**Lời giải**

Thời điểm vật dừng lại là  $v = 0 \Leftrightarrow 210 - 30t = 0 \Leftrightarrow t = 7 \text{ (s)}$

Quãng đường mà vật di chuyển được từ thời điểm  $t = 0$  đến thời điểm mà vật dừng lại là.

$$s(t) = \int_0^7 (210 - 30t) dt = 735 \text{ (m)}$$

**Câu 2.** Một xe ô tô đang đi với vận tốc  $10 \text{ m/s}$  thì người lái xe bắt đầu đạp phanh, từ thời điểm đó xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = 10 - 5t \text{ (m/s)}$ , ở đó  $t$  tính bằng giây. Quãng đường ô tô dịch chuyển từ lúc đạp phanh đến lúc dừng hẳn bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

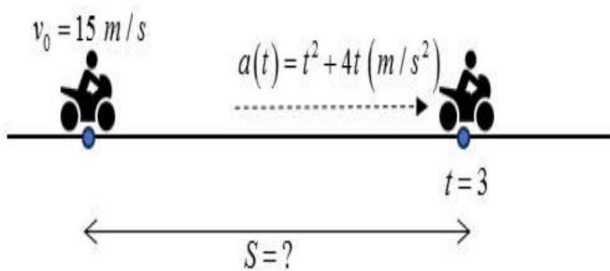
Xe ô tô dừng hẳn khi  $v(t) = 0 \Leftrightarrow 10 - 5t = 0 \Leftrightarrow t = 2$

Quãng đường ô tô dịch chuyển từ lúc đạp phanh đến lúc dừng hẳn.

$$s(t) = \int_0^2 v(t) dt = \int_0^2 (10 - 5t) dt = \left( 10t - \frac{5t^2}{2} \right) \Big|_0^2 = 10 \text{ (m)}$$

**Câu 3.** Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc  $v_0 = 15 \text{ m/s}$  thì tăng tốc với gia tốc  $a(t) = t^2 + 4t \text{ (m/s}^2\text{)}$

Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc.



**Lời giải**

$$a(t) = t^2 + 4t \Rightarrow v(t) = \int a(t) dt = \frac{t^3}{3} + 2t^2 + C \quad (C \in \mathbb{R})$$

$$v(0) = C = 15 \Rightarrow v(t) = \frac{t^3}{3} + 2t^2 + 15$$

Mà

$$S = \int_0^3 \left( \frac{t^3}{3} + 2t^2 + 15 \right) dt = 69,75 \text{ (m)}$$

Vậy

**Câu 4.** Một vật chuyển động với vận tốc  $v(t)(\text{m/s})$  có gia tốc  $v'(t) = \frac{3}{t+1} (\text{m/s}^2)$ . Vận tốc ban đầu của vật là  $6 \text{ m/s}$ . Hỏi vận tốc của vật sau 10 giây (làm tròn đến kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất) có giá trị bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

$$v(t) = 3\ln(t+1) + 6 \Rightarrow v(10) = 3\ln 11 + 6 \approx 13,2 (\text{m/s})$$

**Câu 5.** Một vật chuyển động với vận tốc là  $v(t) = \frac{1}{2\pi} + \frac{\sin(\pi t)}{\pi} (\text{m/s})$ . Gọi  $S_1$  là quãng đường vật đi trong 2 giây đầu và  $S_2$  là quãng đường đi từ giây thứ 3 đến giây thứ 5. Chứng minh  $S_2 > S_1$ ?

**Lời giải**

$$S_1 = \int_0^2 \left( \frac{1}{2\pi} + \frac{\sin(\pi t)}{\pi} \right) dt \approx 0,35318 (\text{m}), S_2 = \int_3^5 \left( \frac{1}{2\pi} + \frac{\sin(\pi t)}{\pi} \right) dt \approx 0,45675 (\text{m})$$

Vậy  $S_2 > S_1$ .

**Câu 6.** Giả sử một vật đi từ trạng thái nghỉ  $t=0(\text{s})$  chuyển động thẳng với vận tốc  $v(t) = t(5-t)(\text{m/s})$ . Tìm quãng đường vật đi được cho đến khi nó dừng lại.

**Lời giải**

$$t(5-t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=5 \end{cases}$$

Khi vật dừng lại, vận tốc của vật bằng 0. Ta có

$$s = \int_0^5 (5-t) dt = \left( \frac{5t^2}{2} - \frac{t^3}{3} \right) \Big|_0^5 = \frac{125}{6}$$

Quãng đường vật đi được cho đến khi nó dừng lại.

**Câu 7.** Một vật chuyển động chậm dần với vận tốc  $v(t) = 160 - 10t (\text{m/s})$ . Tìm quãng đường  $S$  mà vật di chuyển trong khoảng thời gian từ thời điểm  $t=0(\text{s})$  đến thời điểm vật dừng lại.

**Lời giải**

Ta có, vật dừng lại khi  $v(t) = 0 \Leftrightarrow 160 - 10t = 0 \Leftrightarrow t = 16 (\text{s})$

Khi đó, quãng đường  $S$  mà vật di chuyển trong khoảng thời gian từ thời điểm  $t=0(\text{s})$  đến thời điểm vật

$$S = \int_0^{16} (160 - 10t) dt = 1280 (\text{m})$$

dừng lại là

**Câu 8.** Một ô tô đang chạy với tốc độ  $20 (\text{m/s})$  thì người lái đạp phanh, từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = 5t + 20 (\text{m/s})$ , trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét (m)?

**Lời giải**

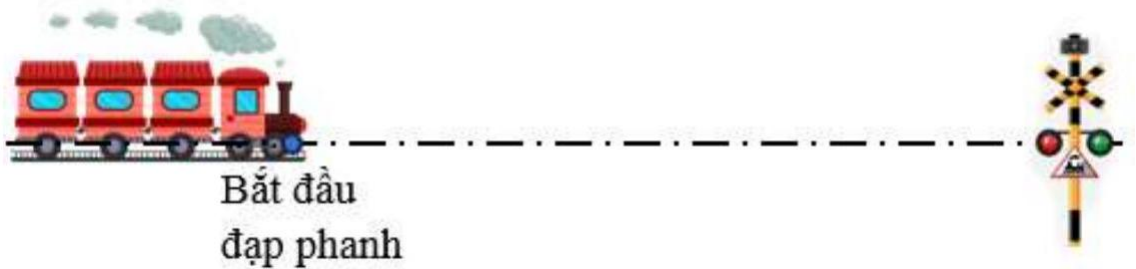
Lấy mốc thời gian  $(t=0)$  là lúc đạp phanh.

Khi ô tô dừng hẳn thì  $v(t) = 0 \Rightarrow 5t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = -4 (\text{s})$

$$s = \int_0^4 (-5t + 20) dt = 40 \text{ (m)}$$

Vậy từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được.

**Câu 9.** Một tàu lửa đang chạy với vận tốc  $200 \text{ (m/s)}$  thì người lái tàu đạp phanh để dừng ở trạm ga; từ thời điểm đó, tàu chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = 240 - 20t \text{ (m/s)}$ . Trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, tàu di chuyển được quãng đường là bao nhiêu mét?



**Lời giải**

Lấy mốc thời gian là lúc bắt đầu đạp phanh. Giả sử  $t_0$  là thời điểm tàu dừng hẳn.

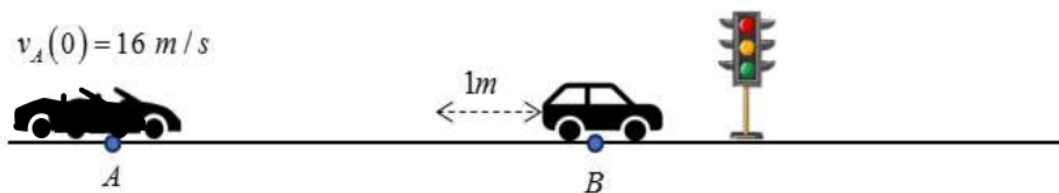
Khi đó  $v(t_0) = 0 \Leftrightarrow 240 - 20t_0 = 0 \Leftrightarrow t_0 = 12 \text{ (s)}$ .

Như vậy từ lúc đạp phanh đến lúc tàu dừng hẳn là  $12 \text{ (s)}$ .

Quãng đường tàu di chuyển được trong khoảng thời gian  $12 \text{ (s)}$  là

$$s = \int_0^{12} (240 - 20t) dt = 1440 \text{ (m)}$$

**Câu 10.** Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 1 m. Một ô tô  $A$  đang chạy với vận tốc  $16 \text{ m/s}$  bỗng gặp ô tô  $B$  đang dừng đèn đỏ nên ô tô  $A$  hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức  $v_A(t) = 16 - 4t$  (đơn vị tính bằng  $\text{m/s}$ ), thời gian tính bằng giây. Hỏi rằng để có 2 ô tô  $A$  và  $B$  đạt khoảng cách an toàn khi dừng lại thì ô tô  $A$  phải hãm phanh khi cách ô tô  $B$  một khoảng ít nhất là bao nhiêu?



**Lời giải**

Ta có.  $v_A(0) = 16 \text{ (m/s)}$

Khi xe  $A$  dừng hẳn.  $v_A(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4 \text{ s}$

$$s = \int_0^4 (16 - 4t) dt = 32 \text{ m}$$

Quãng đường từ lúc xe  $A$  hãm phanh đến lúc dừng hẳn là

Do các xe phải cách nhau tối thiểu 1 m để đảm bảo an toàn nên khi dừng lại ô tô  $A$  phải hãm phanh khi cách ô tô  $B$  một khoảng ít nhất là 33 m.

