|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GD&ĐT TP VINH** | **KIỂM TRA HỌC SINH GIỎI LỚP 9**  **Môn thi: Toán** |
| **TRƯỜNG THCS ĐẶNG THAI MAI** | Thời gian làm bài: ***150 phút*** |

**Bài 1 *(4,0 điểm).***

a) Cho biểu thức . Rút gọn  với .

b) Cho  là ba số thực dương thỏa mãn . Chứng minh rằng:

.

**Bài 2 *(6,0 điểm).*** a) Giải phương trình .

b) Giải phương trình .

c) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: .

d) Cho hai số nguyên dương  thỏa mãn  và . Chứng minh  là hai số chính phương liên tiếp.

**Bài 3 *(2,0 điểm).*** a) Cho . Chứng minh rằng

.

b) Cho ba số không âm . Chứng minh rằng:



**Bài 4 *(7,0 điểm).*** Cho tam giác nhọn  đường cao . Gọi  là các điểm lần lượt thuộc các tia  sao cho .

a) Chứng minh .

b) Gọi  thuộc đoạn thẳng  (). Trên tia đối của tia  lấy điểm  sao cho . Trên tia đối của tia  lấy  sao cho . Qua  vẽ đường thẳng vuông góc với  cắt đường thẳng  tại . Chứng minh .

c) Các đường thẳng  cắt nhau tại . Chứng minh .

**Bài 5 *(1,0 điểm).*** Cho năm số nguyên dương đôi một phân biệt sao cho mỗi số trong chúng không có ước nguyên tố nào khác 2 và 3. Chứng minh rằng trong năm số đó tồn tại hai số mà tích của chúng là một số chính phương.

***Hết***

**ĐÁP ÁN**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Bài | Câu | Đáp án | Điểm |
| 1 | a | Rút gọn A=2x | 1 |
| Thay vào | 0,5  0,5 |
| b) | Ta có | 0,5  0,5  0,5  0,5 |
| 2 | a | ĐKXĐ: . | 0,25 |
| Phương trình đã cho tương đương với | 0,5 |
|  | 0,25 |
| Với  Để (1) xảy ra thì . | 0,5 |
| Phương trình (2) tương đương với  (vô nghiệm vì vế trái dương với mọi . | 0,5 |
| Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là: . |  |
| b | Điều kiện . | 0,25 |
|  | 0,5 |
| Ta có .  Suy ra .  Do đó (2) vô nghiệm.  Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là: . | 0,25 |
| c |  | 0,5  0,5 |
| Mà 65 lẻ,  chẵn nên .  TH1:  (loại).  TH2: | 0,25  0,25  0,25 |
| Vậy | 0,25 |
| d |  | 0,5 |
| Suy ra a, b đều chính phương. Lại có  nên  là hai số chính phương liên tiếp. | 0,5 |
| 3 | a | Theo bất đẳng thức AM-GM, ta có:  .  Tương tự, ta có .  Do đó . Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi . | 0,5  0,25  0,25 |
| b | Ta có .  Tương tự . | 0,25 |
| Suy ra  (theo BĐT Cô si cho ba số không âm ). (1) | 0,25 |
| Lại có    (theo BĐT Cô si cho ba số không âm ). (2)  Nhân theo vế (1) và (2) suy ra  .  Dấu bằng xảy ra khi a=b=c | 0,25  0,25 |
| 4 |  |  |  |
| a | a) Xét tam giác ABE vuông tại A, đường cao AH:  Xét tam giác ACF vuông tại A, đường cao AH: | 0,5  0,5 |
| Từ đây ta suy ra | 1  1 |
| b | Gọi J là giao điểm của KB và EM; I là giao điểm của KC và FN.  Xét tam giác KFC: KH, FI là các đường cao nên P là trực tâm.  Khi đó | 0,5 |
| Lại có  .    Suy ra P cũng là trực tâm tam giác KBE. | 0,5  0,5 |
| Do đó | 0,5 |
| c | Ta có | 1,0 |
|  | 0,5 |
|  | 0,5 |
| 5 |  | Bài 5- Theo nguyên lý Đi rích lê, 5=2.2+1 nên trong năm số có ba số có lũy thừa của 3 cùng tính chẵn lẻ.  Vì 3=2.1+1 nên trong ba số này lại có hai số mà lũy thừa của 2 cùng tính chẵn lẻ.  Khi đó hai số này có tổng lũy thừa của 2 hay 3 đều chẵn nên tích là số chính phương. Từ đó ta có điều phải chứng minh. | 0,5  0,5 |