|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **TỈNH YÊN BÁI**  **ĐỀ CHÍNH THỨC**  ***(Đề thi có 01 trang, gồm 05 câu)*** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THCS**  **NĂM HỌC 2021-2022**  Môn thi : **TOÁN**  Thời gian : **150 phút (không kể giao đề)**  Ngày thi : 02/4/2022 |

**Câu 1. (4,0 điểm)**

1. Cho và y là các số thực thỏa mãn và Tìm giá trị của biểu thức 
2. Cho và là các số thực dương thỏa mãn Chứng minh 

**Câu 2. (3,0 điểm)**

1. Giải phương trình : 
2. Cho đường thẳng với là tham số thực và 
3. Đường thẳng cắt hai trục lần lượt tại và Tìm tọa độ của và B theo 
4. Tìm tất cả các giá trị của để đường thẳng tiếp xúc với đường tròn tâm bán kính 

**Câu 3. (7,0 điểm)**

Cho tam giác cân tại A nội tiếp đường tròn tâm O. Kẻ các đường cao và BH của tam giác Gọi M là trung điểm của cắt đường tròn (O) tại N 

1. Chứng minh rằng và là một tứ giác nội tiếp. Từ đó chỉ ra 
2. Tiếp tuyến tại B và C của đường tròn cắt nhau tại S. cắt đường tròn (O) tại E . Chứng minh rằng và là một tứ giác nội tiếp
3. Chứng minh rằng ba điểm thẳng hàng
4. Chứng minh rằng nếu đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng thì 

**Câu 4. (3,0 điểm)**

1. Chứng minh rằng nếu là một số chính phương thì chia hết cho 60
2. Tìm tất cả bộ ba số nguyên tố thỏa mãn và 

**Câu 5. (3,0 điểm)**

1. Cho là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng :



1. Trên bẩng cho một dãy gồm số nguyên dương đầu tiên được sắp xếp theo thứ tự tăng dần từ 1 đến . Bạn An xóa đi ba số hạng liên tiếp trong dãy, sau đó tính tổng tất cả các số còn lại trên bảng thì nhận được kết quả bằng Tìm ba số mà bạn An đã xóa

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1. (4,0 điểm)**

1. **Cho và y là các số thực thỏa mãn và Tìm giá trị của biểu thức **

****

1. **Cho và là các số thực dương thỏa mãn Chứng minh **

****

**Câu 2. (3,0 điểm)**

1. **Giải phương trình : **

Điều kiện 



1. **Cho đường thẳng với là tham số thực và **
2. **Đường thẳng cắt hai trục lần lượt tại và Tìm tọa độ của và B theo **

****

****cắt Ox tại A

. Vậy 

cắt Oy tại B . Vậy 

1. **Tìm tất cả các giá trị của để đường thẳng tiếp xúc với đường tròn tâm bán kính **

tiếp xúc với đường tròn O, . Tâm O (0;0) đến d bằng 

Khoảng cách từ tâm O (0;0) đến PT d là :



**Câu 3. (7,0 điểm)**

**Cho tam giác cân tại A nội tiếp đường tròn tâm O. Kẻ các đường cao và BH của tam giác Gọi M là trung điểm của cắt đường tròn (O) tại N **

****

1. **Chứng minh rằng và là một tứ giác nội tiếp. Từ đó chỉ ra **

Có là tứ giác nội tiếp (O)



1. **Tiếp tuyến tại B và C của đường tròn cắt nhau tại S. cắt đường tròn (O) tại E . Chứng minh rằng và là một tứ giác nội tiếp**

Xét và có : là tứ giác nội tiếp

1. **Chứng minh rằng ba điểm thẳng hàng**

Có thẳng hàng

1. **Chứng minh rằng nếu đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng thì **

Có 

**Câu 4. (3,0 điểm)**

1. **Chứng minh rằng nếu là một số chính phương thì chia hết cho 60**

**Khó**

1. **Tìm tất cả bộ ba số nguyên tố thỏa mãn và **

Vì nên q lẻ .

Xét TH : lẻ nên chẵn nên 

(vô nghiệm nguyên tố)

Xét TH : chẵn nên 

Giả sử (vô lý)

Giả sử 

(do q nguyên tố)



Vậy phương trình có nghiệm 

**Câu 5. (3,0 điểm)**

1. **Cho là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng :**

****

Gọi P là biểu thức vế trái và đặt 

Sử dụng bất đẳng thức Holder ta có 

Vậy ta cần chứng minh 



Bất đẳng thức cuối đúng nên ta có đpcm. Đẳng thức xảy ra khi 

1. **Trên bảng cho một dãy gồm số nguyên dương đầu tiên được sắp xếp theo thứ tự tăng dần từ 1 đến . Bạn An xóa đi ba số hạng liên tiếp trong dãy, sau đó tính tổng tất cả các số còn lại trên bảng thì nhận được kết quả bằng Tìm ba số mà bạn An đã xóa**

****

Mà nhỏ nhất nên 

Vậy ba số cần tìm là 