**CHUYÊN ĐỀ DỰ THI**

**CHUYỂN ĐỘNG CỦA HỆ**

**CÓ KHỐI LƯỢNG THAY ĐỔI**

**Năm 2019**

MỤC LỤC

[A- MỞ ĐẦU 3](#_Toc15894092)

[I. LÝ DO CHỌN ĐỀ TÀI 3](#_Toc15894093)

[II. ĐỐI TƯỢNG NGHIÊN CỨU 3](#_Toc15894094)

[III. MỤC ĐÍCH NGHIÊN CỨU, ĐÓNG GÓP MỚI CỦA ĐỀ TÀI 3](#_Toc15894095)

[IV. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU 4](#_Toc15894096)

[B- NỘI DUNG 5](#_Toc15894097)

[I. GIỚI THIỆU 5](#_Toc15894098)

[II. CƠ HỌC CỔ ĐIỂN VỚI HỆ CÓ KHỐI LƯỢNG THAY ĐỔI 6](#_Toc15894099)

[III. HỆ CÓ KHỐI LƯỢNG THAY ĐỔI: TRƯỜNG HỢP TƯƠNG ĐỐI TÍNH 9](#_Toc15894100)

[IV. KHỐI LƯỢNG THAY ĐỔI TRONG CHUYỂN ĐỘNG QUAY 13](#_Toc15894101)

[V. MỘT SỐ BÀI TẬP ÁP DỤNG 13](#_Toc15894102)

[C- KẾT LUẬN 23](#_Toc15894103)

[TÀI LIỆU THAM KHẢO 24](#_Toc15894104)

# A- MỞ ĐẦU

## I. LÝ DO CHỌN ĐỀ TÀI

Chúng ta thảo luận về vai trò của vectơ động lượng trong mô tả động lực học của các hệ có khối lượng thay đổi và cho thấy một sự không rõ ràng trong việc thể hiện định luật 2 Newton về mặt thay đổi động lượng theo thời gian cho các hệ khối lượng thay đổi.

Một biểu thức đơn giản rằng đạo hàm thời gian của động lượng của vật có khối lượng thay đổi bằng với ngoại lực không phải lúc nào cũng đúng (chỉ khi giả định một hệ quy chiêu đặc biệt)

Trong sách giáo khoa cơ bản và nhiều bài giảng ghi chú phương trình chuyển động chính xác cho một hệ có khối lượng thay đổi (bao gồm cả vận tốc tương đối của khối lượng đi vào hoặc rời khỏi vật) không được thảo luận đầy đủ, dẫn đến một số vấn đề về hiểu biết không đúng đắn của nhiều học sinh.

Chúng tôi cũng chỉ ra làm thế nào phương trình chuyển động trong trường hợp cổ điển (trong chuyển động tịnh tiến) có thể dễ dàng mở rộng sang trường hợp tương đối tính và thảo luận về chuyển động của một tên lửa tương đối tính.

Đối với trường hợp không tương đối tính cũng có một chuyển động quay được thảo luận. Tất nhiên là đúng, hầu hết các tài liệu tốt đều xử lý vấn đề một cách chính xác, nhưng một số sách giáo khoa thường sử dụng thì không.

Mục đích của đề tài này của chúng tôi là chú ý đến vấn đề động lực học của các hệ có khối lượng thay đổi và cho thấy một góc nhìn khác của chủ đề.

## II. ĐỐI TƯỢNG NGHIÊN CỨU

Hệ có khối lượng thay đổi

## III. MỤC ĐÍCH NGHIÊN CỨU, ĐÓNG GÓP MỚI CỦA ĐỀ TÀI

 Củng cố kiến thức về động lượng, định luật bảo toàn động lượng

 Nêu ra các sai lầm của học sinh, sách giáo khoa về cách tiếp cận bài toán hệ có khối lượng thay đổi

Đưa ra các bài toán cụ thể, áp dụng cách tiếp cận mới với các bài toán hệ có khối lượng thay đổi

## IV. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

**1. Phương pháp nghiên cứu lí thuyết**

- Phân tích và tổng hợp lí thuyết:

 + Phân tích lí thuyết để phân chia vấn đề cần nghiên cứu thành các đơn vị kiến thức, cho phép tìm hiểu các dấu hiệu đặc thù, cấu trúc bên trong của từng đơn vị kiến thức. Từ đó nắm vững bản chất của từng phần kiến thức và của toàn bộ vấn đề.

 + Trên cơ sở phân tích, tiến hành tổng hợp các kiến thức để tạo ra hệ thống, thấy được các mối quan hệ của các đơn vị kiến thức dựa trên sự suy luận logic để rút ra kết luận khoa học.

- Phân loại hệ thống lí thuyết:

 + Trên cơ sở phân tích lí thuyết để tiến tới tổng hợp chúng, cần phải thực hiện các quá trình phân loại kiến thức nhằm hệ thống hoá kiến thức, sắp xếp kiến thức theo mô hình nghiên cứu, làm cho vấn đề nghiên cứu được trình bày chặt chẽ, sâu sắc.

**2. Phương pháp nghiên cứu thực tiễn**

Thu thập thông tin từ quan sát, luyện tập, trao đổi về một số hiện tượng trong thực tế có liên quan đến vấn đề.

#  B- NỘI DUNG

## I. GIỚI THIỆU

Động lượng là một đại lượng thường được sử dụng để mô tả trạng thái chuyển động của hệ. Thông thường, động lượng () được sử dụng để trình bày các phương trình động học dưới dạng đạo hàm bậc nhất động lượng lực tác dụng () tác dụng lên vật, tức là . Cách viết đơn giản này của định luật động lực học thứ hai của Newton hoàn toàn tương đương với biểu thức cổ điển (m-mass,a-gia tốc), nhưng chỉ dành cho các hệ có khối lượng không đổi.

Việc vô thức sử dụng động lượng để viết các phương trình chuyển động cho một hệ có khối lượng thay đổi là một thói quen phổ biến và có thể dẫn đến những sai lầm nghiêm trọng được nhắc lại trong nhiều bài giảng và trong nhiều sách giáo khoa trong vật lý.

Thảo luận về chủ đề này thường được giải thích không rõ ràng. Đề tài của chúng tôi sẽ rút ra phương trình chuyển động của một vật thể có khối lượng thay đổi dựa trên các nguyên lý động lực học cổ điển.

Các điều kiện sẽ được xác định chặt chẽ khi có thể rút gọn thành công thức đơn giản sử dụng động lượng, độc lập trên hệ quy chiếu quán tính. Sự kết hợp của một phương trình chuyển động tổng quát cho các hệ có khối lượng thay đổi và nguyên lý khối lượng tương đối và tương đương năng lượng () dẫn đến các phương trình động lực học trong thuyết tương đối đặc biệt.

Lý do viết đề tài này là là cách viết phổ biến của định luật động lực thứ hai dưới dạng một đạo hàm thời gian của động lượng, tức là . Công thức này chỉ đúng đối với các hệ có khối lượng không đổi, khi nó tương đương với định luật II của Newton, tức là: . Đối với các hệ có khối lượng thay đổi, hai công thức trên trái ngược nhau. Phương trình sau, , là đúng và nó vẫn giống hệt nhau trong tất cả các hệ quy chiếu quán tính. Biểu thức với động lượng chỉ có thể đúng cho các hệ xác định, nếu các điều kiện của nhiệm vụ cho phép lựa chọn như vậy.

## II. CƠ HỌC CỔ ĐIỂN VỚI HỆ CÓ KHỐI LƯỢNG THAY ĐỔI

Trường hợp đơn giản nhất của một hệ thống có khối lượng thay đổi là động cơ tên lửa. Đây là một ví dụ về sự tương tác của chỉ hai vật : một tên lửa và nhiên liệu được đẩy ra từ nó. Đặt tốc độ thay đổi khối lượng của một tên lửa (tính bằng kilôgam trên giây, kg / s; lưu ý rằng , vì khối lượng, 𝑚, của một tên lửa giảm; tốc độ đốt cháy nhiên liệu là ) , vectơ vận tốc của tên lửa là và vector vectơ vận tốc của nhiên liệu bị đẩy ra so với tên lửa là .

Bây giờ chúng ta sẽ sử dụng định luật III Newton để mô tả chuyển động của tên lửa.

Trong thời gian ngắn phần khối lượng nhiên liệu có vận tốc , nó phải chuyển động với gia tốc , dưới tác dụng của lực , do đó .

Theo định luật III Newton , lực do khí tác động lên hệ thống tên lửa theo chiều ngược lại, . Phương trình này đúng nếu toàn bộ sự tương tác chỉ diễn ra giữa hệ 2 vật (khí và tên lửa).

Nguyên nhân của sự tương tác này là do áp suất của khí nóng. Trong trường hợp chỉ có một phần khí gây ra tương tác (một phần khí mất đi do sự rò rĩ của động cơ), có sự hiệu chỉnh các hệ số thích hợp

Được gọi là phương trình Meshchersky. là ngoại lực (ví dụ: lực hấp dẫn hoặc sức cản không khí). Kết quả của phương trình Meshchersky, giả sử hằng số và và không có ngoại lực, là công thức Tsiolkovsky cho tốc độ cuối cùng của tên lửa (và giả sử tốc độ ban đầu của tên lửa bằng 0):

Trong đó là khối lượng ban đầu của tên lửa, m là khối lượng tức thời của tên lửa .

Công thức trong phương trình (1) có thể được mở rộng cho trường hợp, trong đó có nhiều nguồn lực đẩy khác nhau, bao gồm khối lượng không khí được lấy từ bên ngoài, được sử dụng để đốt cháy nhiên liệu:

Một ví dụ về ứng dụng của phương trình (3) có thể là một máy bay phản lực bay với vận tốc và hút không khí từ bên ngoài với lượng kg / s với vận tốc tương đối . Không khí được trộn với nhiên liệu, được đốt cháy với tốc độ nhiên liệu kg / s. Sau khi đốt cháy hỗn hợp nhiên liệu với không khí trong buồng động cơ, nó được đẩy ra qua các vòi phun của động cơ phản lực dưới dạng khí thải với lượng kg / s với vận tốc tương đối với hướng ngược lại với . Phương trình chuyển động của một chiếc máy bay như vậy với động cơ phản lực lý tưởng sau đây là:

Trong đó 𝑚 là khối lượng hiện tại của máy bay với nhiên liệu, và là lực cản không khí phụ thuộc tốc độ tác động lên máy bay (đóng vai trò của ngoại lực). Cách tiếp cận vấn đề này là hợp lý và rất đơn giản, và có thể được hiểu ngay cả đối với học sinh trung bình. Trong nhiều sách giáo khoa, các nhiệm vụ thuộc loại này thường được giải thích không chính xác, điều này có thể dẫn đến kết quả cuối cùng ngẫu nhiên, thường là sai.

**Ví dụ 1. Lực đẩy của máy bay phản lực.**

Một máy bay phản lực di chuyển với tốc độ không đổi 250 m / s, cũng là tốc độ hút không khí vào động cơ. Trong mỗi giây, hỗn hợp 75 kg không khí và 3 kg nhiên liệu hàng không được đốt cháy trong động cơ và khí thải được đẩy ra với tốc độ 500 m / s. Tinh tổng lực đẩy của máy bay phản lực?

1. Ví dụ về giải pháp sai (thường thấy trong sách giáo khoa).

Một giả định không chính xác là tổng khối lượng khí được đẩy ra với tốc độ tương đối . Lực đẩy sau đó được giả định sai là:

2. Cách giải đúng.

Giải pháp đúng được thu được, nếu phương trình (4) được sử dụng cho một lực đẩy, tức là . Ta có: Do đó, tổng lực đẩy là:

Bằng cách đưa ra vận tốc của khí thải trong với hệ quy chiếu phòng thí nghiệm (LAB) (hệ quy chiếu đứng yên) là , sao cho , chúng ta có được sau khi biến đổi phương trình (1):

Trong đó ta có, động lượng , (5) trở thành

Từ phương trình (6) ta có thể đưa tới định luật bảo toàn động lượng. Động lượng của vật (cũng có khối lượng thay đổi) được bảo toàn với điều kiện là tổng ngoại lực và phản lực bằng 0: Sự xuất hiện của vận tốc giới hạn khả năng áp dụng của luật đối với chỉ các hệ được chọn. Định luật bảo toàn động lượng cho tên lửa có khối lượng thay đổi, do đó, mất tính phổ quát và trở thành một trường hợp đặc biệt. Tất nhiên, bạn có thể lấy tất cả các vật thể tương tác với nhau (ví dụ: tên lửa có khí thải là một hệ thống có khối lượng không đổi như một tổng thể), sau đó các lực tương tác lẫn nhau giữa tất cả các vật được cân bằng. Đối với một hệ thống tổng thể như vậy, nguyên tắc bảo toàn động lượng vẫn còn, như thường được biết đến (ví dụ: đối với tâm khối lượng của hệ thống). Tuy nhiên, khả năng áp dụng của luật vẫn còn hạn chế. Định luật bảo toàn năng lượng phải được kể đến. Đối với hệ thống hai vật, khả năng giải quyết chỉ trong hai trường hợp đặc biệt, xem các va chạm đàn hồi (chúng ta giả định bảo toàn năng lượng cơ học hoàn toàn) hoặc va chạm hoàn toàn không đàn hồi (chúng tôi từ bỏ định luật bảo toàn năng lượng, nhưng chúng tôi cho rằng tất cả các thành phần sẽ hợp nhất thành một vật). Đây chỉ là những trường hợp giả thuyết và thường ít liên quan đến quá trình thực tế của hiện tượng.

Phương trình (6) là một dạng chính xác của phương trình chuyển động khối lượng biến đổi với việc sử dụng động lượng. Chỉ trong hệ quy chiếu của khí thải, nếu đó cũng là hệ quy chiếu quán tính, vận tốc lấy 0 và phương trình (6) có dạng:

Phương trình (7) là đơn giản nhất, nhưng không phải lúc nào cũng đúng, và cũng dễ dàng dẫn đến định luật bảo toàn động lượng. Sử dụng nó đòi hỏi phải sử dụng hệ quy chiếu riêng của khí thải, thường là hệ không quán tính (ví dụ: được liên kết với tên lửa). Ngoài ra, trong trường hợp phương trình tổng quát (3), hệ quy chiếu riêng cho các vật có nhiều vận tốc khác nhau, có thể không tồn tại.

Một ví dụ điển hình minh họa cho vấn đề trên là sơ đồ: một sà lan trôi trên mặt nước và cát rơi trên mặt sà lan. Nếu cát rơi trên xà lan từ băng tải đai di chuyển với tốc độ không đổi so với hệ quy chiếu LAB, công thức trong biểu thức (7) được viết trong hệ quy chiếu riêng của cát có thể được sử dụng. Tuy nhiên, nếu cát tràn ra khỏi sà lan (ví dụ: nó được ném xuống nước bởi một băng tải qua đuôi tàu), phương trình (7) là không đúng sự thật, vì hệ quy chiếu chiếu riêng của cát cũng là hệ không quán tính của chính sà lan và các lực hư cấu phải được giới thiệu.

## III. HỆ CÓ KHỐI LƯỢNG THAY ĐỔI: TRƯỜNG HỢP TƯƠNG ĐỐI TÍNH

Một trường hợp khác là việc sử dụng phương trình (7) trong lý thuyết tương đối. Điều này có thể là do tốc độ ban đầu bằng không của phần gia tăng của khối lượng tương đối tính. Đó là, tuy nhiên, một lần nữa không phải là công thức chung nhất. Bây giờ chúng ta viết công thức trong biểu thức (6) trong trường hợp tương đối tính. Trong trường hợp tương đối tính, chúng ta giả sử sự tương đương của khối lượng và năng lượng được viết là , trong đó 𝑚 là khối lượng tương đối phụ thuộc tốc độ, . Dưới tác dụng của ngoại lực , công suất truyền vào hệ thống là , do đó tốc độ thay đổi của khối lượng tương đối tính được tính theo công thức

Thay phương trình (8) vào (1), sau đó thay trong đó là vectơ vận tốc của độ tăng khối lượng tương đối tính trong hệ LAB, bằng 0. Chúng ta có được một công thức thường được biết đến để tăng tốc của hệ tương đối tính được viết dưới dạng:

Công thức trong phương trình (9) là một tương đương tương đối của công thức cổ điển cho một động lực của hệ thống khối lượng biến - phương trình (1). Viết phương trình (9) trong trường hợp đặc biệt của hệ quy chiếu riêng, tức là khi , chúng tôi nhận được

Các phương trình (9) và (10) tương đương với nhau nếu giả định hệ quy chiếu chiếu riêng (so với phương trình 10) và chúng là kết quả từ các mối quan hệ cổ điển tương ứng - Các phương trình (1) và (6).

Nó phải được ghi nhớ, tuy nhiên, phương trình (10) chỉ có giá trị trong trường hợp cụ thể được mô tả, khi tổng khối lượng của một đối tượng được xem xét.

Trường hợp này tương đương với các cuộc thảo luận ở trên ví dụ cổ điển về việc ném cát từ trên cao lên sà lan đang di chuyển, trong đó phương trình biểu thị bằng động lượng cũng được áp dụng.

Phương trình được biểu thị bằng gia tốc (), tức là phương trình (9), hoàn toàn tương đương với phương trình sau. Nhiều tác giả của sách giáo khoa rút ra kết luận ở đây về tính ưu việt của phương trình động lực dựa trên gia tốc. Đây là một kết luận không chính xác và sai lầm, bởi vì nó chỉ được đáp ứng cho một tình huống cụ thể.

Ngoài ra, chúng ta có thể giả sử rằng khối lượng tương đối tính được biểu thị bằng công thức, trong đó là khối lượng còn lại và là yếu tố tương đối tính và tính biểu thức cho sự thay đổi của khối lượng tương đối tính (giữ ). Sau khi chèn nó vào phương trình (1) và vẫn lấy và sau khi tính toán đơn giản, chúng ta có được phương trình chuyển động tương đối tính

Trong đó là thành phần của lực lấy theo hướng song song với vectơ vận tốc của hệ quy chiếu chiếu, tức là , vectơ là gia tốc trong hệ quy chiếu LAB theo hướng song song và vectơ - gia tốc trong hệ quy chiếu riêng, cũng dọc theo vectơ . Phương trình (12) thường được lấy trực tiếp từ phép biến đổi Lorentz, điều này cũng xác nhận thêm tính hợp lệ của phương trình chuyển động cổ điển cho các hệ có khối lượng thay đổi.

**Ví dụ 2. Đạo hàm của các phương trình (11) và (12)**

Giả sử khối lượng tương đối tính với và và bắt đầu từ một công thức chung trong biểu thức (1) rút ra phương trình (12) cho sự biến đổi tương đối tính của gia tốc.

Hướng dẫn

1) Trước tiên, chúng tôi sẽ rút ra công thức cho sự thay đổi của khối tương đối tính:

2) Bây giờ chúng ta có thể số hạng trên vào biểu thức (1), lấy và . Chúng ta phải giả sử một thành phần song song của ngoại lực , được tính theo hướng của vectơ (vận tốc của khung tham chiếu), vì chúng ta quan tâm đến sự biến đổi tương đối tính của các thành phần song song của vectơ gia tốc. Chúng tôi nhận được:

Nếu bây giờ chúng ta xác định thành phần song song của vectơ gia tốc trong hệ quy chiếu riêng là và cùng vectơ trong hệ LAB là , cuối cùng chúng ta cũng nhận được phương trình (12).

Nếu chúng ta cho phép thay đổi khối lượng nghỉ của vật thể (ví dụ: trong trường hợp tên lửa tương đối tính) thì cũng có phương trình (10) không phải là bất biến và phải được sửa đổi cho phù hợp. Bây giờ chúng ta giả sử và sửa đổi kết quả tính toán cho sự thay đổi khối lượng trong Bài tập 2, tức là . Vectơ là vận tốc của tên lửa (nó cũng là vectơ của hệ quy chiếu chuyển động được đo so với LAB). Phương trình (6) được viết trong trường hợp tương đối tính của khối lượng nghỉ có thể thay đổi được

trong đó và là vectơ vận tốc của các khí tương đối tính bị đẩy ra (trong hệ quy chiếu LAB). Sau khi đưa ra một động lượng tương đối tính, và giả sử các vectơ cộng tuyến và (được đo trong hệ LAB), chúng ta có thể sử dụng công thức cộng vận tốc tương đối tính, , để viết Eq (5) cho trường hợp tương đối tính

Chúng tôi thấy rằng lấy (xem xét khối lượng nghỉ không đổi) chúng tôi quay lại phương trình (11).

Một lần nữa, chúng ta thấy rằng phương trình chuyển động được viết trong miền động lượng hoàn toàn tương đương với phương trình được viết trong miền gia tốc. Nói rằng phương trình (10) hoặc phương trình (13) tổng quát hơn các phương trình (9) hoặc (14), trong trường hợp tương đối nhất là sai. Do động lượng không phải là một biến động tốt, nên định luật bảo toàn động lượng trong trường hợp tương đối tính được thay thế bằng định luật bốn động lượng, xuất phát từ số liệu duy nhất được sử dụng trong không gian Minkowski.

## IV. KHỐI LƯỢNG THAY ĐỔI TRONG CHUYỂN ĐỘNG QUAY

Bây giờ chúng ta tập trung vào trường hợp chuyển động quay. Đối với loại chuyển động này, chúng tôi xác định một động lượng góc, , để mô tả động lực học của hệ thống. Các phép biến đổi đơn giản dẫn đến phương trình động lực học:

Phương trình (15) dẫn đến định luật bảo toàn momen động lượng theo nhiều giả định tương tự như đã thảo luận trước đây. Bạn cũng có thể sử dụng phương trình chuyển động cho điểm khối lượng với khối lượng thay đổi dưới dạng:

Trong đó 𝛚 là vectơ vận tốc góc.

## V. MỘT SỐ BÀI TẬP ÁP DỤNG

**Bài toán 1. Hệ có khối lượng thay đổi**

Khi hệ có khối lượng thay đổi theo thời gian, ta phải sử dụng dạng khác của ĐL II Newton để khảo sát hệ:

Xung lượng của lực = độ biến thiên động lượng

**Chuyển động của hạt qua đám bụi tĩnh điện**

****

Xét một hạt chuyển động qua lớp bụi tĩnh điện

Tại thời điểm t: hạt có khối lượng m chuyển động với vận tốc v, lớp bụi có khối lượng M

ở thời điểm t + dt: khối lượng hạt là , chuyển động với vận tốc ,khối lượng bụi là

Tổng động lượng ở thời điểm t là :

Tổng động lượng ở thời điểm t+dt là:

Độ biến thiên động lượng của hệ:

Do bỏ qua vô cùng bé bậc 2

Vậy

**Ví dụ 1: Giọt mưa rơi**

Giả sử rằng một giọt mưa rơi qua một đám mây và tích lũy khối lượng với tốc độ kmv trong đó k> 0 là hằng số, m là khối lượng của hạt mưa, và v vận tốc của nó. Tốc độ của hạt mưa tại một thời điểm nhất định là gì nếu nó bắt đầu từ phần còn lại, và khối lượng của nó là bao nhiêu?

Hướng dẫn: Gọi x là độ dich chuyển của hạt mưa và . Ngoại lực tác dụng là trọng lực . Ta có

Mặt khác

Do đó

Tích phân 2 vế, đặt

Do đó

Do đó

Tích phân hai vế ta có

**Ví dụ 2:** Giọt mưa rơi qua một đám mây tích lũy khối lượng một tỷ lệ nhất định

Một giọt mưa rơi qua một đám mây trong khi tích lũy khối lượng với tốc độ trong đó r là bán kính của nó (giả sử rằng hạt mưa vẫn là hình cầu) và . Tìm vận tốc của nó tại thời điểm t nếu nó bắt đầu rơi với bán kính a.

Ta có

Mặt khác

Do đó

Với C là hằng số

Ban đầu với đó

Ta có

Do đó

Đặt

Ta có

Tích phân 2 vế

**Bài toán 2. Khối lượng bị mất hoặc đạt được ở tốc độ tương đối bằng không**

Xét một quả khinh khí cầu có chứa một túi cát. Các được giải phóng để kiểm soát chiều cao của khinh khí cầu. Thùng cát đứng yên so với khinh khí cầu. Ở thời điểm t nó chuyển động với vận tốc v và khối lượng là m, ở thời điểm t+dt nó có vận tốc là v+dv và khối lượng là m+dm. Khối lượng của phần dịch chuyển với vận tốc bằng không là -dm và vận tốc là v+dv.

- Mô men ở thời điểm t:

- Mô men ở thời điểm t+dt:

Độ biến thiên động lượng:

Do đó

**Ví dụ 1:** Giả sử một quả bóng có khối lượng không đổi M chứa một khối lượng cát m0 chịu tác dụng một lực đẩy lên trên không đổi của C. Ban đầu nó ở trạng thái cân bằng, và sau đó cát được giải phóng với tốc độ không đổi sao cho nó được giải phóng trong thời gian t0. Tìm chiều cao của quả bóng và vận tốc của nó khi tất cả cát đã được giải phóng.

Hướng dẫn

Vì tốc độ của cát khi rời khỏi quả bóng so với mặt đất bằng với tốc độ của bóng. Do đó tốc độ của cát so với bóng bằng 0.

Ta có

Gọi tốc độ thay đổi khối lượng của cát là . Ta có

Ở thời điểm thì

Do đó

Tích phân hai vế

Nếu ban đầu quả bóng nằm cân bằng

Thay vào phương trình trên ta có

Để tìm độ cao cực đại, trước hết ta đặt . Ta có

Trong đó hằng số được tìm thông qua điều kiện đầu

**Bài toán tổng quát: Hệ có khối lượng thay đổi tổng quát**

****

**Hình 4.** Hạt chuyển động với vận tốc và tăng khối lượng hoặc giảm khối lượng từ hạt có khối lượng M chuyển động với vận tốc

Từ hình 4, ta có tổng động lượng của hệ ở thời điểm t:

Tổng động lượng của hệ ở thời điểm t+ dt:

Độ biến thiên động lượng:

Nếu

**Ví dụ 1: Bài toán chuyrn động của tên lửa 1**

Một tên lửa có khối lượng phụt nhiên liệu về phía sau với tốc độ so với tên lửa với tốc độ không đổi . Bỏ qua trọng lực và sức cản không khí tìm tốc độ của nó tại thời điểm nếu tại nó có tốc độ và khối lượng , trong đó là lượng nhiên liệu được đốt cháy.

****

**Hình 5. Tên lửa đốt nhiên liệu được đẩy ra với vận tốc liên quan đến tên lửa.**

Hướng dẫn

Gọi m là khối lượng, là vận tốc của tên lửa ở thời điểm nào đó, là vận tốc của khí phụt ra phía sau so với tên lửa.

Sau thời gian khối lượng khí đã biến thiên một lượng , khối lượng khí là , trong đó khối lượng khí đã phụt ra là , vận tốc của tên lửa là , vận tốc của khí phụt ra là

Động lượng của hệ ở thời điểm : m

Động lượng của hệ ở thời điểm :

Độ biến thiên xung lượng của hệ:

Trong đó chúng ta đã bỏ qua số hạng vô cùng bé bậc 2 của

Độ biến thiên động lượng:

Gọi tổng ngoại lực tác dụng lên hệ là , ta có:

Đây là phương trình chuyển động của tên lửa, hay là phương trình chuyển động của chất điểm có khối lượng thay đổi (còn gọi là phương trình Mêsecski).

Ta thấy, là vận tốc tương đối của khí phụt ra so với tên lửa.

Số hạng có thứ nguyên của lực, gọi là phản lực.

Như vậy *vectơ gia tốc của tên lửa phụ thuộc tổng ngoại lực và cả phản lực.*

Biến đổi phản lực về cả độ lớn và hướng có thể điều khiển cho tên lửa đi theo quỹ đạo mong muốn.

Xét trường hợp ngoại lực bằng 0 hoặc có thể bỏ qua, và vận tốc tương đối của khí phụt ra không đổi, hướng về phía sau tên lửa.

Lúc

Đó là công thức xác định vận tốc tên lửa theo vận tốc khí phụt ra.

**Ví dụ 2. Xét trường hợp tên lửa chuyển động với lực cản không khí và nhiên liệu được đốt cháy được cho bởi với b là hằng số ( )**

Ta có ngoại lực tác dụng . Thay vào phương trình

Ta có, do đó . Do đó

 trong đó

Vì

Sử dụng điều kiện đầu ta có

Vậy

Khi ta có

# C- KẾT LUẬN

Chuyên đề này về các phương trình động lực học của các hệ thống khối lượng thay đổi được biết đến từ các tài liệu. Những nhầm lẫn lớn được đưa ra bởi các phương trình này, một mặt đơn giản hóa ký hiệu và tính toán, nhưng mặt khác, chỉ đúng sau khi hoàn thành một số giả định cụ thể. Thông thường các giả định cần thiết được bỏ qua và phương trình đơn giản hóa của động lực học được sử dụng không phù hợp. Cụ thể, động lượng của vật chuyển động là một ví dụ điển hình về đại lượng vật lý có thể gây rắc rối. Các phương trình được viết bằng động lượng không bất biến sau khi chuyển đổi sang hệ quy chiếu khác (kể cả hệ quy chiếu quán tính). Cái bẫy này thường dẫn đến việc sử dụng không chính xác các phương trình động lực học cho các hệ thống có khối lượng thay đổi. An toàn nhất là sử dụng phương trình (1) hoặc phương trình (3) ở dạng tổng quát. Các phương trình này là kết quả đơn giản của việc sử dụng trực tiếp các định luật động lực học Newton. An toàn hơn khi sử dụng các tương tác giữa các vật , và theo đó là định luật động lực học thứ 3, và để tránh các định luật bảo toàn (động lượng, động lượng góc hoặc năng lượng) chỉ được đáp ứng trong các điều kiện giả định cụ thể. Cách tiếp cận này cho phép sử dụng các công thức cổ điển để mô tả động lực học của các hệ thống tương đối tính. Do động lượng không phải là một đại lượng động tốt trong lý thuyết tương đối tính, nên định luật bảo toàn động lượng được thay thế bằng định luật bảo toàn bốn động lượng, xuất phát từ số liệu duy nhất được sử dụng trong không gian Minkowski.

Tóm lại, cần lưu ý rằng động lượng không phải là một biến động tốt và cách viết đơn giản các phương trình chuyển động sử dụng động lượng được giới hạn trong các hệ quy chiếu cụ thể. Điều này đặc biệt rõ ràng đối với các hệ thống có khối lượng thay đổi. Đổi lại, có tính đến các tương tác hai vật trong các phương trình động lực học cổ điển của Newton, chúng ta có được các phương trình động học hoàn toàn chính xác và được viết rất rõ ràng, cũng mô tả thành công các hiện tượng tương đối tính. Mỗi đối số được trích dẫn ở đây đều được biết đến rộng rãi, nhưng chúng thường được sử dụng hoặc giải thích không chính xác, đặc biệt là trong quá trình giáo dục của thế hệ các nhà vật lý và kỹ sư mới.

# TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Cơ học 2. Tác giả Tô Giang

2. Tài liệu bồi dưỡng giáo viên chuyên hè của trường Khoa học tự nhiên.

3. Chuyên đề dao động nhiễu loạn của trường Trần Phú Hải Phòng

4. Các đề thi học sinh giỏi các tỉnh, quốc gia Việt Nam và các nước khác.

5. Arnold Sommerfeld, “Mechanics”, in Lectures on Theoretical Physics, Vol. I (New York, 1952).

6. David Halliday, Robert Resnick, and Jearl Walker, *Fundamentals of physics,* 9th edition (John Wiley & Sons, Inc., 2011)

7. John R. Taylor, *Classical Mechanics*, (University Science Books, 2005)