**ĐỀ LỚP 11 HSG THPT HẬU LỘC 3 – THANH HÓA NĂM HỌC 2017-2018**

**Câu 1.** Tìm *m* nguyên dương nhỏ nhất để đồ thị hàm số  cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt  có hoành độ lần lượt sao cho  là số nguyên.

**Lời giải**

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt A, B $⇔$ phương trình hoành độ giao điểm: có 2 nghiệm phân biệt 

Khi đó: .

Do đó: là số nguyên thì  là ước của .

Ta được các phương trình tương ứng: .

.

.

.

Vậy giá trị  thỏa mãn yêu cầu bài toán là: .

**Câu 2.** Giải bất phương trình 

**Lời giải**

Điều kiện : 

TH 1 : Dễ thấy là nghiệm của bất phương trình (1)

TH 2 : Nếu  thì (1) tương đương :

 

  ( Đúng với mọi  )

TH 3 : Nếu  thì (1) tương đương :

 







 (Vô nghiệm).

Vậy tập nghiệm của bất phương trình :

**Câu 3.** Giải phương trình 

**Lời giải**

Đk:  khi đó phương trình đã cho tương đương với phương trình 



****

Với ****

Với  ** ** (tm)

Vậy nghiệm của pt là: ****.

**Câu 4.** Giải hệ phương trình 

**Lời giải**

Điều kiện: 

(1) .

Thay vào (2) ta có phương trình 

Xét  thỏa mãn (3), suy ra 

Xét : (3)



Kết hợp (3) và (4) ta được 

Kết luận: Hệ phương trình đã cho có 2 nghiệm: 

**Câu 5.** Chứng minh rằng trong tam giác *ABC* với 3 góc nhọn ta luôn có:

$$tanA+tanB+tanC+6\left(sinA+sinB+sinC\right)\geq 12\sqrt{3}$$

**Lời giải**

Ta chứng minh Bổ đề: Cho tam giác ABC với 3 góc nhọn ta luôn có BĐT: $tanA.tanB.tanC.sinA.sinB.sinC\geq \frac{27}{8}$ (1)

Thật vậy: ta có đẳng thức cơ bản

:$ sin2A+sin2B+sin2C=4sinA.sinB.sinC$

$⇔sinA.cosA+sinB.cosB+sinC.cosC=2sinA.sinB.sinC$ (2)

Áp dụng BĐT Cô si: $sinA.cosA+sinB.cosB+sinC.cosC\geq 3\sqrt[3]{sinA.sinB.sinC.cosA.cosB.cosC}$

Từ (2) suy ra: $2sinA.sinB.sinC\geq 3\sqrt[3]{sinA.sinB.sinC.cosA.cosB.cosC}$

 $ ⇔tanA.tanB.tanC.sinA.sinB.sinC\geq \frac{27}{8}$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $∆ABC$ đều. Bổ đề được chứng minh.

Ta luôn có: $tanA+tanB+tanC=tanA.tanB.tanC$

Áp dụng BĐT Cô si:

$$tanA.tanB.tanC+6sinA+6sinB+6sinC \geq 4\sqrt[4]{216.tanA.tanB.tanC.sinA.sinB.sinC}$$

$$⇔tanA.tanB.tanC+6sinA+6sinB+6sinC\geq 4\sqrt[4]{216.\left(\frac{27}{8}\right)}⇔tanA+tanB+tanC+6\left(sinA+sinB+sinC\right)\geq 12\sqrt{3}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $∆ABC$ đều

**Câu 6.** Cho dãy số xác định bởi: 

§Æt . TÝnh: .

**Lời giải**

Từ giả thiết ta có  và  nên (u­n) n∈N là dãy tăng.

Giả sử (u­n) có giới hạn:  thì : a = 2018a2 + a ⇒ a = 0 (vô lý). Vậy 



Do đó: Sn = 



**Câu 7.** Chứng minh rằng: 

**Lời giải**



Ta cm được: 



Ta có: 

Hệ số của  là: 

Mặt khác hệ số của  trong khai triển  là: 

     đpcm.

**Câu 8.** Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy*, chotam giác *ABC* có trung điểm cạnh *BC* là *M(3; –1*). Tọa độ điểm *E(–1; –3)* thuộc đường thẳng chứa đường cao qua đỉnh *B*. Đường thẳng *AC* qua *F(1; 3).* Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác *ABC* biết đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC* có đường kính *AD* với *D(4; –2).*

**Lời giải**

Gọi H là trực tâm tam giác ABC suy ra BDCH là hình bình hành

Suy ra M là trung điểm của DH suy ra **H(2; 0).**

\* Đường thẳng AC đi qua F(1; 3) và nhận

****

 làm vecto pháp tuyến nên PT:

 

Đường cao BH qua H và E nên phương trình

BH là x – y – 2 = 0.

 \* Gọi tọa độ B, C là:  .

Do M là trung điểm BC nên ta có hệ:



 \* Đường cao AH đi qua H và vuông góc BC nên

AH có phương trình x = 2.

Tọa độ A thỏa hệ: 

***Vậy tọa độ điểm thỏa yêu cầu bài toán là* **

**Câu 9.** Cho hình hộp *ABCD.A’B’C’D’* với *M, N* thuộc cạnh *CA, DC’* sao cho  và  .Tìm *m* để *MN* song song với *BD’*.

**Lời giải**

Đặt 

, MN // BD’ khi 



**Câu 10.** Cho tứ diện *ABCD* có *AB = a*, *CD = b*. Gọi *I, J* lần lượt là trung điểm *AB* và *CD.*Giả sử *AB* ⊥ *CD*, *M* nằm trên đoạn *IJ* sao cho . Tính diện tích thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) qua *M* song song với *AB*, *CD* và tứ diện *ABCD .*

**Lời giải**



*Xác định thiết diện của (ABCD)*

 *với mặt phẳng (α)*: Ta có : 

 ⇒ EF // AB (1)

 Tương tự : 

 ⇒ HG // AB (2)

 Từ (1) và (2) , suy ra EF // HG // AB (3)

 Ta có : 

 ⇒ FG // CD (4)

Tương tự :  ⇒ EH // CD (5)

 Từ (4) và (5) , suy ra FG // EH // CD (6)

 Từ (3) và (6) , suy ra EFGH là hình bình hành

 Mà AB ⊥ CD (\*)

 Từ (3) , (6) và (\*), suy ra EFGH là hình chữ nhật

  *Tính diện tích thiết diện của huình chữ nhật biết IM = IJ* :

 Ta có : 

 Tính LN :

 Xét tam giác ICD : Ta có : LN // CD ⇒  (7)

 Xét tam giác IJD : Ta có : MN // JD ⇒  (8)

 Từ (7) và (8), suy ra 

Tương tự : ⇒Vậy : 

--------------------------------------------*Hết*----------------------------------------------