**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẬN TÂY HỒ**

**ĐỀ THI CHỌN LỌC HỌC SINH GIỎI LỚP 9**

**NĂM HỌC 2020-2021**

*Thời gian làm bài : 150 phút, không kể giao đề*

**Câu 1. (4 điểm)** Cho biểu thức 

1. Rút gọn biểu thức P
2. Tìm các số thực để biểu thức đạt giá trị nguyên

**Câu 2. (4 điểm)**

1. Tính giá trị của biểu thức biết 
2. Giải phương trình : 

**Câu 3. (4 điểm)**

1. Cho ba số thực khác 0 thỏa mãn 

Chứng minh rằng 

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên thỏa mãn 

**Câu 4. (6 điểm)** Cho điểm là trung điểm của đoạn thẳng Điểm thay đổi sao cho Đường phân giác trong của góc cắt BC tại D.

1. Chứng minh trong đó là diện tích tam giác 
2. Chứng minh 
3. Chứng minh rằng 

**Câu 5. (2 điểm)**

1. Cho các số dương thỏa mãn 

Chứng minh rằng 

1. Trên bảng có ghi số: . Mỗi lần thực hiện, cho phép xóa đi hai số bất kỳ trên bảng và thay bằng số Hỏi sau lần thực hiện phép xóa, số còn lại trên bảng là số nào ?

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1.**

1. Rút gọn biểu thức P. Điều kiện xác định : 

Đặt 



Thay vào P ta được 

1. **Tìm các số thực x để biểu thức P đạt giá trị nguyên**

****

****nguyên nên Từ đó , do nên 

Từ đó , do P nguyên nên 

Với 

Với 

**Câu 2.**

1. Ta có 

Xét Hay 

Vậy 

1. **Giải phương trình **

Điều kiện : 

Với điều kiện trên, phương trình tương đương



Giải (1)



Giải (2)



Vậy tập nghiệm của phương trình là 

**Câu 3.**

1. Ta có : 

Nhân 2 vế của (\*) với số khác 0 ta được : 

Nhân 2 vế của (\*) với số b khác 0 ta được :   
Nhân 2 vế của (\*) với số  khác 0 ta được :

Cộng từng vế ba đẳng thức trên ta được





1. **Tìm tất cả các cặp số nguyên thỏa mãn **

****

Trong khoảng không có số nguyên nào nên với mọi với mọi .

Do đó 

Và 



Từ đó 

Nếu là nghiệm nguyên của phương trình đã cho thì :



Vậy các cặp số nguyên thỏa mãn đề bài 

**Câu 4.**

****

1. Chứng minh trong đó là diện tích tam giác 

Kẻ đường cao của 

Trong tam giác vuông 



1. Chứng minh 

Kẻ đường cao của tam giác 

Lấy (1) +(2) ta được :



1. Chứng minh rằng 

Sử dụng kết quả câu 1, ta có :



Mà 



Từ đó : 

Dấu bằng xảy ra khi 

**Câu 5.**

1. Ta có : 

Do đó 

Nên 



Do vai trò của như nhau nên không mất tính tổng quát ta có thể giả sử . Mà . Xét hàm số bậc nhất biến là :

với và 

Ta có (với mọi   
với mọi c

Từ đó ta có với mọi tức là bất đẳng thức (\*) đúng.

Đằng thức xảy ra khi 

1. Giả sử các số trên bảng đang là . Ta cho tương ứng bảng này với tích 

Sau mỗi lần biến đổi, tích trên bị mất đi hai thừa số nhưng lại được thêm vào thừa số 

Do đó, tích trên có giá trị tuyệt đối không thay đổi, chỉ đổi dấu

Vì tích ban đầu bằng 0 (do có chứa thừa số nên số cuối cùng cũng phải có tích bằng 0 nghĩa là tích cuối cùng bằng 