

ĐỀ THI KHU VỰC GIẢI TOÁN THPT TRÊN MÁY TÍNH CẦM TAY

ĐỀ THI NĂM 2002

Qui định: Các kết quả tính toán gần đúng, nếu không có chỉ định cụ thể, được ngầm định là chính xác tới 5 chữ số thập phân.

Bài 1. Cho hàm số $f(x) = 2x^2 + 3\sin x - 4\cos x + 7$.

- a) Tính gần đúng với 5 chữ số thập phân giá trị của hàm số tại điểm $x = \frac{\pi}{7}$.
b) Tính gần đúng với 5 chữ số thập phân giá trị của các hệ số a và b nếu đường thẳng $y = ax + b$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại tiếp điểm có hoành độ $x = \frac{\pi}{7}$.

Đáp số: $f\left(\frac{\pi}{7}\right) \approx 5,10062$; $a \approx 6,23364$; $b \approx 2,30297$

Bài 2. Cho $f(x) = 11x^3 - 101x^2 + 1001x - 10001$. Hãy cho biết phương trình có nghiệm nguyên trên đoạn $[-1000; 1000]$ hay không?

Đáp số: Không

Bài 3. Tìm ước chung lớn nhất của 2 số: $a = 24614205$, $b = 10719433$.

Đáp số: 21311

Bài 4. Tìm nghiệm gần đúng của phương trình $\cos x = 2x$.

Đáp số: $x \approx 0,45018$

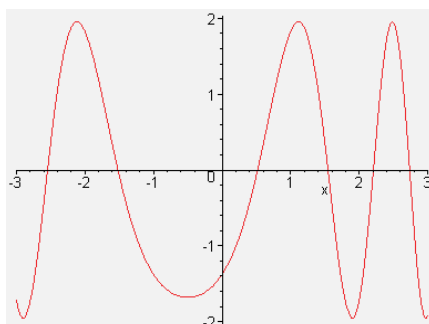
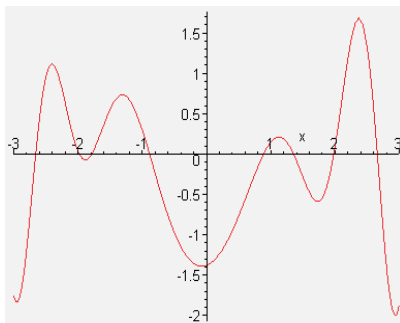
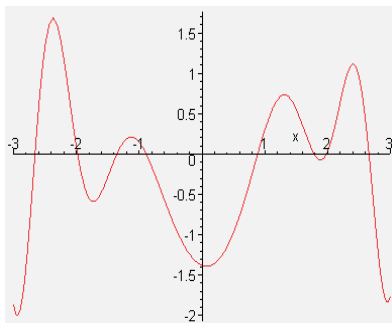
Bài 5. Khi đưa một khúc gỗ hình trụ có đường kính 48,7 cm vào máy bong gỗ, máy xoay 178 vòng thì được một dải băng gỗ mỏng (nhằm ép dính làm gỗ dán) và một khúc gỗ hình trụ mới có đường kính 7,8 cm. Giả thiết dải băng gỗ được máy bong ra lúc nào cũng có độ dày như nhau. Hãy tính gần đúng với hai chữ số thập phân chiều dài của dải băng gỗ mỏng này.

Đáp số: $a \approx 11435,71$ cm

Bài 6. Đồ thị của 3 hàm số $f_1(x) = \sin(x^2 + x - 1) - \cos(x^2 - x + 1)$,

$f_2(x) = \sin(x^2 + x - 1) - \cos(x^2 + x + 1)$, $f_3(x) = \sin(x^2 - x - 1) - \cos(x^2 + x + 1)$

trên đoạn $[-3; 3]$ được biểu thị trong 3 hình vẽ 6.1, 6.2, 6.3. Hãy cho biết đồ thị nào là của hàm số nào?



Đáp số: Đồ thị hàm số $f_1(x)$ ở hình 6.2; đồ thị hàm số $f_2(x)$ ở hình 6.3; đồ thị hàm số $f_3(x)$ ở hình 6.1

Bài 7. Tính gần đúng với không quá hai chữ số thập phân giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{x^2 - x + 1}$ trên đoạn $[-2; 2]$.

Đáp số: $\max f(x) \approx 0,86$; $\min f(x) \approx -0,29$

Bài 8. Cho hai đường tròn có các phương trình tương ứng

$$x^2 + y^2 + 5x - 6y + 1 = 0 \text{ và } x^2 + y^2 - 2x + 3y - 2 = 0.$$

a) Tính gần đúng với 5 chữ số thập phân tọa độ các giao điểm của hai đường tròn đó.

b) Tìm a và b để đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 + ax + by + 5 = 0$ cũng đi qua hai giao điểm trên.

Đáp số: $\begin{cases} x_1 \approx 0,52473 \\ y_1 \approx 0,74145 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 \approx -1,05550 \\ y_2 \approx -0,48761 \end{cases} \quad a = \frac{43}{3}; b = -18$

Bài 9. Tam giác PQR có góc $P = 45^\circ$, góc $R = 105^\circ$. I, J là hai điểm tương ứng trên hai cạnh PQ, PR sao cho đường thẳng IJ vừa tạo với cạnh PR một góc 75° vừa chia tam giác thành hai phần có diện tích bằng nhau. Tính giá trị gần đúng của tỉ số $\frac{PJ}{PR}$.

Đáp số: $\frac{PJ}{PR} \approx 0,930604859$ hoặc $\frac{PJ}{PR} \approx 0,707106781$

Bài 10. Gọi M là giao điểm có cả hai toạ độ dương của hypebol $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ và parabol $y^2 = 5x$.

- Tính gần đúng với 5 chữ số thập phân toạ độ của điểm M.
- Tiếp tuyến của hypebol tại M còn cắt parabol tại điểm N khác với M. Tính gần đúng với 5 chữ số thập phân toạ độ của điểm N.

Đáp số: M(3,39901; 4,12252); N(0,40