

Khái niệm phương trình

Dạng 1. Tìm điều kiện của phương trình

- Câu 1.** Điều kiện xác định của phương trình $\frac{2x}{x^2+1} - 5 = \frac{3}{x^2+1}$ là
- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ B. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ C. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ **D. $D = \mathbb{R}$**

Lời giải

Chọn D

Do $x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên điều kiện xác định của phương trình là $D = \mathbb{R}$.

- Câu 2.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{3x-1}{-4-2x}$ là
- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{4\}$ B. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-4\}$ **D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$**

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $-4 - 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2$.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

- Câu 3.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{x^2-1}{x^2+3x-4}$ là
- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 4\}$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; -4\}$. **D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-4\}$**

Lời giải

Chọn C

$$x^2 + 3x - 4 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -4 \end{cases} \quad D = \mathbb{R} \setminus \{-4; 1\}$$

Điều kiện xác định . Vậy

- Câu 4.** Điều kiện xác định của phương trình $x + \sqrt{2x+1} = \sqrt{1-x}$ là
- A. $-\frac{1}{2} < x < 1$ B. $-\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ C. $x \geq -\frac{1}{2}$ **D. $x \leq 1$**

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định của phương trình là $\begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq 1$.

- Câu 5.** (KSNLGV - THUẬN THÀNH 2 - BẮC NINH NĂM 2018 - 2019) Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{x-2} = \sqrt{x-3}$ là:

A. $x \geq 2$.

B. $x > 3$.

C. $x \geq 1$.

D. $x \geq 3$.

Lời giải

Chọn D

PT có nghĩa khi:

$$\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x-2 \geq 0 \\ x-3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \geq 2 \\ x \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 3$$

. Vậy điều kiện xác định của pt trên là: $x \geq 3$.

Câu 6.

Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-2} = 8-x$ là

A. $x \in [2; 8]$.

B. $x \leq 8$.

C. $x \geq 2$.

D. $x < 8$.

Lời giải

Chọn C

ĐK: $x-2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$

Câu 7.

Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-2} + \frac{6}{x-3} = 4$ là tập nào sau đây?

A. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

B. $[2; +\infty)$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $[2; +\infty) \setminus \{3\}$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \neq 3 \end{cases}$$

Điều kiện xác định của phương trình:

Câu 8.

Cho phương trình $\sqrt{x^3-1} + \sqrt{x+1} = \frac{1}{\sqrt{x^2-4}}$. Tìm điều kiện xác định của phương trình đã cho.

A. $x \leq -2$ và $x \geq 2$.

B. $x \geq 1$ và $x \neq 2$.

C. $x > 2$.

D. $x \geq 2$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} x^3-1 \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \\ x^2-4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2.$$

Điều kiện xác định của phương trình

Câu 9.

Điều kiện xác định của phương trình $\frac{\sqrt{x+5}}{x-2} = 1$ là

A. $x \geq -5$.

B. $\begin{cases} x > -5 \\ x \neq 2 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x \geq -5 \\ x \neq 2 \end{cases}$.

D. $x > 2$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện của phương trình là $\begin{cases} x+5 \geq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -5 \\ x \neq 2 \end{cases}$

Câu 10. Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-2} + \frac{x^2+5}{\sqrt{7-x}} = 0$?

- A.** $[2; 7)$ **B.** $(2; +\infty)$ **C.** $[2; 7]$ **D.** $[7; +\infty)$

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định của phương trình đã cho là: $\begin{cases} x-2 \geq 0 \\ 7-x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x < 7 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq x < 7$

Câu 11. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{\sqrt{x+4}}{x^2-1} = \frac{2}{\sqrt{3-x}}$ là:

- A.** $x \in (-4; +\infty)$ **B.** $x \in [-4; 3) \setminus \{\pm 1\}$ **C.** $x \in (-\infty; 3)$ **D.** $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$

Lời giải:

Chọn B

Phương trình đã cho xác định khi $\begin{cases} x+4 \geq 0 \\ x^2-1 \neq 0 \\ 3-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ x \neq \pm 1 \\ x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \leq x < 3 \\ x \neq \pm 1 \end{cases}$

Câu 12. Tìm điều kiện của phương trình sau: $\frac{x^2+1}{x-2} = \sqrt{3x}$

- A.** $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 2 \end{cases}$ **B.** $x \neq 2$ **C.** $x \geq 0$ **D.** $x \geq 2$

Lời giải

Để phương trình có nghĩa ta phải có: $\begin{cases} x \neq 2 \\ x \geq 0 \end{cases}$

Đáp án A.

Câu 13. Tìm điều kiện xác định của phương trình: $\frac{\sqrt{x-1}}{|x|-4} = 0$

- A.** $x \geq 0$ **B.** $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 4 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x \leq 0 \\ x \neq -4 \end{cases}$ **D.** $x \leq 0$

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} x \geq 0 \\ |x|-4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ |x| \neq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq \pm 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 4 \end{cases}$

Đáp án B.

- Câu 14.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{mx}{\sqrt{x-m+2}-1}$ xác định trên $(0;1)$.
- A. $m \in (-\infty; -1] \cup \{2\}$ B. $m \in \left(-\infty; \frac{3}{2}\right] \cup \{2\}$
C. $m \in (-\infty; 1] \cup \{2\}$ D. $m \in (-\infty; 1] \cup \{3\}$

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định của hàm số là: $\begin{cases} x-m+2 \geq 0 \\ \sqrt{x-m+2}-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m-2 \\ x \neq m-1 \end{cases}$

Tập xác định của hàm số là $D = [m-2; m-1) \cup (m-1; +\infty)$

Để hàm số xác định trên $(0;1)$ thì $(0;1) \subset D \Rightarrow \begin{cases} (0;1) \subset [m-2; m-1) \\ (0;1) \subset (m-1; +\infty) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-2 \leq 0 \\ m-1 \geq 1 \\ m-1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ m \geq 1 \\ m \leq 1 \end{cases} \Rightarrow m \in (-\infty; 1] \cup \{2\}$$

- Câu 15.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(m^2 - m)x + 2 = -mx + x + 2m$ nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$.
- A. $m = 2$ B. $m = -2$ C. $m = 1$ D. $m = -1$

Lời giải

Chọn C

$$(m^2 - m)x + 2 = -mx + x + 2m \Leftrightarrow (m^2 - 1)x = 2m - 2 \quad (1).$$

Phương trình (1) nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 = 0 \\ 2m - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \\ m = 1 \end{cases} \Rightarrow m = 1$

- Câu 16.** Tìm m để phương trình $\frac{x^2 - 1}{x - m + 2} = 0$ xác định trên $[-1; 1)$.
- A. $\begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m > 1 \\ m \geq 3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m < 1 \\ m \geq 3 \end{cases}$ D. $1 < m \leq 3$

Lời giải

Phương trình xác định khi: $x \neq m - 2$.

Khi đó để phương trình xác định trên $[-1; 1)$ thì:

$$m - 2 \notin [-1; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 < -1 \\ m - 2 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \geq 3 \end{cases}$$

Đáp án C.

- Câu 17.** Cho phương trình: $\sqrt{-x+2m-1} - \frac{1}{\sqrt{x-m+2}} = 0$. Tìm m để phương trình xác định trên $(0;1]$.
- A.** $1 < m \leq 2$ **B.** $1 \leq m \leq 2$ **C.** $1 \leq m < 2$ **D.** $1 < m < 2$

Lời giải

Điều kiện xác định của phương trình là:

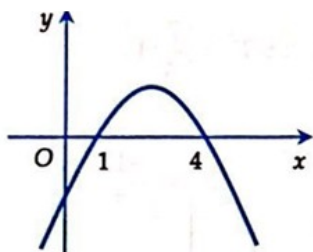
$$\begin{cases} -x+2m-1 \geq 0 \\ x-m+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2m-1 \\ x > m-2 \end{cases} \Leftrightarrow m-2 < x \leq 2m-1$$

Hay phương trình xác định trên $(m-2; 2m-1]$ do đó điều kiện để phương trình xác định trên $(0;1]$ là: $(0;1] \subset (m-2; 2m-1]$

$$\Leftrightarrow m-2 \leq 0 < 1 \leq 2m-1 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ m \geq 1 \end{cases} \text{ hay } 1 \leq m \leq 2.$$

Đáp án B.

- Câu 18.** Cho parabol $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $\sqrt{f(x)} = 3$ có điều kiện xác định là:



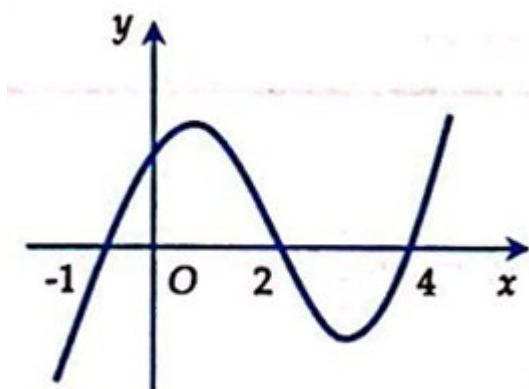
- A.** $\begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 4 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 4 \end{cases}$ **C.** $1 \leq x \leq 4$ **D.** $\forall x \in \mathbb{R}$

Lời giải

Điều kiện: $f(x) \geq 0$ nhìn đồ thị ta thấy: $1 \leq x \leq 4$ thì đồ thị nằm phía trên trục hoành hay hàm cho $f(x) \geq 0$.

Đáp án C.

- Câu 19.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. Phương trình $\sqrt{f(x)} = 0$ xác định trên khoảng $(-1; 4)$.
- B. Phương trình $\sqrt{f(x)} = 0$ xác định trên đoạn $[2; 4]$.
- C. Phương trình $\frac{1}{\sqrt{f(x)}} = 0$ xác định trên khoảng $(-1; 2)$.
- D. Phương trình $\frac{1}{\sqrt{f(x)}}$ xác định trên khoảng $(0; 4)$.

Lời giải

Nhìn đồ thị ta thấy $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 2)$

Đáp án C.

Dạng 2. Phương trình tương đương, phương trình hệ quả

Câu 20. (THPT Nhữ Văn Lan - Hải Phòng - Học kỳ I - 2019) Hai phương trình được gọi là tương đương khi

- A. Có cùng tập xác định. B. Có số nghiệm bằng nhau.
- C. Có cùng dạng phương trình. D. Có cùng tập hợp nghiệm.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa sách giáo khoa ¹⁰ thì hai phương trình được gọi là tương đương nếu chúng có cùng tập hợp nghiệm.

Câu 21. (THPT Phan Bội Châu - KTHK 1-17-18) Trong các phương trình sau, phương trình nào tương đương với phương trình $x - 1 = 0$?

- A. $x + 2 = 0$. B. $x + 1 = 0$. C. $2x - 2 = 0$. D. $(x - 1)(x + 2) = 0$.

Lời giải

Chọn C

Hai phương trình $x - 1 = 0$ và $2x - 2 = 0$ tương đương nhau vì có cùng tập nghiệm là $S = \{1\}$.

Câu 22. Cho phương trình: $x^2 + x = 0$ ⁽¹⁾. Phương trình nào tương đương với phương trình ⁽¹⁾?

A. $x(x+1)=0$ B. $x+1=0$ C. $x^2+(x+1)^2=0$ D. $x=0$

Lời giải

Chọn A

$$(1) \Leftrightarrow x^2 + x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$x(x+1)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

Ý A:

Câu 23. Xét trên tập số thực, khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hai phương trình $x^2 + 1 = 0$ và $|x+1| = -3$ là hai phương trình tương đương.
 B. Các phương trình bậc 3 một ẩn đều có 3 nghiệm thực.
 C. Các phương trình bậc 2 một ẩn đều có 2 nghiệm thực.
 D. Định lý Vi-ét không áp dụng cho phương trình bậc 2 có nghiệm kép.

Lời giải

Chọn A

Ở đáp án A, Dễ thấy hai phương trình đều vô nghiệm nên chúng là hai phương trình tương đương.

Câu 24. (ĐỘI CÁN VINH PHÚC LẦN 1 2018-2019) Phương trình $4x + \frac{3}{\sqrt{x+3}} = -x^2 + \frac{3}{\sqrt{x+3}}$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $x > -3$.

Với điều kiện trên, ta có:

$$4x + \frac{3}{\sqrt{x+3}} = -x^2 + \frac{3}{\sqrt{x+3}} \Leftrightarrow 4x = -x^2 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -4 \end{cases}$$

So sánh điều kiện, ta có $x = 0$ là nghiệm của phương trình.

Câu 25. Phương trình nào sau đây tương đương với phương trình $x^2 - 3x = 0$?

- A. $x^2\sqrt{x-3} = 3x\sqrt{x-3}$. B. $x^2 + \frac{1}{x-3} = 3x + \frac{1}{x-3}$.
C. $x^2 + \sqrt{x^2+1} = 3x + \sqrt{x^2+1}$. D. $x^2 + \sqrt{x-2} = 3x + \sqrt{x-2}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $x^2 - 3x = 0$ có hai nghiệm $x = 0; x = 3$

Phương trình đáp án A không nhận $x=0$ là nghiệm do không thỏa mãn điều kiện xác định của phương trình

Phương trình đáp án B không nhận $x=3$ là nghiệm do không thỏa mãn điều kiện xác định của phương trình

Phương trình đáp án D không nhận $x=0$ là nghiệm do không thỏa mãn điều kiện xác định của phương trình

Câu 26. Cho phương trình $f(x) = g(x)$ xác định với mọi $x > 0$. Trong các phương trình dưới đây, phương trình nào **không** tương đương với phương trình đã cho?

- A. $\sqrt{x^2 + 2x + 3} \cdot f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 3} \cdot g(x)$ B. $\frac{f(x)}{\sqrt{-x}} = \frac{g(x)}{\sqrt{-x}}$!
- C. $k \cdot f(x) = k \cdot g(x)$, với mọi số thực $k \neq 0$ D. $(x^2 + 1) \cdot f(x) = (x^2 + 1) \cdot g(x)$

Lời giải

Chọn B

$\frac{f(x)}{\sqrt{-x}} = \frac{g(x)}{\sqrt{-x}}$ xác định khi $x < 0$ và $f(x), g(x)$ có nghĩa.

Biến đổi từ phương trình $f(x) = g(x)$ sang phương trình $\frac{f(x)}{\sqrt{-x}} = \frac{g(x)}{\sqrt{-x}}$ không là biến đổi tương đương do làm thay đổi TXĐ của phương trình nên hai phương trình này không tương đương.

Câu 27. (THPT Phan Bội Châu - KTHK 1-17-18) Cho phương trình $f(x) = 0$ có tập nghiệm $S_1 = \{m; 2m - 1\}$ và phương trình $g(x) = 0$ có tập nghiệm $S_2 = [1; 2]$. Tìm tất cả các giá trị m để phương trình $g(x) = 0$ là phương trình hệ quả của phương trình $f(x) = 0$.

- A. $1 < m < \frac{3}{2}$ B. $1 \leq m \leq 2$ C. $m \in \emptyset$ D. $1 \leq m \leq \frac{3}{2}$!

Lời giải

Chọn D

Gọi S_1, S_2 lần lượt là tập nghiệm của hai phương trình $f(x) = 0$ và $g(x) = 0$.

Ta nói phương trình $g(x) = 0$ là phương trình hệ quả của phương trình $f(x) = 0$ khi $S_1 \subset S_2$.

$$\begin{cases} 1 \leq m \leq 2 \\ 1 \leq 2m - 1 \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq m \leq 2 \\ 1 \leq m \leq \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m \leq \frac{3}{2}$$

Khi đó ta có

Câu 28. Phương trình nào sau đây tương đương với phương trình: $x^2 - 4 = 0$?

- A. $(2 + x)(-x^2 + 2x + 1) = 0$ B. $(x - 2)(x^2 + 3x + 2) = 0$
- C. $\sqrt{x^2 - 3} = 1$ D. $x^2 - 4x + 4 = 0$

Lời giải

Ta có phương trình: $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$ do đó tập nghiệm của phương trình đã cho là: $S_0 = \{-2; 2\}$. Xét các đáp án:

- Đáp án A: Giải phương trình: $(2+x)(-x^2+2x+1)=0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2=0 \\ -x^2+2x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=1 \pm \sqrt{2} \end{cases}$$

Do đó tập nghiệm của phương trình là: $S_1 = \{-2; 1-\sqrt{2}; 1+\sqrt{2}\} \neq S_0$

$$(x-2)(x^2+3x+2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-1 \\ x=-2 \end{cases}$$

- Đáp án B: Giải phương trình:

Do đó tập nghiệm của phương trình là: $S_2 = \{-2; -1; 2\} \neq S_0$.

- Đáp án C: Giải phương trình: $\sqrt{x^2-3}=1 \Leftrightarrow x^2-3=1 \Leftrightarrow x=\pm 2$

Do đó tập nghiệm $S_3 = S_0$ nên chọn đáp án **C**.

- Đáp án D: Có $S_4 = \{2\} \neq S_0$.

Đáp án C.

Câu 29. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\sqrt{x-1}=2\sqrt{x-1} \Leftrightarrow x-1=0$

B. $x^2+1=0 \Leftrightarrow \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}=0$

C. $|x-2|=|x+1| \Leftrightarrow (x-2)^2=(x+1)^2$

D. $x^2=1 \Leftrightarrow x=1$

Lời giải

Chọn đáp án D vì $x^2=1 \Leftrightarrow x=\pm 1$

Còn các khẳng định khác đều đúng.

Đáp án D.

Câu 30. Cho phương trình $2x^2 - x = 0$. Trong các phương trình sau đây phương trình nào không phải là phương trình hệ quả của phương trình đã cho:

A. $2x - \frac{x}{1-x} = 0$

B. $4x^3 - x = 0$

C. $(2x^2 - x)^2 + (x-5)^2 = 0$

D. $2x^3 + x^2 - x = 0$

Lời giải

$$\text{Giải phương trình } 2x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{Tập nghiệm } S_0 = \left\{0; \frac{1}{2}\right\}$$

Ta xét các đáp án:

$$2x - \frac{x}{1-x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x \neq 0 \\ 2x(1-x) - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

- Đáp án A:

$$S_1 = \left\{0; \frac{1}{2}\right\} \supset S_0$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là

Vậy phương trình ở đáp án A là phương trình hệ quả của phương trình đã cho.

$$4x^3 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow S_2 = \left\{0; \frac{-1}{2}; \frac{1}{2}\right\} \Rightarrow S_2 \supset S_0$$

- Đáp án B:

Vậy phương trình ở đáp án B là phương trình hệ quả của phương trình đã cho.

$$(2x^2 - x)^2 + (x - 5)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - x = 0 \\ x - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - x = 0 \\ x = 5 \end{cases} \text{ vô nghiệm}$$

- Đáp án C:

$$\Rightarrow S_3 = \emptyset \Rightarrow S_3 \not\supset S_0$$

Vậy phương trình ở đáp án C không là phương trình hệ quả của phương trình đã cho.

$$S_4 = \left\{-1; 0; \frac{1}{2}\right\} \supset S_0$$

- Đáp án D: Giải phương trình ta có:

Đáp án C.

Câu 31. Chọn cặp phương trình tương đương trong các cặp phương trình sau:

A. $2x + \sqrt{x-3} = 1 + \sqrt{x-3}$ và $2x = 1$

B. $\frac{x\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} = 0$ và $x = 0$

C. $\sqrt{x+1} = 2 - x$ và $x+1 = (2-x)^2$

D. $x + \sqrt{x-2} = 1 + \sqrt{x-2}$ và $x = 1$

Lời giải

Xét các đáp án:

$$2x + \sqrt{x-3} = 1 + \sqrt{x-3} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ 2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset$$

- Đáp án A: + Phương trình

+ Phương trình $2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

Do đó cặp phương trình ở đáp án A không tương đương vì không cùng tập nghiệm.

- Đáp án B: + Phương trình $\frac{x\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$

+ Phương trình $x = 0$

Vậy chọn đáp án **B**.

- Đáp án C: + Phương trình $\sqrt{x+1} = 2-x \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = (2-x)^2 \\ 2-x \geq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 3 = 0 \\ x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{5 - \sqrt{13}}{2}$

+ Phương trình $x+1 = (2-x)^2 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$

Do đó hai phương trình trong đáp án C không tương đương.

- Đáp án D: $x + \sqrt{x-2} = 1 + \sqrt{x-2} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow$ Tập nghiệm rỗng.

Do đó phương trình $x + \sqrt{x-2} = 1 + \sqrt{x-2}$ và $x = 1$ không phải là hai phương trình tương đương.

Đáp án B.

Câu 32. Hai phương trình nào sau đây không tương đương với nhau:

A. $\sqrt{x-1} = x$ và $(2x+1)\sqrt{x-1} = x(2x+1)$

B. $\sqrt{(x+1)(2-x)} = 0$ và $\sqrt{1+x} \cdot \sqrt{2-x} = 0$

C. $\frac{2x}{(x+1)^2} = \frac{x^2}{x+1}$ và $\frac{2x}{x+1} = x^2$

D. $\sqrt{x^2(x-2)} = 0$ và $|x| \cdot \sqrt{x-2} = 0$

Lời giải

Ta xét các đáp án:

- Đáp án A: Điều kiện của hai phương trình là $x \geq 1$

Khi đó $2x+1 > 0$ nên ta có thể chia 2 vế của phương trình thứ hai cho $2x+1$ nên hai phương trình tương đương.

- Đáp án B: Hai phương trình có cùng tập nghiệm là $\{-1; 2\}$ nên tương đương.

- Đáp án C: Điều kiện của hai phương trình là $x \neq -1$ nên ta có thể nhận phương trình thứ nhất với $x+1 \neq 0$ ta được phương trình thứ hai.

Vậy hai phương trình tương đương.

- Đáp án D: Phương trình $\sqrt{x^2(x-2)}=0$ có 2 nghiệm $x=2$ và $x=0$ thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} x=0 \\ x \geq 2 \end{cases}$.

Còn phương trình $|x|\sqrt{x-2}=0$ chỉ có nghiệm $x=2$ vì $x=0$ không thỏa mãn điều kiện $x \geq 2$.

Vậy hai phương trình không cùng tập nghiệm nên không tương đương.

Đáp án D.

Câu 33. Phép biến đổi nào sau đây là phép biến đổi tương đương?

A. $x + \sqrt{x^2 - 2} = x^2 + \sqrt{x^2 - 2} \Leftrightarrow x = x^2$.

B. $\sqrt{2-x} = x \Leftrightarrow 2-x = x^2$.

C. $x + \sqrt{x-2} = x^2 + \sqrt{x-2} \Leftrightarrow x = x^2$.

D. $x + \sqrt{x^2 + 3} = x^2 + \sqrt{x^2 + 3} \Leftrightarrow x = x^2$!

Lời giải

Chọn D

* Xét phương án A:

$$x + \sqrt{x^2 - 2} = x^2 + \sqrt{x^2 - 2} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2 \geq 0 \\ x = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2 \geq 0 \\ \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset$$

$$x = x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

2 phương trình không có cùng tập nghiệm nên phép biến đổi không tương đương.

* Xét phương án B:

$$\sqrt{2-x} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2-x = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases} \end{cases}$$

$$2-x = x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}$$

2 phương trình không có cùng tập nghiệm nên phép biến đổi không tương đương.

* Xét phương án C:

$$x + \sqrt{x-2} = x^2 + \sqrt{x-2} \Leftrightarrow x = x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x=0 \Leftrightarrow x \in \emptyset \\ x=1 \end{cases}$$

$$x = x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$$

2 phương trình không có cùng tập nghiệm nên phép biến đổi không tương đương.

* Xét phương án D:

$$x + \sqrt{x^2+3} = x^2 + \sqrt{x^2+3} \Leftrightarrow x = x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+3 \geq 0 \\ x = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$$

$$x = x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$$

2 phương trình có cùng tập nghiệm nên phép biến đổi là tương đương.

Câu 34. Xác định m để hai phương trình sau tương đương:

$$x^2 + x + 2 = 0 \quad (1) \text{ và } x^2 - 2(m+1)x + m^2 + m - 2 = 0 \quad (2)$$

A. $m < -3$

B. $m \leq -3$

C. $m \leq -6$

D. $m \geq -6$

Lời giải

Để thấy phương trình (1) vô nghiệm.

Để hai phương trình tương đương thì phương trình (2) cũng phải vô nghiệm, tức là:

$$\Delta' = (m+1)^2 - (m^2 + m - 2) < 0 \Leftrightarrow m+3 < 0 \Leftrightarrow m < -3$$

Đáp án A.

Câu 35. Tìm m để hai phương trình sau tương đương:

$$2x^2 + mx - 2 = 0 \text{ và } 2x^3 + (m+4)x^2 + 2(m-1)x - 4 = 0 \quad (2)$$

A. $m = 2$

B. $m = 3$

C. $m = -2$

D. $m = -3$

Lời giải

Ta có: Phương trình (2) $\Leftrightarrow (x+2)(2x^2 + mx - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ 2x^2 + mx - 2 = 0 \end{cases}$

Do hai phương trình tương đương nên $x = -2$ cũng là nghiệm của phương trình (1), thay vào ta có $m = 3$. Khi $m = 3$ hai phương trình đã cho có cùng tập nghiệm nên tương đương.

Đáp án B.

Câu 36. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hai phương trình sau tương đương:

$$mx^2 - 2(m-1)x + m - 2 = 0 \quad (1) \text{ và } (m-2)x^2 - 3x + m^2 - 15 = 0 \quad (2)$$

A. $m = -5$

B. $m = -5; m = 4$

C. $m = 4$

D. $m = 5$

Lời giải

$$\Leftrightarrow (x-1)(mx-m+2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ mx-m+2=0 \end{cases}$$

Phương trình (1)

Do 2 phương trình tương đương nên $x=1$ cũng phải là nghiệm của (2) nên thay $x=1$ vào phương trình (2) ta có:

$$m-2-3+m^2-15=0 \Leftrightarrow m^2+m-20=0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=4 \\ m=-5 \end{cases}$$

+ Với $m=4$:

$$4x^2-6x+2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow S_1 = \left\{1; \frac{1}{2}\right\}$$

Phương trình (1) trở thành:

$$2x^2-3x+1=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow S_2 = \left\{1; \frac{1}{2}\right\} = S_1$$

Phương trình (2) trở thành

Vậy hai phương trình tương đương.

+ Với $m=-5$:

$$-5x^2+12x-7=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{7}{5} \\ x=1 \end{cases} \Rightarrow T_1 = \left\{\frac{7}{5}; 1\right\}$$

Phương trình (1) trở thành:

$$-7x^2-3x+10=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{10}{7} \\ x=1 \end{cases} \Rightarrow T_2 = \left\{-\frac{10}{7}; 1\right\}$$

Phương trình (2) trở thành:

Vậy $T_1 \neq T_2 \Rightarrow$ Hai phương trình không tương đương.

Vậy $m=4$ thỏa mãn đề bài.

Đáp án C.