

Kiểm tra chất lượng học sinh giỏi năm học 2008 – 2009

**Môn Toán lớp 8**

Thời gian 150 phút – Không kể thời gian giao đề

**Bµi 1 (3 ®iÓm)** TÝnh gi, trÞ biÓu thøc

$$A = \frac{\left(1 + \frac{1}{4}\right)\left(3^4 + \frac{1}{4}\right)\left(5^4 + \frac{1}{4}\right)\dots\dots\dots\left(29^4 + \frac{1}{4}\right)}{\left(2^4 + \frac{1}{4}\right)\left(4^4 + \frac{1}{4}\right)\left(6^4 + \frac{1}{4}\right)\dots\dots\dots\left(30^4 + \frac{1}{4}\right)}$$

**Bµi 2 (4 ®iÓm)**

a/ Víi m¸i sè a, b, c kh«ng ®¸ng thêi b»ng nhau, h·y chøng minh

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc \geq 0$$

b/ Cho  $a + b + c = 2009$ . chøng minh r»ng

$$\frac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc} = 2009$$

**Bµi 3 (4 ®iÓm).** Cho  $a \geq 0, b \geq 0$ ; a vµ b th¶o m·n  $2a + 3b \leq 6$  vµ  $2a + b \leq 4$ . T×m gi, trÞ lín nhÊt vµ gi, trÞ nh¸ nhÊt cña biÓu thøc  $A = a^2 - 2a - b$

**Bµi 4 (3 ®iÓm).** Gi¶i bµi to¸n b»ng c, ch lÛp ph¸ng tr×nh

Mét « t« ®i tã A ®Õn B . Cïng mét lóc « t« thø hai ®i tã B ®Õn A v¸y vÛn tèc b»ng  $\frac{2}{3}$  vÛn tèc cña « t« thø nhÊt . Sau 5 giê chóng gÆp nhau. H¸i mçi « t« ®i c¶ qu·ng ®êng AB th× mÊt bao l©u?

**Bµi 5 (6 ®iÓm).** Cho tam gi,c ABC c¸ ba g¸c nh¸n, c,c ®iÓm M, N thø tù lµ trung ®iÓm cña BC vµ AC. C,c ®êng trung trøc cña BC vµ AC c³/4t nhau t¹i O . Qua A k¸ ®êng th¼ng song song víi OM, qua B k¸ ®êng th¼ng song song víi ON, chóng c³/4t nhau t¹i H

a) Nèi MN,  $\Delta AHB$  ®¸ng d¹ng víi tam gi,c nµo?

b) G¸i G lµ tr¸ng t©m  $\Delta ABC$  , chøng minh  $\Delta AHG$  ®¸ng d¹ng víi  $\Delta MOG$  ?

c) Chøng minh ba ®iÓm M , O , G th¼ng hµng?

**ĐỒ thi hãc sinh giãi nãm hãc 2008 - 2009**

**M«n: To, n líp 8**

*Thêi gian lµm bµi 120 phót*

**Bµi 1.** Cho biÓu thøc:  $A = \frac{x^5 + x^2}{x^3 - x^2 + x}$

a) Rót gãn biÓu thøc A

b) T×m x ∈ Ó A - |A| = 0

c) T×m x ∈ Ó A ∈<sup>1</sup>t gi, trÞ nhá nhÊt.

**Bµi 2:** a) Cho  $a > b > 0$  vµ  $2(a^2 + b^2) = 5ab$

TÝnh gi, trÞ cña biÓu thøc:  $P = \frac{3a - b}{2a + b}$

b) Cho a, b, c lµ ∈ é dµi 3 c<sup>1</sup>nh cña mét tam gi, c. Chøng minh r»ng  $a^2 + 2bc > b^2 + c^2$

**Bµi 3:** Gi¶i c, c ph−ng tr×nh:

a)  $\frac{2-x}{2007} - 1 = \frac{1-x}{2008} - \frac{x}{2009}$

b)  $(12x+7)^2(3x+2)(2x+1) = 3$

**Bµi 4:** Cho tam gi, c ABC; §iÓm P n»m trong tam gi, c sao cho  $\sphericalangle ABP = \sphericalangle ACP$ , kí PH ⊥ AB, PK ⊥ AC. Gãi D lµ trung ∈ iÓm cña c<sup>1</sup>nh BC. Chøng minh.

a) BP.KP = CP.HP

b) DK = DH

**Bµi 5:** Cho h×nh b×nh hµnh ABCD, mét ∈ êng th<sup>1</sup>/<sub>4</sub>ng d c<sup>3</sup>/<sub>4</sub>t c, c c<sup>1</sup>nh AB, AD

t<sup>1</sup>i M vµ K, c<sup>3</sup>/<sub>4</sub>t ∈ êng chĐo AC t<sup>1</sup>i G. Chøng minh r»ng:  $\frac{AB}{AM} + \frac{AD}{AK} = \frac{AC}{AG}$

Líp 8 THCS - Năm học 2007 - 2008

**M«n : Toán**  
Thêi gian làm bài: 120 phút

**Bµi 1:** (2 ®iÓm)

Ph©n tÝch ®a thøc sau ®©y thµnh nh©n t:

1.  $x^2 + 7x + 6$
2.  $x^4 + 2008x^2 + 2007x + 2008$

**Bµi 2:** (2®iÓm)

Gi¶i ph¬ng tr×nh:

1.  $x^2 - 3x + 2 + |x - 1| = 0$
2.  $8\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (x + 4)^2$

**Bµi 3:** (2®iÓm)

1. Cn bc hai ca 64 c th vit di dng nh sau:  $\sqrt{64} = 6 + \sqrt{4}$   
Hi c tn ti hay kh«ng cc s c hai ch÷ s c th vit cn bc hai ca chng di dng nh trn vµ lµ mét s nguyên? H·y ch ra toµn b cc s ®.
2. T×m s d trong php chia ca biu thøc  $(x+2)(x+4)(x+6)(x+8)+2008$  cho ®a thøc  $x^2 + 10x + 21$ .

**Bµi 4:** (4 ®iÓm)

Cho tam giác ABC vu«ng ti A ( $AC > AB$ ), ®ng cao AH ( $H \in BC$ ). Trên tia HC ly ®iÓm D sao cho  $HD = HA$ . §ng vu«ng gãc vi BC ti D ct AC ti E.

1. Chng minh rằng hai tam giác BEC vµ ADC ®ng dng. TÝnh ® dµi ®on BE theo  $m = AB$ .
2. Gii M lµ trung ®iÓm ca ®on BE. Chứng minh rằng hai tam giác BHM vµ BEC ®ng dng. TÝnh s ®o ca gãc AHM
3. Tia AM cắt BC ti G. Chng minh:  $\frac{GB}{BC} = \frac{HD}{AH + HC}$ .

**ĐỒ thi chẵn hãc sinh giãc cËp huyËn**  
 Năm hãc 2008 - 2009  
**M«n: Toãn 8**  
 (Thêi gian lµm bµi: 120 pht, kh«ng k thêi gian giao  
 ®)

§ thi nµy gãm

1 trang

**Bài 1** (4 điểm): Cho biểu thức

$$A = \frac{4xy}{y^2 - x^2} : \left( \frac{1}{y^2 - x^2} + \frac{1}{y^2 + 2xy + x^2} \right)$$

a) Tìm điều kiện của x, y để giá trị của A được xác định.

b) Rút gọn A.

c) Nếu x; y là các số thực làm cho A xác định và thoả mãn:  $3x^2 + y^2 + 2x - 2y = 1$ , hãy tìm tất cả các giá trị nguyên dương của A?

**Bài 2** (4 điểm):

a) Giải phương trình :

$$\frac{x+11}{115} + \frac{x+22}{104} = \frac{x+33}{93} + \frac{x+44}{82}$$

b) Tìm các số x, y, z biết :

$$x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx$$

$$\text{và } x^{2009} + y^{2009} + z^{2009} = 3^{2010}$$

**Bài 3** (3 điểm): Chứng minh rằng với mọi  $n \in \mathbb{N}$  thì  $n^5$  và n luôn có chữ số tận cùng giống nhau.

**Bài 4** (7 điểm): Cho tam giác ABC vuông tại A. Lấy một điểm M bất kỳ trên cạnh AC. Từ C vẽ một đường thẳng vuông góc với tia BM, đường thẳng này cắt tia BM tại D, cắt tia BA tại E.

a) Chứng minh:  $EA \cdot EB = ED \cdot EC$  và  $\widehat{EAD} = \widehat{ECB}$

b) Cho  $\widehat{BMC} = 120^\circ$  và  $S_{AED} = 36 \text{ cm}^2$ . Tính  $S_{EBC}$ ?

c) Chứng minh rằng khi điểm M di chuyển trên cạnh AC thì tổng  $BM \cdot BD + CM \cdot CA$  có giá trị không đổi.

d) Kẻ  $DH \perp BC$  ( $H \in BC$ ). Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng BH, DH. Chứng minh  $CQ \perp PD$ .

**Bài 5** (2 điểm):

a) Chứng minh bất đẳng thức sau:  $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$  (với x và y cùng dấu)

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} - 3\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) + 5$  (với  $x \neq 0, y \neq 0$ )

**ĐỀ KHẢO SÁT CHẤM HỌC SINH GIẢI CẤP HUYỆN**

**Môn: Toán - Lớp 8**

Năm học 2008 - 2009

**Thời gian làm bài: 150 phút**

**Bài 1:** (4 điểm)

1, Cho ba số a, b, c thỏa mãn  $\begin{cases} a+b+c=0 \\ a^2+b^2+c^2=2009 \end{cases}$ , tính  $A = a^4 + b^4 + c^4$ .

2, Cho ba số x, y, z thỏa mãn  $x+y+z=3$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $B = xy + yz + zx$ .

**Bài 2:** (2 điểm)

Cho số a thực  $f(x) = x^2 + px + q$  với  $p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{Z}$ . Chứng minh rằng tồn tại số nguyên k sao cho  $f(k) = f(2008) \cdot f(2009)$ .

**Bài 3:** (4 điểm)

1, Tìm các số nguyên dương x, y thỏa mãn  $3xy + x + 15y - 44 = 0$ .

2, Cho số tự nhiên  $a = (2^9)^{2009}$ , b là tổng các chữ số của a, c là tổng các chữ số của b, d là tổng các chữ số của c. Tính d.

**Bài 4:** (3 điểm)

Cho phương trình  $\frac{2x-m}{x-2} + \frac{x-1}{x+2} = 3$ , tìm m sao cho phương trình cả nghiệm dương.

**Bài 5:** (3 điểm)

Cho hình thoi ABCD cắt nhau tại O, kẻ đường chéo AC, trên tia OI kẻ tia OE cắt tia AD tại E, kẻ đường thẳng EB cắt đường thẳng DC tại F, CE cắt tại M tại O. Chứng minh  $\triangle AEC \cong \triangle CAF$ , tính  $\angle EOF$ .

**Bài 6:** (3 điểm)

Cho tam giác ABC, phân giác trong ở đỉnh A cắt BC tại D, trên các tia phân giác DB, DC lấy điểm E và F sao cho  $\angle EAD = \angle FAD$ .

Chứng minh rằng:  $\frac{BE}{CE} = \frac{BF}{CF} = \frac{AB^2}{AC^2}$ .

**Bài 7: (2 điểm)**

Trên bảng cửu chương từ năm 1980 đến năm 2008, người ta làm như sau lấy ra hai số bất kỳ và thay bằng hiệu của chúng, cứ làm như vậy đến khi còn một số trên bảng thì dừng lại. Các số nào trên bảng chẵn lần sẽ là 1 số khác? Giải thích.

.....Hết.....

**Thầy sinh học số đông tại lò. Các bé coi thi học giải thích gì thêm.**

Hãy vẽ tên thầy sinh: ..... Số báo danh: .....

**ĐỀ THI HỌC SINH GIẢI LỚP 8  
NĂM 2008-2009**

**Môn toán (150 phút không kể thời gian giao đề)**

**Câu 1 (5 điểm)** Tìm số tự nhiên n để:

a)  $A = n^3 - n^2 + n - 1$  là số nguyên tố.

b)  $B = \frac{n^4 + 3n^3 + 2n^2 + 6n - 2}{n^2 + 2}$  cả hai là số nguyên tố.

c)  $D = n^5 - n + 2$  là số chính phương. ( $n \geq 2$ )

**Câu 2: (5 điểm)** Chứng minh rằng:

a)  $\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ac+c+1} = 1$  biết  $abc=1$

b) Với  $a+b+c=0$  thì  $a^4+b^4+c^4=2(ab+bc+ca)^2$

c)  $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} + \frac{c^2}{a^2} \geq \frac{c}{b} + \frac{b}{a} + \frac{a}{c}$

**Câu 3: (5 điểm)** Giải các phương trình sau:

a)  $\frac{x-214}{86} + \frac{x-132}{84} + \frac{x-54}{82} = 6$

b)  $2x(8x-1)^2(4x-1)=9$

c)  $x^2 - y^2 + 2x - 4y - 10 = 0$  với x, y nguyên dương.

**Câu 4: (5 điểm).** Cho hình thang ABCD ( $AB \parallel CD$ ), O là giao điểm hai đường chéo. Qua O kẻ đường thẳng song song với AB cắt DA tại E, cắt BC tại F.

a) Chứng minh rằng: diện tích tam giác AOD bằng diện tích tam giác BOC.

b) Chứng minh:  $\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{2}{EF}$

c) Gọi K là điểm bất kỳ thuộc OE. Nếu các đường thẳng đi qua K và chia đôi diện tích tam giác DEF.

-----  
 hÖt-----

**ĐÒ thi phÿt hiÖn hăc sinh giái bÛc thcs nă m hăc 2008-2009**  
**M«n: toă n (120 phót kh«ng kÓ thêi gian giao ®Ò)**

Bµi 1: (1 ®)

Cho biÖt  $a-b=7$  tÝnh gi, trÞ cđa biÓu thøc:  $a(a+2)+b(b-2)-2ab$

Bµi 2: (1 ®)

Chøng minh r»ng biÓu rhø sau lu«n lu«n d–ng (hoÆc ©m) víi mét gi, trÞ cđa chõ ® cho :

$$-a^2+a-3$$

Bµi 3: (1 ®)

Chøng minh r»ng nÖu mét tØ gi, c cũ t©m ®èi xøng th× tØ gi, c ®ã lµ h×nh b×nh h×nh.

Bµi 4: (2 ®)

T×m gi, trÞ nhá nhÊt cđa biÓu thøc sau:  $\frac{2}{-4x^2+8x-5}$

Bµi 5: (2 ®)

Chøng minh r»ng c, c sè tù nhiªn cũ d'ng  $2p+1$  trong ®ã p lµ sè nguyªn tè , chØ cũ mét sè lµ lÛp ph–ng cũ mét sè tù nhiªn kh, c. T×m sè ®.

Bµi 6: (2 ®)

Cho h×nh thang ABCD cũ ®, y lín AD , ®êng chĐo AC vu«ng gãc víi cũnh bªn CD,  $\angle BAC = \angle CAD$  . TÝnh AD nÖu chu vi cũ h×nh thang b»ng 20 cm vµ gãc D b»ng  $60^\circ$ .

Bµi 7: (2 ®)

Ph©n tÝch ®a thøc sau thµnh nh©n tØ:

a)  $a^{3m}+2a^{2m}+a^m$

b)  $x^8+x^4+1$

Bµi 8: (3 ®) T×m sè d trong phĐp chia cña biÓu thøc :

$$(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+2004 \text{ cho } x^2+8x+1$$

Bµi 9: (3 ®) Cho biÓu thøc :

$$C = \left( \frac{1}{x-1} - \frac{2x}{x^3+x-x^2-1} \right) : \left( 1 - \frac{2x}{x^2+1} \right)$$

a) T×m ®iÒu kiÖn ®èi vói x ®Ó biÓu thøc C ®íc X,c ®Pnh.

b) Rút gän C.

c) Vói gi, trÞ nµo cña x th× biÓu thøc C ®íc x,c ®Pnh.

Bµi 10 (3 ®)

Cho tam gi,c ABC vu«ng t'i A ( $AC > AB$ ), ®êng cao AH. Trªn tia HC lÊy HD = HA, ®êng vu«ng gãc vói BC t'i D c¾t AC t'i E.

a) Chøng minh  $AE = AB$

b) Gãi M trung ®iÓm cña BE . TÝnh gãc AHM.

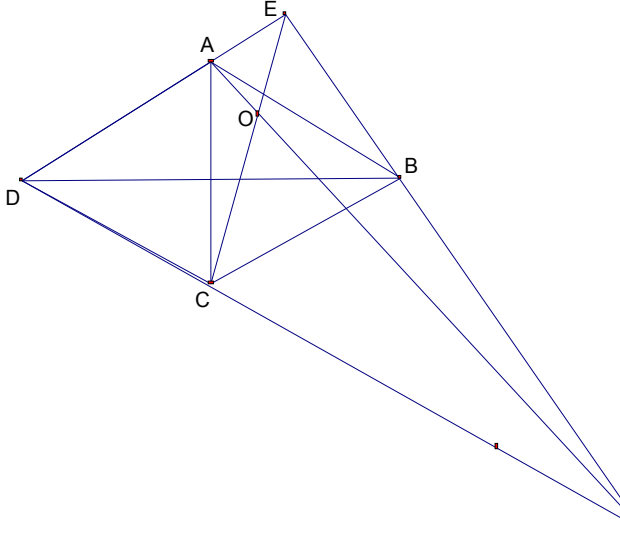
HÖt-----

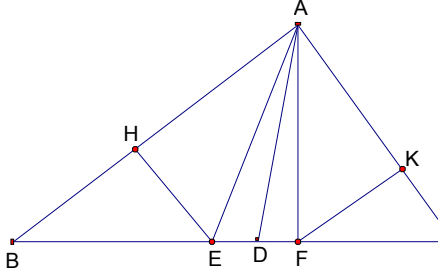
### Híng dÉn chÊm m«n to,n 8

Bµi	Néi dung	§iÓm
<b>1.1</b>	Cho ba sè a, b, c tho¶ m·n $\begin{cases} a+b+c=0 \\ a^2+b^2+c^2=2009 \end{cases}$ , tÝnh $A = a^4 + b^4 + c^4$ .	<b>2,00</b>
	Ta cã $a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) = -2(ab+bc+ca)$	0,50
	$a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 = (ab+bc+ca)^2 - 2abc(a+b+c) = \left( \frac{a^2+b^2+c^2}{2} \right)^2 = \frac{2009^2}{4}$	0,50
	$A = a^4 + b^4 + c^4 = (a^2 + b^2 + c^2)^2 - 2(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) = \frac{2009^2}{2}$	1,00
<b>1.2</b>	Cho ba sè x, y, z tho¶ m·n $x+y+z=3$ . T×m gi, trÞ lín nhÊt cña $B = xy + yz + zx$ .	<b>2,00</b>



	$B = xy + z(x+y) = xy + [3 - (x+y)](x+y)$ $= xy + 3(x+y) - (x+y)^2 = -x^2 - y^2 - xy + 3x + 3y$ $= -\left(x + \frac{y-3}{2}\right)^2 + \frac{-3y^2 + 6y + 9}{4} = -\left(x + \frac{y-3}{2}\right)^2 + \frac{-3}{4}(y-1)^2 + 3 \leq 3$	1,25
	Đêu = x=y ra khi $\begin{cases} y-1=0 \\ x + \frac{y-3}{2} = 0 \\ x+y+z=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=y=z=1$	0,50
	VËy gi, trÞ lín nhÊt cña B lµ 3 khi $x = y = z = 1$	0,25
<b>2</b>	Cho ®a thøc $f(x) = x^2 + px + q$ vói $p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{Z}$ . Chøng minh r»ng tån t <sup>1</sup> i sè nguyªn k ®Ó $f(k) = f(2008).f(2009)$ .	<b>2,0</b> <b>0</b>
	$f[f(x)+x] = [f(x)+x]^2 + p(f(x)+x) + q$ $= f^2(x) + 2x.f(x) + x^2 + p.f(x) + p.x + q$ $= f(x)[f(x) + 2x + p] + (x^2 + px + q)$ $= f(x)[x^2 + px + q + 2x + p + 1]$ $= f(x)[(x+1)^2 + p(x+1) + q] = f(x)f(x+1)$	1,25
	Vói $x = 2008$ chän $k = f(2008) + 2008 \in \mathbb{Z}$	0,50
	Suy ra $f(k) = f(2008).f(2009)$	0,25
<b>3.1</b>	Tìm c, c sè nguyªn d-ång $x, y$ tho¶ m·n $3xy + x + 15y - 44 = 0$ .	<b>2,0</b> <b>0</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ <math>3xy + x + 15y - 44 = 0 \Leftrightarrow (x+5)(3y+1) = 49</math></li> <li>◆ <math>x, y</math> nguyªn d-ång do vËy <math>x+5, 3y+1</math> nguyªn d-ång vµ lín h-ån 1.</li> <li>◆ Tho¶ m·n yªu cÇu bµi to, n khi <math>x+5, 3y+1</math> lµ íc lín h-ån 1 cña 49 nªn cã:           <math display="block">\begin{cases} x+5=7 \\ 3y+1=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}</math> </li> </ul> VËy ph-ång trxn h cã nghiÖm nguyªn lµ $x = y = 2$ .	0,75 0,50 0,75
<b>3.2</b>	Cho sè tù nhiªn $a = (2^9)^{2009}$ , b lµ tæng c, c ch÷ sè cña a, c lµ tæng c, c ch÷ sè cña b, d lµ tæng c, c ch÷ sè cña c. TÝnh d.	<b>2,0</b> <b>0</b>
	$a = (2^9)^{2009} = (2^3)^{3 \cdot 2009} = (2^3)^{6027} < 10^{6027} \Rightarrow b \leq 9.6027 = 54243$ $\Rightarrow c \leq 5 + 4.9 = 41 \Rightarrow d \leq 4 + 1.9 = 13 \quad (1)$	1,00
	$2^3 \equiv -1 \pmod{9} \Rightarrow a \equiv -1 \pmod{9}$ mµ $a \equiv b \equiv c \equiv d \pmod{9} \Rightarrow d \equiv -1 \pmod{9} \quad (2)$	0,75
	Tõ (1) vµ (2) suy ra $d = 8$ .	0,25

<b>4</b>	Cho ph-nh tr-xnh $\frac{2x-m}{x-2} + \frac{x-1}{x+2} = 3$ , t-xm m ® Ó ph-nh tr-xnh cũ nghiÖm d-ng.	<b>3,0</b> <b>0</b>
	§iÖu kiÖn: $x \neq 2; x \neq -2$ $\frac{2x-m}{x-2} + \frac{x-1}{x+2} = 3 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x(1-m) = 2m-14$ $m = 1$ ph-nh tr-xnh cũ d-ng $0 = -12$ v« nghiÖm. $m \neq 1$ ph-nh tr-xnh trë th-mnh $x = \frac{2m-14}{1-m}$ Ph-nh tr-xnh cũ nghiÖm d-ng $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2m-14}{1-m} \neq 2 \\ \frac{2m-14}{1-m} \neq -2 \\ \frac{2m-14}{1-m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 4 \\ 1 < m < 7 \end{cases}$ Vÿ tho¶ m-n yâu cÇu b-mi to-n khi $\begin{cases} m \neq 4 \\ 1 < m < 7 \end{cases}$	0,25 0,75 0,25 0,50 1,00 0,25
<b>5</b>	Cho h-xnh thoi ABCD cũ c-nh b-ng ® êng chĐo AC, tr-n tia ® èi cũa tia AD lÿy ®iÖm E, ® êng th¼ng EB cũt ® êng th¼ng DC t-i F. Chøng minh $\triangle AEC$ ®-ng d-ng $\triangle CAF$ , tÝnh $\sphericalangle EOF$ .	<b>3,0</b> <b>0</b>
	 <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ <math>\triangle AEB</math> ®-ng d-ng <math>\triangle CBF</math> (g-g)  <math>\Rightarrow AB^2 = AE \cdot CF \Rightarrow AC^2 = AE \cdot CF</math>  <math>\Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AC}{CF}</math></li> <li>◆ <math>\triangle AEC</math> ®-ng d-ng <math>\triangle CAF</math> (c-g-c)</li> <li>◆ <math>\triangle AEC</math> ®-ng d-ng <math>\triangle CAF</math>  <math>\Rightarrow \sphericalangle AEC = \sphericalangle CAF</math> mµ  <math>\sphericalangle EOF = \sphericalangle AEC + \sphericalangle AEO = \sphericalangle ACF + \sphericalangle AEO</math>  <math>= 180^\circ - \sphericalangle DAC = 120^\circ</math></li> </ul>	1,00 1,00 1,00
<b>6</b>	Cho tam gi,c ABC, ph©n gi,c trong ® Ønh A cũt BC t-i D, tr-n cũc ®o-n th¼ng DB, DC lÇn lÿt cũc ®iÖm E vµ F sao cho $\sphericalangle EAD = \sphericalangle FAD$ . Chøng minh r-ng: $\frac{BE}{CE} \cdot \frac{BF}{CF} = \frac{AB^2}{AC^2}$ .	<b>3,0</b> <b>0</b>

		<p>◆ Kí <math>EH \perp AB</math> t<sup>i</sup> H, <math>FK \perp AC</math> t<sup>i</sup> K  <math>\Rightarrow \widehat{BAE} = \widehat{CAF}</math>; <math>\widehat{BAF} = \widehat{CAE}</math>  <math>\Rightarrow \triangle HAE \text{ } \textcircled{\text{đ}}</math> <math>\widehat{\text{đ}}</math> <math>\triangle KAF</math> (g-g)  <math>\Rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{EH}{FK}</math>  <math>\frac{S_{\triangle ABE}}{S_{\triangle ACF}} = \frac{BE}{CF} = \frac{EH \cdot AB}{FK \cdot AC} = \frac{AE \cdot AB}{AF \cdot AC} \Rightarrow \frac{BE}{CF} = \frac{AE \cdot AB}{AF \cdot AC}</math>      ◆ T<sup>h</sup>ng t<sup>u</sup> <math>\frac{BF}{CE} = \frac{AF \cdot AB}{AE \cdot AC}</math>      ◆ <math>\Rightarrow \frac{BE}{CE} \cdot \frac{BF}{CF} = \frac{AB^2}{AC^2}</math> (<math>\textcircled{\text{đ}}</math> pcm).</p>	<p>1,00 1,25 0,50 0,25</p>
7	<p>Tr<sup>đ</sup>n b<sup>đ</sup>ng c<sup>đ</sup> c s<sup>đ</sup> t<sup>u</sup> nhi<sup>đ</sup>n t<sup>o</sup> 1 <math>\textcircled{\text{đ}}</math> Ōn 2008, ng<sup>đ</sup>i ta l<sup>u</sup>m nh sau      I<sup>đ</sup>y ra hai s<sup>đ</sup> b<sup>đ</sup>t k<sup>u</sup> v<sup>u</sup> thay b<sup>đ</sup>ng hi<sup>đ</sup>u c<sup>đ</sup>a ch<sup>đ</sup>ng, c<sup>đ</sup> l<sup>u</sup>m nh v<sup>đ</sup>y  <math>\textcircled{\text{đ}}</math> Ōn khi c<sup>đ</sup>sn m<sup>đ</sup>t s<sup>đ</sup> tr<sup>đ</sup>n b<sup>đ</sup>ng th<sup>đ</sup> đ<sup>đ</sup>ng l<sup>đ</sup>i. C<sup>đ</sup>a th<sup>đ</sup> l<sup>u</sup>m <math>\textcircled{\text{đ}}</math> tr<sup>đ</sup>n      b<sup>đ</sup>ng ch<sup>đ</sup> c<sup>đ</sup>sn l<sup>đ</sup>i s<sup>đ</sup> 1 <math>\textcircled{\text{đ}}</math> íc kh<sup>đ</sup>ng? Gi<sup>đ</sup>i th<sup>đ</sup>y ch.</p>	<p><b>2,0</b> <b>0</b></p>	
	<p>Khi thay hai s<sup>đ</sup> a, b b<sup>đ</sup>i hi<sup>đ</sup>u hi<sup>đ</sup>u hai s<sup>đ</sup> th<sup>đ</sup> t<sup>đ</sup>nh ch<sup>đ</sup>t ch<sup>đ</sup>½n l<sup>đ</sup>i      c<sup>đ</sup>a t<sup>đ</sup>ng c<sup>đ</sup> c s<sup>đ</sup> c<sup>đ</sup> tr<sup>đ</sup>n b<sup>đ</sup>ng kh<sup>đ</sup>ng <math>\textcircled{\text{đ}}</math> ãi.  <math>M\mu S = 1 + 2 + 3 + \dots + 2008 = \frac{2008 \cdot (2008 + 1)}{2} = 1004 \cdot 2009 \equiv 0 \pmod{2};</math>  <math>1 \equiv 1 \pmod{2}</math> do v<sup>đ</sup>y tr<sup>đ</sup>n b<sup>đ</sup>ng kh<sup>đ</sup>ng th<sup>đ</sup> ch<sup>đ</sup> c<sup>đ</sup>sn l<sup>đ</sup>i s<sup>đ</sup> 1.</p>	<p>1,00 1,00</p>	

**Kú thi chọn hăc sinh giái**  
**líp 8 thCS - nă m hăc 2007 - 2008**  
**M«n : To, n**  
**Ş\_p\_n vµ thang ®iÓm:**

<b>Bµi 1</b>	<b>C© u</b>	<b>Néi dung</b>	<b>ŞiÓ m</b>
<b>1.</b>			<b>2,0</b>
	<b>1.1</b>	<b>(0,75 ®iÓm)</b>	
		$x^2 + 7x + 6 = x^2 + x + 6x + 6 = x(x+1) + 6(x+1)$ $= (x+1)(x+6)$	0,5 0,5
	<b>1.2</b>	<b>(1,25 ®iÓm)</b>	
		$x^4 + 2008x^2 + 2007x + 2008 = x^4 + x^2 + 2007x^2 + 2007x + 2007 + 1$	0,25
		$= x^4 + x^2 + 1 + 2007(x^2 + x + 1) = (x^2 + 1)^2 - x^2 + 2007(x^2 + x + 1)$	0,25
		$= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) + 2007(x^2 + x + 1) = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 2008)$	0,25
<b>2.</b>			<b>2,0</b>
	<b>2.1</b>	$x^2 - 3x + 2 +  x - 1  = 0$ (1) + NŒu $x \geq 1$ : (1) $\Leftrightarrow (x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (tháa m·n ®iÒu kiÖn $x \geq 1$ ). + NŒu $x < 1$ : (1) $\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 3(x - 1) = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x - 3) = 0$ $\Leftrightarrow x = 1; x = 3$ (c¶ hai ®iÒu kh«ng bĐ h–n 1, năn bP lo¹i) VĒy: Ph–ng trxn h (1) cã mét nghiÖm duy nhĒt lµ $x = 1$ .	0,5 0,5
	<b>2.2</b>	$8\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (x + 4)^2$ (2) ŞiÒu kiÖn ®Ó ph–ng trxn h cã nghiÖm: $x \neq 0$ (2) $\Leftrightarrow 8\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left[\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right)^2\right] = (x + 4)^2$ $\Leftrightarrow 8\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 8\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = (x + 4)^2 \Leftrightarrow (x + 4)^2 = 16$ $\Leftrightarrow x = 0$ hay $x = -8$ vµ $x \neq 0$ . VĒy ph–ng trxn h ®· cho cã mét nghiÖm $x = -8$	0,25 0,5 0,25

**Đ. p. n. v. p. h. í. n. g. đ. ến. c. h. ế. m. thi. h. ă. c. s. i. n. h. g. i. á. i.**

N. ăm. h. ă. c. 2008 - 2009

**M. ă. n. : T. o. n. 8**

**Bài 1:** (4 điểm)

a) Điều kiện:  $x \neq \pm y; y \neq 0$

(1 điểm)

b)  $A = 2x(x+y)$

(2 điểm)

c) Cần chỉ ra giá trị lớn nhất của A, từ đó tìm được tất cả các giá trị nguyên dương của A

$$+ \text{Từ (gt): } 3x^2 + y^2 + 2x - 2y = 1 \Rightarrow 2x^2 + 2xy + x^2 - 2xy + y^2 + 2(x - y) = 1$$

$$\Rightarrow 2x(x + y) + (x - y)^2 + 2(x - y) + 1 = 2 \Rightarrow A + (x - y + 1)^2 = 2$$

$$\Rightarrow A = 2 - (x - y + 1)^2 \leq 2 \text{ (do } (x - y + 1) \geq 0 \text{ (với mọi } x; y) \Rightarrow A \leq 2. \text{ (0,5đ)}$$

$$+ A = 2 \text{ khi } \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 2x(x + y) = 2 \\ x \neq \pm y; y \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$+ A = 1 \text{ khi } \begin{cases} (x - y + 1)^2 = 1 \\ 2x(x + y) = 1 \\ x \neq \pm y; y \neq 0 \end{cases} \text{ Từ đó, chỉ cần chỉ ra được một cặp giá trị của } x$$

$$\text{và } y, \text{ chẳng hạn: } \begin{cases} x = \frac{\sqrt{2} - 1}{2} \\ y = \frac{\sqrt{2} + 3}{2} \end{cases}$$

+ Vậy A chỉ có thể có 2 giá trị nguyên dương là:  $A = 1; A = 2$  (0,5 điểm)

**Bài 2:** (4 điểm)

$$a) \frac{x+11}{115} + \frac{x+22}{104} = \frac{x+33}{93} + \frac{x+44}{82}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x+11}{115} + 1\right) + \left(\frac{x+22}{104} + 1\right) = \left(\frac{x+33}{93} + 1\right) + \left(\frac{x+44}{82} + 1\right) \quad (1 \text{ điểm})$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+126}{115} + \frac{x+126}{104} = \frac{x+126}{93} + \frac{x+126}{82}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+126}{115} + \frac{x+126}{104} - \frac{x+126}{93} - \frac{x+126}{82} = 0 \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$\Leftrightarrow \dots$

$$\Leftrightarrow x + 126 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -126$$

(0,5 điểm)

b)  $x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2zx = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 = 0$$

(0,75 điểm)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ y - z = 0 \\ z - x = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = y = z$$

$$\Leftrightarrow x^{2009} = y^{2009} = z^{2009}$$

(0,75 điểm)

Thay vào điều kiện (2) ta có  $3 \cdot z^{2009} = 3^{2010}$

$$\Leftrightarrow z^{2009} = 3^{2009}$$

$$\Leftrightarrow z = 3$$

Vậy  $x = y = z = 3$

(0,5 điểm)

**Bài 3** (3 điểm)Cần chứng minh:  $n^5 - n \div 10$ - Chứng minh:  $n^5 - n \div 2$ 

$n^5 - n = n(n^2 - 1)(n^2 + 1) = n(n - 1)(n + 1)(n^2 + 1) \div 2$  (vì  $n(n - 1)$  là tích của hai số nguyên liên tiếp) (1 điểm)

- Chứng minh:  $n^5 - n \div 5$ 

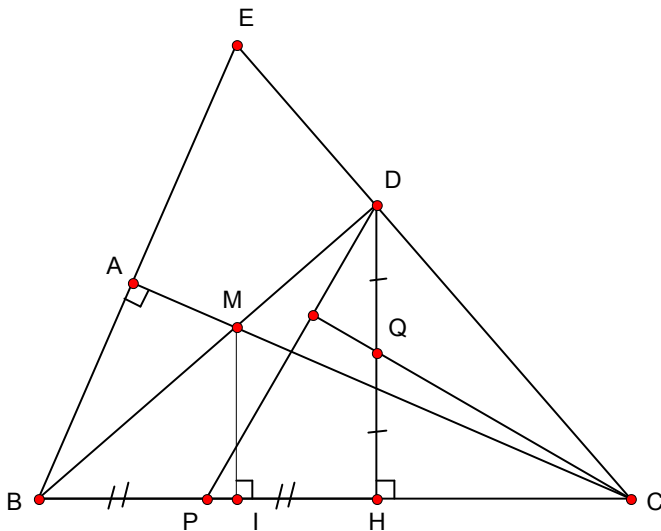
$$n^5 - n = \dots = n(n - 1)(n + 1)(n^2 - 4 + 5)$$

$$= n(n - 1)(n + 1)(n - 2)(n + 2) + 5n(n - 1)(n + 1)$$

Lý luận dẫn đến tổng trên chia hết cho 5 (1,25 điểm)

- Vì  $(2 \div 5) = 1$  nên  $n^5 - n \div 2 \cdot 5$  tức là  $n^5 - n \div 10$ Suy ra  $n^5$  và  $n$  có chữ số tận cùng giống nhau.

(0,75 điểm)

**Bài 4:** 6 điểm**Câu a:** 2 điểm\* Chứng minh  $EA \cdot EB = ED \cdot EC$  (1 điểm)- Chứng minh  $\triangle EBD \cong \triangle ECA$  (gg)

0,5 điểm

- Từ đó suy ra  $\frac{EB}{EC} = \frac{ED}{EA} \Rightarrow EA \cdot EB = ED \cdot EC$ 

0,5 điểm

\* Chứng minh  $\square EAD = \square ECB$  (1 điểm)- Chứng minh  $\triangle EAD \cong \triangle ECB$  (cg)

0,75 điểm

- Suy ra  $\widehat{EAD} = \widehat{ECB}$  0,25 @iÓm

**C@u b:** 1,5 @iÓm

- Tõ  $\widehat{BMC} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{AMB} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{ABM} = 30^\circ$  0,5 @iÓm

- Xét  $\triangle EDB$  vuông tại D cả  $\widehat{B} = 30^\circ$

$$\Rightarrow ED = \frac{1}{2}EB \Rightarrow \frac{ED}{EB} = \frac{1}{2} \quad 0,5 @iÓm$$

- Lý luận cho  $\frac{S_{EAD}}{S_{ECB}} = \left(\frac{ED}{EB}\right)^2$  tã @ã  $\Rightarrow S_{ECB} = 144 \text{ cm}^2$  0,5 @iÓm

**C@u c:** 1,5 @iÓm

- Chứng minh  $\triangle BMI$  @đng với  $\triangle BCD$  (gg) 0,5 @iÓm

- Chứng minh  $CM.CA = CI.BC$  0,5 @iÓm

- Chứng minh  $BM.BD + CM.CA = BC^2$  cả gi, trã kh@ng @æi 0,5 @iÓm

C, ch 2: Cả thõ biõn @æi  $BM.BD + CM.CA = AB^2 + AC^2 = BC^2$

**C@u d:** 2 @iÓm

- Chứng minh  $\triangle BHD$  @đng với  $\triangle DHC$  (gg) 0,5 @iÓm

$$\Rightarrow \frac{BH}{DH} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{2BP}{2DQ} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{BP}{DQ} = \frac{BD}{DC} \quad 0,5 @iÓm$$

- Chứng minh  $\triangle DPB$  @đng với  $\triangle CQD$  (cgç)

$$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow \widehat{BDP} = \widehat{DCQ} \\ ma \widehat{BDP} + \widehat{PDC} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow CQ \perp PD \quad 1 @iÓm$$

**Bài 5:** (2 điểm)

a) vì  $x, y$  cùng dấu nên  $xy > 0$ , do đó  $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$  (\*)  $\Leftrightarrow x^2 + y^2 \geq 2xy$

$\Leftrightarrow (x - y)^2 \geq 0$  (\*\*). Bất đẳng thức (\*\*) luôn đúng, suy ra bất (\*) đúng (đpcm) (0,75đ)

b) Đặt  $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = t$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} = t^2 - 2 \quad (0,25đ)$$

Biểu thức đã cho trở thành  $P = t^2 - 3t + 3$

$$P = t^2 - 2t - t + 2 + 1 = t(t - 2) - (t - 2) + 1 = (t - 2)(t - 1) + 1$$

(0,25đ)

- Nếu  $x, y$  cùng dấu, theo c/m câu a) suy ra  $t \geq 2$ .  $\Rightarrow t - 2 \geq 0$ ;  $t - 1 > 0$

$\Rightarrow (t - 2)(t - 1) \geq 0 \Rightarrow P \geq 1$ . Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  $t = 2 \Leftrightarrow x = y$  (1) (0,25đ)

- Nếu  $x, y$  trái dấu thì  $\frac{x}{y} < 0$  và  $\frac{y}{x} < 0 \Rightarrow t < 0 \Rightarrow t - 1 < 0$  và  $t - 2 < 0$

$$\Rightarrow (t - 2)(t - 1) > 0 \Rightarrow P > 1 \quad (2) \quad (0,25đ)$$

- Từ (1) và (2) suy ra: Với mọi  $x \neq 0$ ;  $y \neq 0$  thì luôn có  $P \geq 1$ . Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  $x = y$ . Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P$  là  $P_m = 1$  khi  $x = y$

KiÓm tra chÊt lÊng hÆc sinh giÆi nĂm hÆc 2008 - 2009  
**S, p, n, biÓu ®iÓm, híng dÉn chÊm**  
**M«n To, n 8**

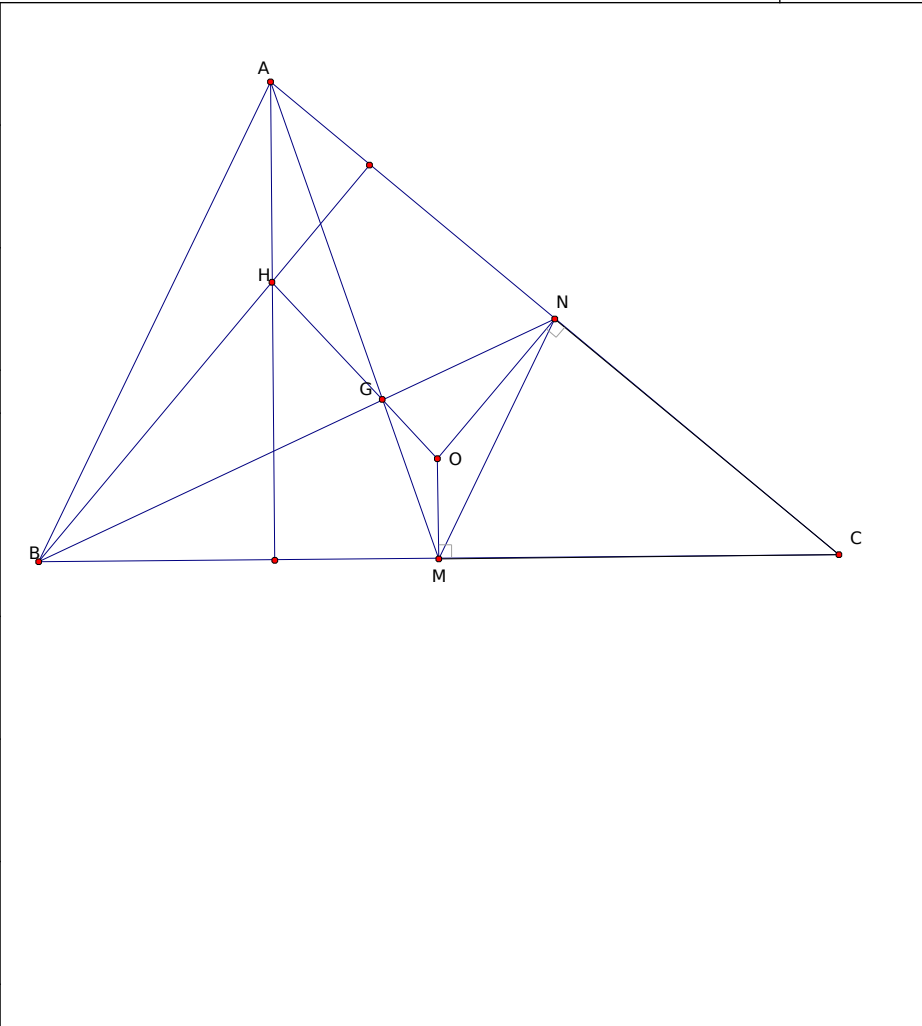
Néi dung	§iÓm
<b>Bµi 1 (3 ®iÓm)</b>	
Cã $a^4 + \frac{1}{4} = \left(a^2 + \frac{1}{2}\right)^2 - a^2 = \left(a^2 + a + \frac{1}{2}\right)\left(a^2 - a + \frac{1}{2}\right)$	1,0
Khi cho a c, c gi, trÞ tõ 1 ®Ön 30 thx: Tõ thøc viÖt ®íc thñnh $(1^2 + 1 + \frac{1}{2})(1^2 - 1 + \frac{1}{2})(3^2 + 3 + \frac{1}{2})(3^2 - 3 + \frac{1}{2}) \dots (29^2 + 29 + \frac{1}{2})(29^2 - 29 + \frac{1}{2})$	0,5
MÉu thøc viÖt ®íc thñnh $(2^2 + 2 + \frac{1}{2})(2^2 - 2 + \frac{1}{2})(4^2 + 4 + \frac{1}{2})(4^2 - 4 + \frac{1}{2}) \dots (30^2 + 30 + \frac{1}{2})(30^2 - 30 + \frac{1}{2})$	0,5
MÆt kh, c $(k+1)^2 - (k+1) + \frac{1}{2} = \dots = k^2 + k + \frac{1}{2}$	0,5
NÆn $A = \frac{1^2 - 1 + \frac{1}{2}}{30^2 + 30 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{1861}$	0,5
<b>Bµi 2: 4 ®iÓm</b>	
<b>ý a: 2 ®iÓm</b>	
-Cã ý tÆng t, ch, thÆm bít hoÆc thÓ hiÖn ®íc nh vËy ®Ó sø dÆng bíc sau	0,5
-ViÖt ®óng dÆng bxn ph-ng cña mét hiÖu	0,5
- ViÖt ®óng bxn ph-ng cña mét hiÖu	0,5
- LËp luËn vµ kÖt luËn ®óng	0,5
<b>ý b: 2 ®iÓm</b>	
Ph©n tÝch ®óng tñ thøc thñnh nh©n tõ	1,0
Rót gÆn vµ kÖt luËn ®óng	1,0
<b>Bµi 3 : 4 ®iÓm</b>	
*Tõ $2a + b \leq 4$ vµ $b \geq 0$ ta cũ $2a \leq 4$ hay $a \leq 2$	1,0
Do ®ã $A = a^2 - 2a - b \leq 0$	0,5
NÆn gi, trÞ lín nhÊt cũ A lµ 0 khi $a=2$ vµ $b=0$	0,5
* Tõ $2a + 3b \leq 6$ suy ra $b \leq 2 - \frac{2}{3}a$	1,0
Do ®ã $A \geq a^2 - 2a - 2 + \frac{2}{3}a = \left(a - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{22}{9} \geq -\frac{22}{9}$	0,5
VËy A cũ gi, trÞ nhÁ nhÊt lµ $-\frac{22}{9}$ khi $a = \frac{2}{3}$ vµ $b = \frac{2}{3}$	0,5
<b>Bµi 4 : 3 ®iÓm</b>	
- ChÆn Ën vµ ®ít ®iÖu kiÖn ®óng	0,25



- BiÓu thÞ ®íc mçi ®¹i lîng theo Òn vµ sè liÖu ®· biÖt(4 ®¹i lîng)	0,25 x 4
- LÛp ®íc ph-ng trxnÞ	0,25
- Gi¶i ®óng ph-ng trxnÞ	0,5
- §èi chiÖu vµ tr¶ lèi ®óng thêi gian cña 1 « t«	0,5
- LÛp luÛn , tÝnh vµ tr¶ lèi ®óng thêi gian cña « t« cßn l¹i	0,5

**Bµi 5 : 6 ®iÓm**  
**ý a : 2 ®iÓm**

Chøng minh ®íc 1 cÆp gãc b»ng nhau	1.0
Nªu ®íc cÆp gãc b»ng nhau cßn l¹i	0,5
Chø ra ®íc hai tam gi,c ®ång d¹ng	0,5
<b>ý b : 2 ®iÓm</b>	
Tổ hai tam gi,c ®ång d¹ng ẽ ý a suy ra ®óng tØ sè cÆp c¹nh AH / OM	0,5
TÝnh ®óng tØ sè cÆp c¹nh AG / GM	0,5
Chø ra ®íc cÆp gãc b»ng nhau	0,5
KÖt luÛn ®óng 2 tam gi,c ®ång d¹ng	0,5
<b>ý c : 2 ®iÓm</b>	



- Tổ hai tam gi,c ®ång d¹ng ẽ c©u b suy ra gãc AGH = gãc MGO (1)	0,5
- MÆt kh,c gãc MGO + Gãc AGO = 180°(2)	0,5
- Tổ (1) vµ (2) suy ra gãc AGH + gãc AGO = 180°	0,5
- Do ®ã H, G, O th¼ng hụng	0,5

Chó ý: -C, c c, ch gi¶i kh,c nÕu ®óng chÛm ®iÓm t-ng tù theo c, c bíc cña tổng bµi  
 -§iÓm cña bµi lµm lµ tæng sè ®iÓm cña c, c bµi HS lµm ®íc, kh«ng lµm trßn