

MỤC LỤC

◆	CHƯƠNG 5. GIỚI HẠN – DÃY SỐ LIÊN TỤC.....	2
▶	BÀI 1. GIỚI HẠN CỦA DÃY SỐ.....	2
	Ⓐ. Tóm tắt kiến thức
2	
	Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản
3	
	•Dạng 1: Xác định giới hạn của dãy số bằng định nghĩa.....	3
	•Dạng 2: Tính giới hạn hữu hạn của dãy số bằng định lí.....	3
	•Dạng 3: Tính giới hạn của dãy số có dạng.....	4
	•Dạng 4: Tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn.....	4
	•Dạng 5: Ứng dụng thực tế.....	4
	Ⓒ. Dạng toán rèn luyện
5	
	•Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	5
	•Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	7
	•Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	10

A. Tóm tắt kiến thức

1. Giới hạn hữu hạn của dãy số

✍ **Giới hạn 0 của dãy số**

- ✓ Dãy số (u_n) có giới hạn 0 khi n dần tới dương vô cực, nếu $|u_n|$ nhỏ hơn một số dương bất kì cho trước, kể từ một số hạng nào đó trở đi, kí hiệu

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0 \text{ hay } u_n \rightarrow 0 \text{ khi } n \rightarrow +\infty. \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} |u_n| = 0$$

Ta còn viết là

- ✓ Ta thừa nhận một số giới hạn cơ bản sau đây:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^k} = 0$$

- ✓ , với k nguyên dương bất kì.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0 \quad |q| < 1.$$

- ✓ , với q là số thực thỏa mãn

✍ **Giới hạn hữu hạn của dãy số**

- ✓ Dãy số (u_n) có giới hạn hữu hạn là số a (hay u_n dần tới a) khi n dần tiến tới dương vô cực, nếu

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - a) = 0. \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a \text{ hay } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a \text{ hay } u_n \rightarrow a \text{ khi } n \rightarrow +\infty.$$

- ✓ Khi đó, ta viết

✍ **Chú ý:** Nếu $u_n = c$ (c là hằng số) thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim c = c$.

2. Các phép toán về giới hạn hữu hạn của dãy số

- ✓ Cho $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a, \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = b$ và c là hằng số. Khi đó:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n) = a + b \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - v_n) = a - b$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (c.u_n) = c.a \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n.v_n) = a.b$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b} \quad (b \neq 0)$$

$$u_n \geq 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \text{ thì } a \geq 0 \text{ và } \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{u_n} = \sqrt{a}$$

4. Giới hạn vô cực

☑ Ta nói dãy số (u_n) **có giới hạn** là nếu u_n lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi, kí hiệu $\lim u_n = +\infty$ hay $u_n \rightarrow +\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$.

☑ Ta nói dãy số (u_n) **có giới hạn** là $-\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$ nếu $\lim(-u_n) = +\infty$, kí hiệu $\lim u_n = -\infty$ hay $u_n \rightarrow -\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$.

✍ **Chú ý:** Ta có các kết quả sau:

- ☑ a) $\lim u_n = +\infty$ khi và chỉ khi $\lim(-u_n) = -\infty$;
- ☑ b) Nếu $\lim u_n = +\infty$ hoặc $\lim u_n = -\infty$ thì $\lim \frac{1}{u_n} = 0$;
- $\lim 1 = 1$

B. Phân dạng toán cơ bản

•Dạng 1: Xác định giới hạn của dãy số bằng định nghĩa

☞ Các ví dụ minh họa

$$\lim \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} = 0$$

Câu 1: Chứng minh rằng

$$\lim \frac{(-1)^n}{n^2} = 0$$

Câu 2: Chứng minh rằng

•Dạng 2: Tính giới hạn hữu hạn của dãy số bằng định lí

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 1: Tính các giới hạn sau:

a) $\lim \left(5 - \frac{2}{n^3} \right)$ b) $\lim \left(4 - \frac{2}{n} \right) \left(5 + \frac{1}{3^n} \right)$

Câu 2: Tính các giới hạn sau:

a) $\lim \frac{4n+2}{3}$ b) $\lim \frac{3n+4}{-5+\frac{2}{n}}$ c) $\lim \frac{-3+\frac{1}{n+1}}{5^n}$ d) $\lim \left(6 - \frac{5}{4^n} \right)$

Câu 3: Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + 1}{2n^2 + n + 2}$

b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n + 3}{1 + 3^n}$

•Dạng ③: Tính giới hạn của dãy số có dạng $\frac{C}{\infty}, \frac{\infty}{C}, \frac{C}{0}, \frac{\infty}{\infty} (C \neq 0)$

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 1: Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{1}{n}}{2^n}$

b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-3n + 2}{4}$

Câu 2: Cho hai dãy số $(u_n), (v_n)$ với $u_n = 3 - \frac{4}{n+1}, v_n = 8 - \frac{5}{3n^2 + 2}$. Tính:

a) $\lim u_n, \lim v_n$; b) $\lim(u_n + v_n), \lim(u_n - v_n), \lim(u_n \cdot v_n), \lim \frac{u_n}{v_n}$

•Dạng ④: Tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 1: Tính các tổng sau:

a) $M = 2 + \frac{2}{5} + \frac{2}{5^2} + \dots + \frac{2}{5^n} + \dots$

b) $N = 3 - \frac{3}{4} + \frac{3}{4^2} - \dots + 3 \left(-\frac{1}{4}\right)^n + \dots$

Câu 2: Tính tổng của các cấp số nhân lùi vô hạn:

a) $1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{5^3} + \dots + \left(-\frac{1}{5}\right)^n + \dots$

b) $2 + \frac{2^2}{3} + \frac{2^3}{3^2} + \dots + \frac{2^n}{3^{n-1}} + \dots$

•Dạng ⑤: Ứng dụng thực tế

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 1: Một mẫu chất phóng xạ $^{210}_{84}Po$ có khối lượng ban đầu $m_0 = 42(mg)$, nhưng cứ sau một khoảng thời gian $T = 138$ ngày thì khối lượng chất đó giảm đi một nửa (T được gọi là chu kỳ bán rã). Gọi u_n là khối lượng còn lại của mẫu chất phóng xạ sau n chu kỳ bán rã..

a) Tìm số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

b) Tính giới hạn của dãy số (u_n) và cho biết ý nghĩa của giới hạn đó.

Câu 2: Tại một nhà máy, người ta đo được rằng 80% lượng nước sau khi sử dụng được xử lí và tái sử dụng. Với $100m^3$ ban đầu được sử dụng lần đầu tại nhà máy, khi quá trình xử lí và tái sử dụng lặp lại mãi mãi, nhà máy sử dụng được tổng lượng nước là bao nhiêu?

Câu 3: Từ độ cao $100m$, người ta thả một quả bóng cao su xuống đất. Giả sử cứ sau mỗi lần chạm đất, quả bóng nảy lên một độ cao bằng $\frac{1}{4}$ độ cao mà quả bóng đạt được trước đó. Gọi h_n là độ cao quả bóng đạt được ở lần nảy thứ n .

a) Tìm số hạng tổng quát của dãy số (h_n) .

b) Tính giới hạn của dãy số (h_n) và nêu ý nghĩa giới hạn của dãy số (h_n) .

c) Gọi S_n là tổng độ dài quãng đường đi được của quả bóng từ lúc bắt đầu thả quả bóng đến khi quả bóng chạm đất lần thứ n . Tính S_n , nếu quá trình này cứ tiếp tục diễn ra mãi thì tổng quãng đường quả bóng di chuyển được là bao nhiêu?

©. Dạng toán rèn luyện

•Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3}{4n^2 - 2n + 1}$ là

- A. $-\frac{3}{4}$. B. $-\infty$. C. 0. D. -1.

Câu 2: Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 - 2n + 1}{4n^4 + 2n + 1}$ là

- A. $+\infty$. B. 0. C. $\frac{2}{7}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 3: Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) có $u_n = \frac{1}{n+1}$ và $v_n = \frac{2}{n+2}$. Khi đó $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{v_n}{u_n}$ có giá trị bằng:

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 4: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{an+4}{5n+3}$ trong đó a là tham số thực. Để dãy số (u_n) có giới hạn bằng 2, giá trị của a là:

- A. $a=10$. B. $a=8$. C. $a=6$. D. $a=4$.

Câu 5: Tính giới hạn $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n + 5}{2n^2 + 1}$.

- A. $L = \frac{3}{2}$. B. $L = \frac{1}{2}$. C. $L = 2$. D. $L = 1$.

Câu 6: Kết quả của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{p^n + 3^n + 2^{2n}}{3p^n - 3^n + 2^{2n+2}}$ là:

- A. 1. B. $\frac{1}{3}$. C. $+\infty$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 7: Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^3 - 2n^2} - n)$ bằng:

- A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. 0. D. 1.

Câu 8: Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n} - \sqrt{n^2 - 2n})$ là

- A. 1. B. 2. C. 4. D. $+\infty$.

Câu 9: Có bao nhiêu giá trị của a để $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + a^2 n} - \sqrt{n^2 + (a+2)n + 1}) = 0$.

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 10: Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{2n^2 - n + 1} - \sqrt{2n^2 - 3n + 2})$ là

- A. 0. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 11: Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n - 1} - \sqrt{2n^2 + n})$ là:

- A. -1. B. $1 - \sqrt{2}$. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 12: Có bao nhiêu giá trị nguyên của a thỏa $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 8n - n + a^2}) = 0$.

- A. 0. B. 2. C. 1. D. Vô số.

Câu 13: Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 2n + 3} - n)$ là

- A. -1. B. 0. C. 1. D. $+\infty$.

Câu 14: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \sqrt{n^2 + an + 5} - \sqrt{n^2 + 1}$, trong đó a là tham số thực.

Tìm a để $\lim u_n = -1$.

- A. 3. B. 2. C. - 2. D. - 3.

Câu 15: Giá trị của giới hạn $\lim(\sqrt[3]{n^3+1} - \sqrt[3]{n^3+2})$ bằng

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 16: Giá trị của giới hạn $\lim \frac{\sqrt{9n^2 - n} - \sqrt{n+2}}{3n - 2}$ là:

- A. 1. B. 0. C. 3. D. $+\infty$.

Câu 17: Giá trị của giới hạn $\lim \frac{1}{\sqrt[3]{n^3+1} - n}$ là

- A. 2. B. 0. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 18: Kết quả của giới hạn $\lim \frac{2^{n+1} + 3n + 10}{3n^2 - n + 2}$ là:

- A. $+\infty$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $-\infty$.

Câu 19: Kết quả của giới hạn $\lim \sqrt{2 \cdot 3^n - n + 2}$ là:

- A. 0. B. 2. C. 3. D. $+\infty$.

•Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1. Biết giới hạn $\lim \frac{2n+1}{-3n+2} = a$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Giá trị a lớn hơn 0.		
b)	Ba số $-\frac{5}{3}; a; \frac{1}{3}$ tạo thành một cấp số cộng với công sai bằng 2		
c)	Trên khoảng $(-\pi; \pi)$ phương trình lượng giác $\sin x = a$ có 3 nghiệm		
d)	Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q = 3$ và $u_1 = a$, thì $u_3 = -6$		

Câu 2. Biết giới hạn $\lim \frac{5n^3 - 2n + 1}{n - 2n^3} = a$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Giá trị a nhỏ hơn 0.		
b)	$x = a$ là trục đối xứng của parabol $(P): y = x^2 + 5x + 2$		
c)	Phương trình lượng giác $\sin x = a$ vô nghiệm		
d)	Cho cấp số cộng (u_n) với công sai $d = 3$ và $u_1 = a$, thì $u_3 = 6$		

Câu 3. Biết giới hạn $\lim \frac{2n^2 + 1}{3n^3 - 3n + 3} = a$ và $\lim \frac{n\sqrt{n^2 + 1}}{\sqrt{4n^4 - n^2 + 3}} = b$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Giá trị a nhỏ hơn 0.		
b)	Giá trị b lớn hơn 0.		
c)	Phương trình lượng giác $\cos x = a$ có một nghiệm là $x = \frac{\pi}{2}$		
d)	Cho cấp số cộng (u_n) với công sai $d = b$ và $u_1 = a$, thì $u_3 = \frac{3}{2}$		

Câu 4. Biết giới hạn $\lim(-2n^3 - 5n + 9) = a$ và $\lim \frac{4^n + 3}{1 + 3 \cdot 4^{n+1}} = b$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Tích $a \cdot b = 3$		
b)	Hàm số $y = \sqrt{1 - x}$ có tập xác định là $D(a; 1]$		
c)	Giá trị b là số lớn hơn 0		
d)	Phương trình lượng giác $\cos x = b$ vô nghiệm		

Câu 5. Biết giới hạn $\lim \frac{-3n^3 + 1}{2n + 5} = a$ và $\lim \frac{(-1)^n \cdot 5^n}{2^n + 5^{2n}} = b$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
---------	--	------	-----

a)	$\lim\left(-3n^2 + \frac{1}{n}\right) = a$		
b)	$x = b$ là hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = 2x$ với trục hoành		
c)	$\lim\left(\frac{1}{2024}\right)^n = b$		
d)	Cho cấp số cộng (u_n) với công sai $d = \frac{1}{2}$ và $u_1 = b$, thì $u_3 = 2$		

Câu 6. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\lim\left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$		
b)	$\lim\frac{1}{(\sqrt{2})^n} = -\infty$		
c)	$\lim\frac{1}{n^3} = 0$		
d)	$\lim 4 = 0$		

Câu 7. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\lim(\sqrt{3})^n = -\infty$		
b)	$\lim\pi^n = 0$		
c)	$\lim(n^3 + 2n^2 - 4) = +\infty$		
d)	$\lim(-n^4 + 5n^3 - 4n) = -\infty$		

Câu 8. Viết được các số thập phân vô hạn tuần hoàn dưới dạng phân số tối giản, ta được:

$$0,212121\cdots = \frac{a}{b}; \quad 4,333\cdots = \frac{c}{d}. \text{ Khi đó:}$$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$a + b = 40$		
b)	Ba số $a; b; 58$ tạo thành một cấp số cộng		
c)	$c + d = 15$		
d)	$\lim c = 13$		

Câu 9. Tìm được tổng của cấp số nhân lùi vô hạn sau: $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ và

$T = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$ Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có công bội $q = -\frac{1}{2}$.		
b)	$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$ là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có công bội $q = \frac{1}{3}$.		
c)	$S > T$		
d)	$S = \frac{1}{T}$		

Câu 10. Cho $u_n = \frac{7^n + 2^{2n-1} + 3^{n+1}}{7^{n+1} + 5^{n-1}}$. Biết $\lim u_n = \frac{a}{b}$ (với $a, b \in \mathbb{Z}; \frac{a}{b}$ tối giản). Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$a + b = 8$		
b)	$a - b = -7$		
c)	Bộ ba số $a; b; 13$ tạo thành một cấp số cộng có công sai $d = 7$		
d)	Bộ ba số $a; b; 49$ tạo thành một cấp số nhân có công bội $q = 7$		

•Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1:

a) Tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) với $u_1 = \frac{5}{4}, q = -\frac{1}{3}$.

b) Biểu diễn số thập phân vô hạn tuần hoàn 2,(3) dưới dạng phân số.

Câu 2: Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim \frac{3^{n+1}}{2^{2n}}$ b) $\lim \frac{3^{n+1} + 2^n}{3^n}$.

Câu 3: Tìm các giới hạn sau:

- a) $1, (03)$; b) $3, (23)$.

Câu 16: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{\cos n}{n^2}$. Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

Câu 17: Cho tam giác $A_1B_1C_1$ có diện tích là 3 (đơn vị diện tích). Dựng tam giác $A_2B_2C_2$ bằng cách nối các trung điểm của các cạnh B_1C_1, C_1A_1, A_1B_1 . Tiếp tục quá trình này, ta có các tam giác $A_3B_3C_3, \dots, A_nB_nC_n, \dots$.
 Ký hiệu s_n là diện tích của tam giác $A_nB_nC_n$.

- a) Tính s_n . b) Tính tổng $s_1 + s_2 + \dots + s_n + \dots$.

Câu 18: Cho dãy số (u_n) với $u_1 = 2, u_{n+1} = u_n + \frac{2}{3^n}, n \geq 1$. Đặt $v_n = u_{n+1} - u_n$.

- a) Tính $v_1 + v_2 + \dots + v_n$ theo n . b) Tính u_n theo n . c) Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

Câu 19: Cho dãy số (u_n) có tính chất $\left| u_n - \frac{n}{n+1} \right| \leq \frac{1}{n^2}$. Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

Câu 20: Viết số thập phân vô hạn tuần hoàn $2, (12) = 2,121212\dots$ thành phân số.

Câu 21: Tìm các giới hạn sau:

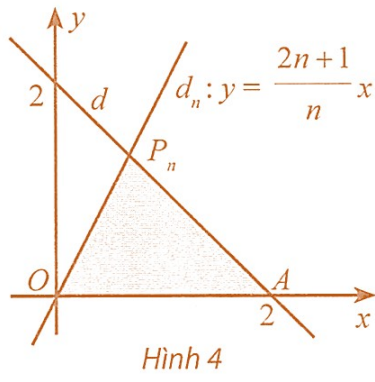
- a) $\lim \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^n$; b) $\lim \frac{3^n}{4^n - 1}$; c) $\lim \frac{3^n - 2^n}{3^n + 2^n}$; d) $\lim \frac{4^{n+1}}{3^n + 4^n}$.

Câu 22: Tìm các giới hạn sau:

- a) $\lim (1 + 3n - n^2)$; b) $\lim \frac{n^3 + 3n}{2n - 1}$;
 c) $\lim (\sqrt{n^2 - n} + n)$; d) $\lim (3^{n+1} - 5^n)$.

Câu 23: Tùy theo giá trị của $a > 0$, tìm giới hạn $\lim \frac{a^n}{a^n + 1}$.

Câu 24: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường thẳng $d: x + y = 2$ cắt trục hoành tại điểm A và cắt trục tung tại điểm B . Đường thẳng $d_n: y = \frac{2n+1}{n}x$ cắt trục hoành tại điểm P_n ($n \in \mathbb{N}^*$). Kí hiệu S_n là diện tích của tam giác OAP_n .
 Tìm $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.



Câu 25: Tính các giới hạn sau:

- a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 + 2n} - n - 2)$; b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (2 + n^2 - \sqrt{n^4 + 1})$;
 c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 - n + 2} + n)$; d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (3n - \sqrt{4n^2 + 1})$.

Câu 26: Tính các giới hạn sau:

- a) $\lim \frac{6n - 5}{3n}$; b) $\lim \frac{-2n^2 - 6n + 2}{8n^2 - 5n + 4}$; c) $\lim \frac{n^3 - 5n + 1}{3n^2 - 4n + 2}$
 d) $\lim \frac{-4n + 1}{9n^2 - n + 2}$; e) $\lim \frac{\sqrt{4n^2 + n + 1}}{8n + 3}$; g) $\lim \frac{4^n + 5^n}{3 \cdot 4^n - 4 \cdot 5^n}$

Câu 27: Tìm các giới hạn sau:

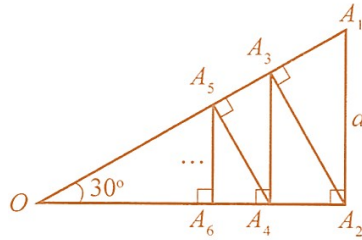
- a) $\lim \frac{n^2 - 2n + 1}{2 - 3n^2}$; b) $\lim \frac{2n^2 + n - 3}{n^3 + 5}$; c) $\lim (\sqrt{n^2 + 2n} - n)$

Câu 28: Tìm các giới hạn sau:

- a) $\lim (n^2 + 3n - 5)$; b) $\lim \frac{n^2 + 7}{1 - 2n}$; c) $\lim (3^n - 2^n)$.

Câu 29: Kí hiệu $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ là tổng n số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) có công bội bằng $q \neq 1$. Biết rằng $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{S_n} = \frac{3}{4}$. Tìm giá trị của q .

Câu 30: Cho tam giác OA_1A_2 vuông tại $A_2, A_1A_2 = a$ và $\angle A_1OA_2 = 30^\circ$. Hạ các đường vuông góc $A_2A_3 \perp OA_1; A_3A_4 \perp OA_2; A_4A_5 \perp OA_1; \dots$. Tiếp tục quá trình này, ta nhận được đường gấp khúc $A_1A_2A_3A_4 \dots$. Tính độ dài đường gấp khúc này theo a .

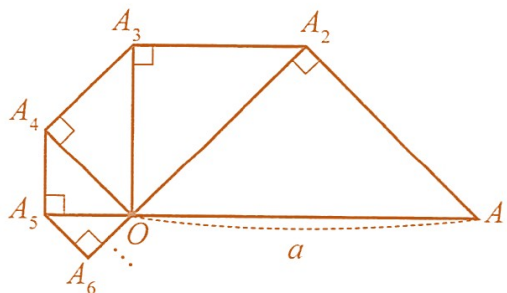


Hình 1

Câu 31: Tìm các giới hạn sau:

- a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-3}{6n+1}$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-1}{n^2+n}$ c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n-1)(2n+3)}{2n^2+4}$;
- d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+1}{\sqrt{n^2+3n+n}}$; e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$; g) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+n}-n}$.

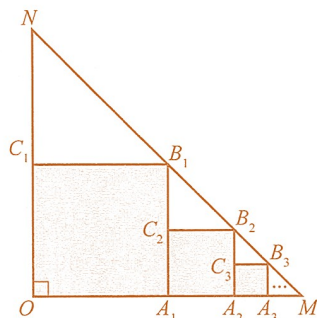
Câu 32: Cho tam giác OA_1A_2 vuông cân tại A_2 có cạnh huyền OA_1 bằng a . Bên ngoài tam giác OA_1A_2 , vẽ tam giác OA_2A_3 vuông cân tại A_3 . Tiếp theo, bên ngoài tam giác OA_2A_3 , vẽ tam giác OA_3A_4 vuông cân tại A_4 . Cứ tiếp tục quá trình như trên, ta vẽ được một dãy các hình tam giác vuông cân (Hình 2).



Hình 2

Tính độ dài đường gấp khúc $A_1A_2A_3A_4 \dots$

Câu 33: Cho tam giác OMN vuông cân tại O , $OM = ON = 1$. Trong tam giác OMN , vẽ hình vuông $OA_1B_1C_1$ sao cho các đỉnh A_1, B_1, C_1 lần lượt nằm trên các cạnh OM, MN, ON . Trong tam giác A_1MB_1 , vẽ hình vuông $A_1A_2B_2C_2$ sao cho các đỉnh A_2, B_2, C_2 lần lượt nằm trên các cạnh A_1M, MB_1, A_1B_1 . Tiếp tục quá trình đó, ta được một dãy các hình vuông (Hình 3). Tính tổng diện tích các hình vuông này.



Hình 3

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>