|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO****PHÚ THỌ**  | **KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10****TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN HÙNG VƯƠNG****NĂM HỌC 2019-2020****Môn: TOÁN CHUYÊN** |

**Câu 1. (2,0 điểm)**

1. Cho số thực thỏa mãn Tính giá trị biểu thức 
2. Giải phương trình 

**Câu 2. (2,0 điểm)**

1. Cho là các số thực dương, chứng minh rằng 
2. Có bạn học sinh nam và bạn học sinh nữ ngồi quanh một bàn tròn. Chứng minh rằng luôn tồn tại một học sinh mà 2 bạn ngồi cạnh bạn đó đều là nữ

**Câu 3. (2,0 điểm)** Với mỗi số thực , kí hiệu là số nguyên lớn nhất không vượt quá Ví dụ 

1. Chứng minh rằng với mọi 
2. Có bao nhiêu số nguyên dương thỏa mãn là ước của 

**Câu 4. (3,0 điểm)** Cho tam giác vuông tại B, đường cao Goi là đường tròn tâm bán kính CB. Gọi là một điểm bất kỳ trên đoạn thẳng (khác B và H). cắt tại hai điểm (nằm giữa và Gọi là trung điểm 

1. Chứng minh rằng là tứ giác nội tiếp
2. Chứng minh rằng 
3. Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tiếp xúc với tại B

**Câu 5. (1,0 điểm)** Chứng minh rằng tồn tại vô số số nguyên dương sao cho 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1.**

1. Từ giả thiết có hay 



1. Điều kiện xác định 

Phương trình đã cho tương đương với 

Đặt ta có : 

Khi đó 

Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất 

**Câu 2.**

1. 

Theo Cô si



1. Giả sử tồn tại một cách xếp 30 bạn lên bàn tròn sao cho không có bận nào ngồi giữa hai bạn nữ. Gọi các bạn theo thứ tự là Chúng ta chia 30 bạn sang 2 bàn tròn gồm và và giữ nguyên thứ tự

Khi đó ở cả hai bàn mới, không có hai bạn nữ nào ngồi cạnh nhau

Số bạn nữ ở mỗi bàn sẽ không vượt quá 

Suy ra tổng số bạn nữ ở cẩ hai bàn nhỏ hơn 15 (trái giả thiết)

Vậy luôn tồn tại một học sinh mà 2 bạn ngồi cạnh đó đều là nữ.

**Câu 3.**

1. Ta có ngay (theo định nghĩa)

Giả sử thì là số nguyên mà 

Mà theo định nghĩa thì là số nguyên lớn nhất không vượt quá (mâu thuẫn do . Do đó 

Lại có 

Vậy 

1. Giả sử là số nguyên dương thỏa mãn

Đặt thì và hay 

với 

Mặt khác hay nên với 

Lại có 

Mà có dạng đều thỏa mãn yêu cầu bài toán

Số nguyên dương thỏa mãn yêu cầu bài toán là 

**Câu 4.**

****

1. là tứ giác nội tiếp
2. Xét hai tam giác và có chung; 

Do đó 

Mặt khác 

Ta có 



1. Ta có nên 

Ta có hay là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp là tiếp tuyến chung

Đường tròn ngoại tiếp tam giác tiếp xúc với tại B

**Câu 5.**

Ta chứng minh thỏa mãn

Thật vậy 

Tiếp theo ta chứng minh nhận xét

Nếu thỏa mãn, thì cũng thỏa mãn

Thật vậy,



Từ nhận xét trên kết hợp với quy nạp, ta thấy thỏa mãn bài toán với mọi Vậy tồn tại vô số số nguyên dương 