

ĐỀ THI KHU VỰC GIẢI TOÁN THPT TRÊN MÁY TÍNH CẦM TAY

ĐỀ THI NĂM 2006

Qui định: Các kết quả tính toán gần đúng, nếu không có chỉ định cụ thể, được ngầm định là chính xác tới 4 chữ số thập phân.

Bài 1. Tính giá trị của hàm số $y = 6 - 3\sqrt{\frac{x}{x^2 - 2x + 6}}$ tại $x = 2006$.

Đáp số: $y(2006) \approx 2,9984$

Bài 2. Cho hàm số $y = f(x) = xe^{\frac{1}{x^2}}$.

a) Tìm giá trị $f(0,1)$.

b) Tìm các cực trị của hàm số.

Đáp số: $f(0,1) \approx 2,6881 \times 10^{42}$; $y_{\text{CD}} = -\sqrt{2e} \approx -2,3316$;

$y_{\text{CT}} = \sqrt{2e} \approx 2,3316$

Bài 3. Khai triển biểu thức $(1 + x\sqrt{7})^2(1 + ax)^8$ dưới dạng $1 + 10x + bx^2 + \dots$.
Hãy tìm các hệ số a và b .

Đáp số: $a = \frac{5 - \sqrt{7}}{2} \approx 0,5586$; $b = \frac{70 + 5\sqrt{7}}{2} \approx 41,6144$

Bài 4. Biết dãy số $\{a_n\}$ được xác định theo công thức truy hồi sau:

$a_1 = 1$; $a_2 = 2$; $a_{n+2} = 3a_{n+1} + 2a_n$ với mọi n nguyên dương.

Hãy cho biết giá trị của a_{15} .

Đáp số: $a_{15} = 32826932$

Bài 5. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 24,21x + 2,42y + 3,85z = 30,24 \\ 2,31x + 31,49y + 1,52z = 40,95 \\ 3,49x + 4,85y + 28,72z = 42,81. \end{cases}$$

Đáp số: $x \approx 0,9444$; $y \approx 1,1743$; $z \approx 1,1775$

Bài 6. Tìm nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình

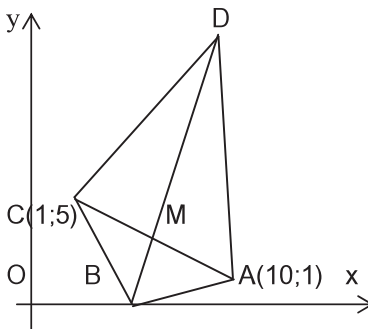
$$\cos \pi x^2 = \cos \pi(x^2 + 2x + 1).$$

Đáp số: $x = \frac{\sqrt{3} - 1}{2} \approx 0,3660$

Bài 7. Trong bài thực hành của môn huấn luyện quân sự có tình huống chiến sĩ phải bơi qua một con sông để tấn công một mục tiêu ở phía bờ bên kia sông. Biết rằng lòng sông rộng 100m và vận tốc bơi của chiến sĩ bằng nửa vận tốc chạy trên bộ. Bạn hãy cho biết chiến sĩ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất, nếu như dòng sông là thẳng và mục tiêu ở cách chiến sĩ 1km theo đường chim bay?

Đáp số: $\frac{200}{\sqrt{3}} \approx 115,4701$ (m)

Bài 8. Cho tứ giác ABCD có A(10; 1), B nằm trên trục hoành, C(1; 5), A và C đối xứng với nhau qua BD, M là giao điểm của hai đường chéo AC và BD, $BM = \frac{1}{4} BD$.



- a) Tính diện tích tứ giác ABCD.
b) Tính đường cao đi qua đỉnh D của tam giác ABD.

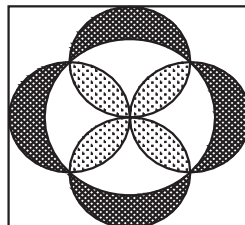
Đáp số: $S = \frac{194}{3}$; $h = \frac{398}{\sqrt{1261}} \approx 10,9263$

Bài 9. Cho tứ diện ABCD với góc tam diện tại đỉnh A có ba mặt đều là góc nhọn bằng. Hãy tính độ dài các cạnh AB, AC, AD biết rằng thể tích của tứ diện ABCD bằng 10 và $AB:AC:AD = 1:2:3$.

Đáp số:

$$AB = \sqrt[6]{200} \approx 2,4183; \quad AC = 2 \sqrt[6]{200} \approx 4,8366; \quad AD = 3 \sqrt[6]{200} \approx 7,2548$$

Bài 10. Viên gạch lát hình vuông với hoạ tiết trang trí được tô bằng ba loại mẫu như hình vẽ bên. Hãy tính tỉ lệ phần trăm diện tích của mỗi mẫu có trong viên gạch này.



Đáp số: $\frac{S_{\text{đám}}}{S} = 25\%$; $\frac{S_{\text{nhát}}}{S} = \frac{\pi - 2}{8} \approx 14,27\%$;

$$\frac{S_{\text{trắng}}}{S} = \frac{8 - \pi}{8} \approx 60,73\%$$

■ DÀNH CHO BỒ TÚC THPT

Qui định: Khi tính gần đúng chỉ lấy kết quả với 4 chữ số thập phân, riêng số đo góc thì lấy đến số nguyên giây.

Bài 1. Tính gần đúng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y = \frac{3x^2 - 4x + 1}{2x + 3}$.

Đáp số: $y_{\text{CB}} \approx -12,9226$; $y_{\text{CT}} \approx -0,0738$

Bài 2. Tính a và b nếu đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm M(-2; 3) và là tiếp tuyến của parabol $y^2 = 8x$.

Đáp số: $\begin{cases} a_1 = -2 \\ b_1 = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} a_2 = 0,5 \\ b_2 = 4 \end{cases}$

Bài 3. Tính gần đúng tọa độ các giao điểm của đường thẳng $3x + 5y = 4$ và elip $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Đáp số: $\begin{cases} x_1 \approx -1,5324 \\ y_1 \approx 1,7194 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 \approx 2,7257 \\ y_2 \approx -0,8354 \end{cases}$

Bài 4. Tính gần đúng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số.

$$f(x) = \cos 2x + \sqrt{3} \sin x + \sqrt{2}$$

Đáp số: $\max f(x) \approx 2,7892$; $\min f(x) \approx -1,3178$

Bài 5. Tính gần đúng (độ, phút, giây) nghiệm của phương trình

$$9\cos 3x - 5\sin 3x = 2.$$

Đáp số: $x_1 \approx 16^\circ 34' 53'' + k 120^\circ$;
 $x_2 \approx -35^\circ 57' 4'' + k 120^\circ$

Bài 6. Tính gần đúng khoảng cách giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = 5x^3 - 4x^2 - 3x + 2$.

Đáp số: $d \approx 3,0092$

Bài 7. Tính giá trị của a, b, c nếu đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đi qua các điểm A(2; - 3), B(4; 5), C(-1; - 5).

Đáp số: $a = \frac{2}{3}$, $b = 0$, $c = -\frac{17}{3}$

Bài 8. Tính gần đúng thể tích khối tứ diện ABCD biết rằng AB = AC = AD = 8dm, BC = BD = 9dm, CD = 10dm.

Đáp số: $V \approx 73,4800 \text{ dm}^3$

Bài 9. Tính gần đúng diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác có các đỉnh A(4; 5), B(- 6; 7), C(- 8; - 9).

Đáp số: $S \approx 268,4651$

Bài 10. Tính gần đúng nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - 2y = 5 \\ y^2 - 2x = 5. \end{cases}$

Đáp số: $\begin{cases} x_1 \approx 3,4495 \\ y_1 \approx 3,4495 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 \approx -1,4495 \\ y_2 \approx -1,4495 \end{cases} \quad \begin{cases} x_3 \approx -2,4142 \\ y_3 \approx 0,4142 \end{cases} \quad \begin{cases} x_4 \approx 0,4142 \\ y_4 \approx -2,4142 \end{cases}$