

I. MỞ ĐẦU

1. Lí do chọn đề tài.

Giải phương trình là nội dung kiến thức quan trọng, cơ bản đối với học sinh trung học phổ thông, đối với những phương trình bậc nhất, bậc hai hoặc phương trình quy về bậc nhất, bậc hai đơn giản hầu hết học sinh đều nắm được cách giải cơ bản. Tuy nhiên khi gặp các phương trình vô tỷ thì phần lớn học sinh bị lúng túng, ngỡ ngàng, không tìm được hướng giải.

Thực tế cho thấy trong những năm gần đây(từ 2002 đến 2013) phương trình vô tỷ xuất hiện hầu hết trong các đề thi cao đẳng, đại học, đặc biệt là khối A và B gây khó khăn khá nhiều cho học sinh. Trong khi đó chương trình học của sách giáo khoa lại không đề cập đến các dạng phương trình này hoặc nếu có thì chỉ dừng lại ở mức độ quá đơn giản, không đáp ứng được trong các kì thi cao đẳng, đại học.

Vậy làm thế nào để có thể giúp các em học sinh lớp 10 tiếp cận với các phương trình đó và dần đi đến giải được các phương trình đã nêu ở trên.

Cùng với xu hướng của nhà trường là cho học sinh chọn khối thi đại học từ cuối năm lớp 10 và kết hợp với khả năng của học sinh trường THPT Duy Tân , tôi muốn cung cấp, bổ sung thêm cho các em một số cách giải những phương trình dạng này bằng cách dùng ẩn phụ. Đây là một cách giải đòi hỏi phải có tư duy chặt chẽ, logic và có hiệu quả cao.

Ở đây tôi không tham vọng là các em có thể giải được hết các phương trình này tuy nhiên phần nào đó học sinh biết cách định hướng, nhận biết, để đặt được ẩn phụ và giải được một số dạng tương đối đơn giản.

Với mong muốn đó, tôi xin trình sáng kiến kinh nghiệm “ Giúp học sinh lớp 10 giải phương trình vô tỷ bằng cách đặt ẩn phụ ”.

2 Mục đích của đề tài.

Đề tài này không ngoài mục đích giúp học sinh phát hiện được mối quan hệ giữa các biểu thức trong phương trình, từ đó biết cách đặt ẩn phụ thích hợp để đưa về giải các phương trình hoặc hệ phương trình quen thuộc.

Để đạt được điều này, trong sáng kiến kinh nghiệm của mình tôi xin trình bày :

*) những kiến thức cơ bản nhất về phương trình và hệ phương trình

*) 2 dạng bài toán :

a) Dạng 1: Giải phương trình vô tỷ bằng cách đặt một ẩn phụ.

b) Dạng 2: Giải phương trình vô tỷ bằng cách đặt nhiều ẩn phụ(hai, ba ...ẩn) và đưa về giải hệ phương trình.

3 Phạm vi, đối tượng nghiên cứu.

3.1. Phạm vi nghiên cứu:

Việc đặt ẩn phụ để giải phương trình là rất đa dạng, ở đây tôi chỉ xin trình bày hai cách đặt ẩn phụ để đưa phương trình vô tỷ về giải phương trình, hệ phương trình. Thông thường từ phương trình đã cho ta thu được một phương trình của hệ, rồi từ mối liên hệ giữa các ẩn ta thu được phương trình khác để tạo ra một hệ phương trình.

Cách làm này có vẻ ngược với điều chúng ta thường làm là chuyển bài toán nhiều ẩn, nhiều phương trình về bài toán ít ẩn, ít phương trình hơn. Tuy nhiên do tính chất phức tạp của bài toán buộc chúng ta phải chọn con đường vòng, dài hơn nhưng lại đến được đích thay vì chọn con đường ngắn mà không đến được đích (không giải được bài toán).

Qua một số bài tập giúp cho học sinh:

+) Nhận biết được mối quan hệ giữa các biểu thức trong phương trình.

+) Đặt ẩn phụ thích hợp.

+) Đưa về giải hệ phương trình quen thuộc.

3.2. Đối tượng nghiên cứu.

Trong quá trình giảng dạy các lớp 10 trường THPT Duy Tân, tôi nhận thấy có

nhiều em rất ham thích, tìm tòi các cách giải các phương trình. Tuy nhiên khi đối mặt với các phương trình vô tỷ thì các em đều gặp khó khăn, không định hướng được cách giải, một số ít cũng đã tìm được cách giải nhưng lời giải quá công kềnh, phức tạp. Nếu biết đặt ẩn phụ một cách thích hợp đưa về giải hệ phương trình quen thuộc thì bài toán trở nên đơn giản hơn nhiều và cách giải cũng rõ ràng, chặt chẽ.

Sáng kiến này chủ yếu áp dụng cho đối tượng học sinh học khá, giỏi của khối 10 trường THPT Duy Tân đặc biệt là lớp bồi dưỡng 10A.

4. Phương pháp nghiên cứu

4.1. Phương pháp chính

Từ suy nghĩ, nghiên cứu, tổng hợp kinh nghiệm trong quá trình giảng dạy, quan sát sai lầm, khó khăn của học sinh trong quá trình học tập, kiểm tra.

4.2. Phương pháp bổ trợ.

Điều tra, thống kê và tham khảo các sách báo.

Nội dung sáng kiến này là một kinh nghiệm nhỏ xin trình bày cùng các đồng nghiệp, chắc hẳn không tránh khỏi những thiếu sót, rất mong nhận được ý kiến đóng góp của các thầy cô giáo.

II. NỘI DUNG

1 Cơ sở lý luận của vấn đề.

Phương trình vô tỷ ở chương trình lớp 10 chủ yếu là các phương trình chứa căn bậc hai, căn bậc ba. Với những phương trình chứa căn cơ bản, đơn giản thì hầu như học sinh đều đã nắm được cách giải. Bên cạnh đó, các em còn gặp nhiều phương trình vô tỷ mà không có phương pháp giải cụ thể, mẫu mực, những phương trình này thường được giải bằng cách đặt ẩn phụ. Ẩn phụ ở đây được hiểu là ẩn khác với ẩn đã cho của bài toán, ẩn phụ được hiểu theo đúng từ phụ (không là ẩn chính)

Quy trình để giải bài toán bằng phương pháp đặt ẩn phụ được tiến hành như sau:

Bước 1: Xuất phát từ bài toán đã cho đặt ẩn phụ thích hợp rồi chuyển bài toán đã cho thành bài toán đối với ẩn phụ.

Bước 2: Tìm ẩn phụ rồi quay về tìm ẩn ban đầu.

Tuy nhiên cái khó của bài toán là đôi khi các mối liên hệ giữa các đại lượng tham gia trong phương trình không phải dễ thấy, có khi chúng lại “ẩn nấp” khá kín đáo làm cho người giải toán tưởng chừng là chúng không liên quan gì với nhau. Chính vì vậy đòi hỏi người làm toán phải có cách nhìn tinh tế, sáng tạo, logic mới có thể tìm ra mối liên hệ giữa các yếu tố để đặt được ẩn phụ và giải phương trình.

2. Thực trạng của vấn đề.

2.1 Về phía học sinh.

Trong quá trình giảng dạy bộ môn toán lớp 10, tôi nhận thấy, khi dạy về giải phương trình bậc nhất, bậc hai hoặc các phương trình quy về bậc hai đơn giản, đây là những phương trình cơ bản, học sinh đều nắm được cách giải. Tuy nhiên, khi gặp phương trình vô tỷ khác lạ trong phạm vi lớp 10 thì học sinh bị bế tắc, không định hướng được cách giải. Các phương trình dạng này, phần lớn là phức tạp và hầu như không được giải theo cách phổ thông mà ở mỗi phương trình các biểu thức có mối liên hệ đặc biệt, đòi hỏi học sinh phải phát hiện được và đặt ẩn phụ thích hợp để đưa về giải hệ phương trình quen thuộc.

Thực tế chỉ có khoảng 5% - 10% học sinh biết cách giải theo cách đặt ẩn phụ

đưa về phương trình hoặc hệ phương trình quen thuộc để giải, hầu hết các em không hề nghĩ bài toán sẽ được giải theo cách này và không định hướng được cách giải.

2.2 Về sách giáo khoa.

Sách giáo khoa chỉ đơn thuần đưa ra các ví dụ về giải các phương trình bậc hai, phương trình chứa căn bậc hai, phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối đơn giản. Ngay cả các phương trình chứa căn bậc hai, chứa dấu giá trị tuyệt đối cơ bản cũng không đề cập đến cách giải tổng quát, vì vậy học sinh gặp rất nhiều khó khăn khi đối mặt với các phương trình vô tỷ.

2.3 Về phía giáo viên.

Với sức ép của chương trình, qui chế chuyên môn, thời lượng thực hiện chương trình sát sao, đã làm cho giáo viên chỉ đủ thời gian chuyển tải các nội dung trong sách giáo khoa, ít có thời gian mở rộng kiến thức cho học sinh, phần mở rộng chủ yếu ở các tiết phụ đạo, bồi dưỡng.

2.4. Các biện pháp đã tiến hành để giải quyết vấn đề

a. Biện pháp 1: Trang bị cho học sinh các kiến thức cần thiết.

Giáo viên trang bị cho học sinh dưới dạng bảng hệ thống các kiến thức để học dễ nhớ, dễ vận dụng.

*** Các kiến thức cơ bản về giải phương trình, hệ phương trình.**

Các kiến thức cơ bản về giải phương trình chứa căn bậc hai.

- Các phương trình có chứa căn bậc hai.

$$1. \sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 (\text{hay } g(x) \geq 0) \\ f(x) = g(x) \end{cases}$$

$$2. \sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) = [g(x)]^2 \end{cases}$$

Chú ý: Trong nhiều trường hợp ta cần đặt ẩn phụ để giải.

- Các hệ phương trình cơ bản.

1. Hệ phương trình bậc nhất 2 ẩn:
$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Cách 1: Dùng phương pháp cộng đại số.

Cách 2: Dùng phương pháp thế.

Cách 3: Dùng định thức: $D = a_1b_2 - a_2b_1$; $D_x = c_1b_2 - c_2b_1$; $D_y = a_1c_2 - a_2c_1$

2. Giải hệ phương trình bậc nhất 3 ẩn.

Nguyên tắc chung là khử bớt ẩn số, đưa về hệ có ẩn số ít hơn, từ đó ta dễ dàng tìm được nghiệm của hệ.

Muốn khử bớt ẩn ta dùng phương pháp thế hoặc phương pháp cộng đại số.

3. Hệ gồm một phương trình bậc nhất và một phương trình bậc hai.

- Ta dùng phương pháp thế, từ phương trình bậc nhất ta tính ẩn này theo ẩn kia
- Thế vào phương trình còn lại, ta được phương trình một ẩn và tính được giá trị ẩn đó.
- Suy ra giá trị ẩn còn lại.

4. Hệ đối xứng loại I.

Dạng:
$$\begin{cases} f(x, y) = 0 \\ g(x, y) = 0 \end{cases} \quad \text{(I) trong đó: } f(x, y) = f(y, x); g(x, y) = g(y, x)$$

Cách giải:

Đặt $S = x + y$; $P = xy$. Đưa hệ (I) về dạng:
$$\begin{cases} F(S; P) = 0 \\ G(S, P) = 0 \end{cases} \quad \text{(II)}$$

Giải hệ (II) tính S, P

Với mỗi cặp nghiệm $(S_0; P_0)$ của (II) thì x, y là nghiệm của phương trình:

$$X^2 - S_0X + P_0 = 0$$

Điều kiện tồn tại x, y là: $S_0^2 - 4P_0 \geq 0$.

Chú ý: Tính chất nghiệm đối xứng.

Nếu $(x_0; y_0)$ là một nghiệm thì $(y_0; x_0)$ cũng là một nghiệm của hệ. Do đó nếu

hệ có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ thì nghiệm đó cũng là nghiệm $(y_0; x_0)$ suy ra: $x_0 = y_0$

5. Hệ đối xứng loại 2: cho hệ
$$\begin{cases} f(x, y) = 0 \\ g(x, y) = 0 \end{cases}$$

trong đó: $f(x, y) = f(y, x)$; $g(x, y) = g(y, x)$

Trừ vế theo vế của hai phương trình của hệ ta được phương trình có dạng:

$$(x - y) h(x, y) = 0$$

Hệ đã cho tương đương với hệ:
$$\begin{cases} f(x, y) = 0 \\ x - y = 0 \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} f(x, y) = 0 \\ h(x, y) = 0 \end{cases}$$

b. Biện pháp 2: Phân tích cách đặt ẩn phụ và hướng dẫn giải qua một số bài toán.

Dạng 1: Đặt một ẩn phụ để giải phương trình vô tỷ.

Bài toán 1 : Giải phương trình : $3\sqrt{x^2 - 4x + 5} - x^2 + 4x - 7 = 0$

Đặt $t = \sqrt{x^2 - 4x + 5}$, $t \geq 0$ ta được phương trình :

$$t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases} \quad (tm)$$

+) với $t = 1$ ta được : $1 = \sqrt{x^2 - 4x + 5}$, $\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

+) với $t = 2$ ta được : $2 = \sqrt{x^2 - 4x + 5}$, $\Leftrightarrow x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \pm \sqrt{3}$

Vậy phương trình có tập nghiệm : $S = \{2; 2 \pm \sqrt{3}\}$

Nhận xét : Để ý rằng : $-x^2 + 4x - 7 = -(x^2 - 4x + 5) - 2$ do đó ta có thể biểu diễn $-x^2 + 4x - 7$ theo t (với $t = \sqrt{x^2 - 4x + 5}$, $t \geq 0$)

Bài toán 2: Giải phương trình: $x^3 - 3x^2 + 3x = 3 - (x - 1)\sqrt{x - 1}$

Chú ý: ta biến đổi phương trình để tìm ra cách đặt ẩn phụ

$$\begin{aligned}x^3 - 3x^2 + 3x &= 3 - (x - 1)\sqrt{x - 1} \Leftrightarrow (x^3 - 3x^2 + 3x - 1) + 1 = 3 - (x - 1)\sqrt{x - 1} \\&\Leftrightarrow (x-1)^3 + (x-1)\sqrt{x-1} - 2 = 0\end{aligned}$$

Đặt $t = (x - 1)\sqrt{x - 1}$ ta được $t^2 = (x-1)^3$. Khi đó ta có phương trình :

$$t^2 + t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -2 \end{cases}$$

+) Với $t = 1$ suy ra $x = 2$

+) với $t = -2$ suy ra $x = 1 + \sqrt[3]{4}$

Vậy phương trình có tập nghiệm : $S = \{2 ; 1 + \sqrt[3]{4}\}$

Bài toán 3 : Giải phương trình : $\sqrt{5x^2 + 14x + 9} - \sqrt{x^2 - x - 20} = 5\sqrt{x + 1}$

Điều kiện: $x \geq 5$

$$\sqrt{5x^2 + 14x + 9} - \sqrt{x^2 - x - 20} = 5\sqrt{x + 1} \Leftrightarrow \sqrt{5x^2 + 14x + 9} = \sqrt{x^2 - x - 20} + 5\sqrt{x + 1}$$

Do hai vế không âm, bình phương hai vế và biến đổi, thu gọn ta được:

$$2x^2 - 5x + 2 = 5\sqrt{(x^2 - x - 20)(x + 1)} \quad (*)$$

Do $x \geq 5$ và $2x^2 - 5x + 2$ đồng biến khi $x > \frac{5}{4}$ nên $2x^2 - 5x + 2 \geq 27 > 0$

Nếu bình phương lần nữa ta thu được phương trình mới tương đương nhưng có bậc 4 nên việc giải bị khó khăn.

Để khắc phục điều đó, ta đi phân tích và phát hiện mối liên hệ giữa các biểu thức có mặt trong hai vế của (*).

Ta có: $x^2 - x - 20 = (x + 4)(x - 5)$

$$\Leftrightarrow (x^2 - x - 20)(x + 1) = (x + 4)(x - 5)(x + 1)$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - x - 20)(x + 1) = (x + 4)(x^2 - 4x - 5)$$

$$\text{Và } 2x^2 - 5x + 2 = 2(x^2 - 4x - 5) + 3(x + 4)$$

Việc phát hiện được mối liên hệ đó cho phép ta thu được:

$$(*) \Leftrightarrow 2(x^2 - 4x - 5) + 3(x + 4) = 5\sqrt{x^2 - 4x - 5} \cdot \sqrt{x + 4}$$

Mà dạng tổng quát của phương trình đó có dạng : $au + bv = c\sqrt{uv}$

Khi đó do $x \geq 5$ nên $x + 4 > 0$, chia 2 vế của phương trình cho $x + 4$ ta được:

$$2\left(\frac{x^2 - 4x - 5}{x + 4}\right) + 3 = 5\sqrt{\frac{x^2 - 4x - 5}{x + 4}}$$

Đến đây ẩn phụ xuất hiện, đó là: $u = \sqrt{\frac{x^2 - 4x - 5}{x + 4}}$, phương trình theo ẩn u là:

$$2u^2 - 5u + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = 1 \\ u = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$+) u = 1 \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{61}}{2} = \frac{5 + \sqrt{61}}{2}$$

$$+) u = \frac{3}{2} \Rightarrow x = 8; x = -\frac{7}{4}$$

Kết hợp với điều kiện $x \geq 5$ ta được nghiệm của phương trình: $x = 8; x = \frac{5 + \sqrt{61}}{2}$

Dạng 2: Đặt nhiều ẩn phụ và đưa về giải hệ phương trình nhiều ẩn.

Bài toán 1: Giải hệ phương trình $\sqrt{x^2 + 3} + \sqrt{10 - x^2} = 5$ (1)

Nhận xét: Tổng của hai biểu thức dưới dấu căn không phụ thuộc vào x ($x^2 + 3 + 10 - x^2 = 0$) nên bài toán được giải như sau.

Giải

Điều kiện: $10 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{10}$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \sqrt{x^2 + 3} \\ v = \sqrt{10 - x^2} \end{cases} (*) \Rightarrow \begin{cases} u \geq \sqrt{3} \\ 0 \leq v \leq \sqrt{10} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó, (1) trở thành hệ: } \begin{cases} u + v = 5 \\ u^2 + v^2 = 13 \end{cases} \quad (2)$$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} u + v = 5 \\ (u + v)^2 - 2uv = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u + v = 5 \\ uv = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 2 \\ v = 3 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} u = 3 \\ v = 2 \end{cases}$$

(cả hai nghiệm đều thoả mãn *)

Trường hợp 1: $\begin{cases} u = 2 \\ v = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 3 = 9 \\ 10 - x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{6}$

Trường hợp 2: $\begin{cases} u = 3 \\ v = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 3 = 4 \\ 10 - x^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm 1$

Chú ý: Bài toán trên vẫn có thể giải theo cách bình phương hai vế, tuy nhiên cách giải này không hiệu lực lắm vì lời giải phức tạp, học sinh phải bình phương hai lần và đưa về giải phương trình bậc 4 (may mắn đây là phương trình trùng phương, học sinh đã biết cách giải). Như vậy nếu nhận biết được mối quan hệ giữa các biểu thức trong phương trình và đặt ẩn phụ như đã trình bày ở trên, bài toán trở nên rõ ràng và đơn giản hơn nhiều.

Bài toán 2: Giải phương trình $\sqrt[3]{x-9} = (x-3)^3 + 6$ (1)

Chú ý: Rõ ràng bài toán này không thể giải theo cách lập phương hai vế. Ta đặt ẩn

phụ như sau: Đặt $\begin{cases} u = \sqrt[3]{x-9} \\ v = x-3 \end{cases}$ (*)

Từ phương trình (1) ta có: $u = v^3 + 6$.

Từ công thức (*) ta có: $u^3 = x - 9 = x - 3 - 6 = v - 6 \Rightarrow u^3 + 6 = v$

Vậy phương trình (1) trở thành hệ: $\begin{cases} u = v^3 + 6 \\ v = u^3 + 6 \end{cases}$ (2)

(Đây là hệ phương trình đối xứng loại 2)

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} u = v^3 + 6 \\ u - v = v^3 - u^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = v^3 + 6 \\ (u-v)(u^2 + v^2 + uv + 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = v^3 + 6 \\ u - v = 0 \end{cases}$$

Do $u^2 + v^2 + uv + 1 = \left(u + \frac{v}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}v^2 + 1 > 0, \forall u, v$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u = v \\ u^3 - u + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = v \\ (u+2)[(u-1)^2 + 2] = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = -2 \\ v = -2 \end{cases}$$

Thay vào (*) ta được $x = 1$ là nghiệm duy nhất của phương trình.

Bài toán 3: Giải phương trình. $\sqrt[3]{24+x} + \sqrt{12-x} = 6$

Nhận xét: Lập phương của biểu thức thứ nhất cộng với bình phương của biểu thức thứ hai là một số không đổi (không phụ thuộc vào x).

$$\text{Do đó ta đặt: } \begin{cases} u = \sqrt[3]{24+x} \\ v = \sqrt{12-x} \geq 0 \end{cases} (*) \Rightarrow \begin{cases} u^3 = 24+x \\ v^2 = 12-x \end{cases}$$

$$\text{Từ đó ta có hệ: } \begin{cases} u+v=6 \\ u^3+v^2=36 \end{cases} (2)$$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} v=6-u \\ u^3+(6-u)^2=36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v=6-u \\ u^3+u^2-12u=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v=6-u \\ u(u-3)(u+4)=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u=0 \\ v=6 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} u=3 \\ v=3 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} u=3 \\ v=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 24+x=0 \\ 12-x=36 \end{cases} \Leftrightarrow x=-24$$

$$\text{b) } \begin{cases} u=3 \\ v=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 24+x=27 \\ 12-x=100 \end{cases} \Leftrightarrow x=-88$$

Bài toán 4: Giải phương trình: $\sqrt[3]{x+7} - \sqrt{x} = 1$ (1)

Hướng dẫn: Bài toán này tương tự bài toán 3.

$$\text{Ta đặt: } \begin{cases} u = \sqrt[3]{x+7} \\ v = \sqrt{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u \geq \sqrt[3]{7} \\ v \geq 0 \end{cases}. \text{ Ta thu được hệ sau: } \begin{cases} u-v=1 \\ u^3-v^2=7 \end{cases} (2)$$

$$\text{Bằng phương pháp thế ta được } (2) \Leftrightarrow \begin{cases} u=2 \\ v=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^3=8 \\ v^2=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+7=8 \\ x=1 \end{cases} \Leftrightarrow x=1$$

Bài toán 5: Giải phương trình:

$$\sqrt{x} + \sqrt{1-x} - 2\sqrt{x(1-x)} - 2\sqrt[4]{x(1-x)} = -1 \quad (1)$$

Nhận xét: Tổng hai biểu thức dưới dấu căn của $\sqrt[4]{x}$ và $\sqrt[4]{1-x}$

($x+1-x=1$) không phụ thuộc vào x nên ta đặt ẩn phụ và đưa về hệ như sau (Chú ý

điều kiện)

Giải:

Điều kiện: $0 \leq x \leq 1$. Đặt $\begin{cases} u = \sqrt[4]{x} \\ v = \sqrt[4]{1-x} \end{cases} (*) \Rightarrow \begin{cases} u \geq 0 \\ v \geq 0 \end{cases}$

Từ $(*) \Rightarrow u^4 + v^4 = 1$.

$(1) \Rightarrow u^2 + v^2 - 2u^2v^2 - 2uv = -1$.

Do đó ta có hệ: $\begin{cases} u^4 + v^4 = 1 \\ u^2 + v^2 - 2uv + 1 - 2u^2v^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^4 + v^4 = 1 \\ (u - v)^2 + (u^2 - v^2)^2 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} u - v = 0 \\ u^2 - v^2 = 0 \\ u^4 + v^4 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = v \\ u^4 = v^4 = \frac{1}{2} \end{cases}$. Thay vào $(*)$ ta được: $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ 1 - x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

Bài toán 6: Giải phương trình:

$$\sqrt{1 + \sqrt{1 - x^2}} \left[\sqrt{(1 - x)^3} - \sqrt{(1 + x)^3} \right] = 2 + \sqrt{1 - x^2} \quad (1)$$

Giải:

Đặt: $\begin{cases} u = \sqrt{1 - x} \geq 0 \\ v = \sqrt{1 + x} \geq 0 \end{cases}$.

Mối liên hệ giữa hai ẩn cho bởi phương trình: $u^2 + v^2 = 2$. (*)

Khi đó phương trình đã cho biến đổi được về dạng:

$$\sqrt{1 + uv}(u^3 - v^3) = 2 + uv \Leftrightarrow \sqrt{1 + uv}(u - v)(u^2 + v^2 + uv) = 2 + uv$$

Kết hợp với điều kiện sao ta có:

$$\sqrt{\frac{u^2 + v^2}{2}} + uv(u - v)(2 + uv) = (2 + uv) \Leftrightarrow u^2 - v^2 = \sqrt{2}$$

(vì $2 + uv > 0$)

Như vậy việc giải phương trình đã cho chuyển về giải hệ hai phương trình hữu tỉ đơn giản:

$$\begin{cases} u^2 + v^2 = 2 \\ u^2 - v^2 = \sqrt{2} \end{cases}$$

Từ đây ta có: $u^2 = 1 - x = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$v^2 = 1 + x = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Bài toán 7: giải phương trình: $\frac{\sqrt[3]{7-x} - \sqrt[3]{x-5}}{\sqrt[3]{7-x} + \sqrt[3]{x-5}} = 6 - x$ (1)

Giải:

Điều kiện $\sqrt[3]{7-x} + \sqrt[3]{x-5} \neq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

Đặt $\begin{cases} u = \sqrt[3]{7-x} \\ v = \sqrt[3]{x-5} \end{cases} (*)$. Suy ra: $u^3 + v^3 = 2$; $\frac{u^3 - v^3}{2} = 6 - x$.

Từ đó ta có hệ: $\begin{cases} u^3 + v^3 = 2 \\ \frac{u - v}{u + v} = \frac{1}{2}(u^3 - v^3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^3 + v^3 = 2 \\ (u - v)[2 - (u + v)(u^2 + uv + v^2)] = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u^3 + v^3 = 2 \\ u - v = 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} u^3 + v^3 = 2 \\ 2 - (u + v)(u^2 + uv + v^2) = 0 \end{cases}$$

a) $\begin{cases} u^3 + v^3 = 2 \\ u - v = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^3 = 1 \\ v^3 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7 - x = 1 \\ x - 5 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 6$

b) $\begin{cases} u^3 + v^3 = 2 \\ 2 - (u + v)(u^2 + uv + v^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^3 + v^3 = 2 \\ (u + v)(u^2 + uv + v^2) = 2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (u + v)(u^2 + v^2 - uv) = 2 \\ (u + v)(u^2 + v^2 + uv) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} uv = 0 \\ u^3 + v^3 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} u = 0 \\ v^3 = 2 \end{cases} \Rightarrow x = 7 \\ \begin{cases} u^3 = 2 \\ v = 0 \end{cases} \Rightarrow x = 5 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm: $x = 5$; $x = 6$; $x = 7$

Bài toán 8: Giải phương trình

$$\sqrt{x^2 - 3x + 3} + \sqrt{x^2 - 3x + 6} = 3 \quad (1)$$

Nhận xét: $x^2 - 3x + 6 = x^2 - 3x + 3 + 3$.

Và $x^2 - 3x + 3 > 0$; $x^2 - 3x + 6 > 0$ với x

Do đó ta đặt:
$$\begin{cases} u = \sqrt{x^2 - 3x + 3} > 0 \\ v = \sqrt{x^2 - 3x + 6} > 0 \end{cases}$$

Ta thu được hệ:
$$\begin{cases} u + v = 3 \\ v^2 - u^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u + v = 3 \\ (v - u)(v + u) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u + v = 3 \\ v - u = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 1 \\ v = 2 \end{cases}$$

Trở về tìm x ta có hệ:
$$\begin{cases} x^2 - 3x + 3 = 1 \\ x^2 - 3x + 6 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bài toán 9: Giải phương trình:

$$\sqrt{8x + 1} + \sqrt{3x - 5} = \sqrt{7x + 4} + \sqrt{2x - 2}$$

Nhận xét: $(8x + 1)^2 - (3x - 5)^2 = (7x + 4)^2 - (2x - 2)^2$.

Do đó ta đặt ẩn phụ như sau: $u = \sqrt{8x + 1}$; $v = \sqrt{3x - 5}$; $z = \sqrt{7x + 4}$; $t = \sqrt{2x - 2}$

Với điều kiện u ; v ; t ; $z \geq 0$ ta thu được hệ :

$$\begin{cases} u + v = z + t \\ u^2 - v^2 = z^2 - t^2 \end{cases}$$

Từ phương trình hai của hệ ta có: $(u + v)(u - v) = (z + t)(z - t)$

Mặt khác $u + v > 0$ vì u ; $v \geq 0$ và u ; v không đồng thời bằng 0 nên:

$$u - v = z - t \quad (*)$$

Từ phương trình thứ nhất của hệ và (*) ta suy ra: $u = z$

$$\Rightarrow \sqrt{8x + 1} = \sqrt{7x + 4}$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \text{ (thỏa điều kiện } u; v; t; z \geq 0)$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 3$

Bài toán 10: giải phương trình:

$$\sqrt{2x^2 - 1} + \sqrt{x^2 - 3x - 2} = \sqrt{2x^2 + 2x + 3} + \sqrt{x^2 - x + 2}$$

Nhận xét: $(2x^2 - 1) - (x^2 - 3x - 2) = (2x^2 + 2x + 3) - (x^2 - x + 2)$. Từ đó dẫn đến việc giải bài toán như sau:

$$\text{Đặt : } \begin{cases} u = \sqrt{2x^2 - 1} \\ v = \sqrt{x^2 - 3x - 2} \\ z = \sqrt{2x^2 + 2x + 3} \\ t = \sqrt{x^2 - x + 2} \end{cases} \quad \text{Điều kiện: } \begin{cases} 2x^2 - 1 \geq 0 \\ x^2 - 3x - 2 \geq 0 \end{cases} (*)$$

Từ phương trình đã cho ta thu được $u + v = z + t$

Bằng cách quan sát các ẩn phụ, ta thấy mối liên hệ giữa chúng cho bởi phương trình:

$$u^2 - v^2 = z^2 - t^2 = x^2 + 3x + 1.$$

$$\text{Vậy ta có hệ: } \begin{cases} u + v = z + t \\ u^2 - v^2 = z^2 - t^2 \end{cases}$$

$$\text{Do } u + v = z + t > 0 \text{ nên từ hệ trên ta thu được: } \begin{cases} u + v = z + t \\ u - v = z - t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = z \\ v = t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u^2 = z^2 \\ v^2 = t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 - 1 = 2x^2 + 2x + 3 \\ x^2 - 3x - 2 = x^2 - x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = -2 (\text{thỏa } *)$$

Nhận xét: Ở bài tập này mặc dù ta đã đặt 4 ẩn phụ để đưa về giải hệ phương trình, nhưng việc giải hệ không trở nên phức tạp vì các ẩn có mối quan hệ đặc biệt

$$u^2 - v^2 = z^2 - t^2 = x^2 + 3x + 1 \text{ và } u + v = z + t > 0.$$

Nếu học sinh giải theo cách bình phương hai vế thì bài toán trở nên bế tắc vì phương trình nhận được là một phương trình bậc 8 không có dạng đặc biệt.

Ngoài các phương trình (chủ yếu là phương trình vô tỷ) có dạng như trên, trong quá trình làm toán, học sinh còn gặp một số dạng toán giải phương trình mà ta có thể chuyển về giải hệ gồm một ẩn phụ u và ẩn còn lại vẫn là ẩn x .

Từ bài toán 11 đến bài toán 13

Các phương trình dạng này ít gặp hơn tuy nhiên nếu không nhận dạng được bài toán và phương pháp giải thì sẽ gặp khó khăn lớn vì không có các phương pháp khác để giải.

Để lập được hệ hai phương trình hai ẩn mà trong đó có một ẩn phụ u và ẩn còn lại vẫn là x từ phương trình đã cho $f(x) = 0$ (1)

ta tiến hành như sau: Biến đổi phương trình (1) về dạng:

$$f[x, g(x)] = 0$$

Sau đó đặt $u = g(x)$ và hệ thu được có dạng:

$$\begin{cases} u = g(x) \\ f(x, u) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Các hệ thu được nói chung là những hệ đối xứng loại 2 và học sinh đã biết cách giải trong chương trình đại số 10. Dưới đây chúng ta sẽ giải một số ví dụ minh họa.

Bài toán 11: Giải phương trình:

$$x^3 - 3\sqrt[3]{3x+2} = 2 \quad (1)$$

Giải

$$\text{Đặt: } u = \sqrt[3]{3x+2} \quad (*)$$

Từ phương trình ta thu được $x^3 = 3u + 2$.

Từ (*) ta có: $u^3 = 3x + 2$

$$\text{Vậy ta có hệ: } \begin{cases} x^3 = 3u + 2 \\ u^3 = 3x + 2 \end{cases} \quad (2)$$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 = 3u + 2 \\ x^3 - u^3 = -3(x - u) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 = 3u + 2 \\ (x - u)(x^2 + ux + u^2 + 3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - u = 0 \\ x^3 = 3u + 2 \end{cases}$$

Vì $x^2 + ux + u^2 + 3 > 0$ với mọi x, y .

Từ hệ cuối cùng ta có: $x^3 - 3x - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2(x-2)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=2 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của phương trình là: $S = \{-1; 2\}$

Bài toán 12: Giải phương trình:

$$x^2 + \sqrt{1+x} = 1 \quad (1)$$

Giải

Cách 1: Điều kiện: $1+x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$

$$(1) \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = 1-x^2$$

Điều kiện có nghiệm: $1-x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$.

Vậy điều kiện để giải phương trình là: $-1 \leq x \leq 1$

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow \begin{cases} 1-x^2 \geq 0 \\ x+1=(1-x^2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ x+1=1-2x^2+x^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ x^4-2x^2-x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ x(x+1)(x^2-x-1)=0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ \begin{cases} x=0 \\ x=-1 \\ x=\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-1 \\ x=\frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Cách 2: Điều kiện: $1-x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$

Đặt $u = \sqrt{x+1} \Rightarrow 0 \leq u \leq \sqrt{2}$. Ta có hệ: $\begin{cases} x^2 = 1-u \\ u^2 = 1+x \end{cases} \quad (2)$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1-u \\ x^2 - u^2 = -(x+u) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1-u \\ (x+u)(x-u+1) = 0 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} x+u=0 \\ x^2=1-u \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-u \\ x^2-x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

$$b) \begin{cases} x-u+1=0 \\ x^2=1-u \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=x+1 \\ x^2+x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-1 \end{cases}$$

Nhận xét: Cách giải 1 có vẻ phổ thông hơn nhưng rõ ràng kém hiệu lực vì nếu thay phương trình (1) bởi phương trình: $x^2 + \sqrt{x+a} = a, a \neq 1$ thì phương trình bậc 4 hữu tỉ thu được có dạng: $x^4 - 2ax^2 - x + a^2 - a = 0$

Trong khi đó với cách giải thứ 2 ta thu được hệ:
$$\begin{cases} x^2 = a - u \\ u^2 = a + x \end{cases}$$

Cách giải tương tự như giải hệ 2 đã nêu ở trên.

Bài toán 13: Giải phương trình: $x = 5 - (5 - x^2)^2$ (1)

Giải.

Bài toán này không thể giải theo cách thông thường được vì khi khai triển phương trình (1) là phương trình bậc 4 không đặc biệt (không phải là phương trình trùng phương, hồi quy, phản thương...). Cách giải duy nhất của bài tập này là dùng ẩn phụ đưa về hệ phương trình.

Ta đặt $u = 5 - x^2$, khi đó từ (1) ta lại có: $x = 5 - u^2$.

Vậy ta được hệ:
$$\begin{cases} u = 5 - x^2 \\ x = 5 - u^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 5 - x^2 \\ (u - x)(u + x - 1) = 0 \end{cases}$$

Từ đó ta có:

$$a) \begin{cases} u - x = 0 \\ u = 5 - x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = x \\ x^2 - x - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$b) \begin{cases} u = 5 - x^2 \\ u + x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 1 - x \\ -x + 1 = 5 - x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 - x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}.$$

*** Một số bài tập đề xuất**

Giải các phương trình sau:

1. $2x^2 - 3 - 5\sqrt{2x^2 + 3} = 0$

2. $2x^2 + 3x + 3 = 5\sqrt{2x^2 + 3x + 9}$

3. $x^2 + 3 - \sqrt{2x^2 - 3x + 2} = \frac{3}{2}(x + 1)$

4. $\sqrt{x+3} - 4\sqrt{x-1} + \sqrt{x+8} - 6\sqrt{x-1} = 1$

5. $\sqrt{3x+1} - \sqrt{6-x} + 3x^2 - 14x - 8 = 0$ (khối B- 2010)

6. $3\sqrt{2+x} - 6\sqrt{2-x} + 4\sqrt{4-x^2} = 10 - 3x$ (khối B- 2011)

7. $\sqrt{1+\sqrt{1-x^2}} \left[\sqrt{(1-x)^3} - \sqrt{(1+x)^3} \right] = 2 + \sqrt{1-x^2}$

8. $\sqrt[3]{2+x+x^2} + \sqrt[3]{2-x-x^2} = \sqrt[3]{4}$

9. $2(1-x)\sqrt{x^2+2x-1} = x^2 - 2x - 1$

10. $3 + \sqrt{3+\sqrt{x}} = x$

-----&&&-----

2.5. ĐÁNH GIÁ HIỆU QUẢ ÁP DỤNG.

Sau khi áp dụng đề tài này trong giảng dạy, đã có thêm nhiều học sinh biết được cách đặt ẩn phụ thích hợp để giải phương trình vô tỷ. Các em tỏ ra ít lo lắng khi gặp các phương trình này. Bước đầu đã biết cách tư duy, tìm tòi, nhận biết mối liên hệ giữa các yếu tố trong phương trình để chọn được cách đặt ẩn phụ thích hợp.

Nhiều em rất ham thích và đã có cách đặt ẩn phụ linh hoạt, sáng tạo hơn trong giải toán. Tư duy làm toán của các em đã trở nên chặt chẽ, logic và tự bản thân các em đã rèn luyện cho mình tính cẩn thận, chính xác khi giải toán.

Bảng kết quả khảo sát, đánh giá tỉ lệ học sinh khi áp dụng sáng kiến kinh nghiệm qua các năm trên một số lớp 10 của trường THPT Duy Tân.

Năm học	Lớp	Chưa áp dụng SKKN	Đã áp dụng SKKN
2009 -2010	10B5	8,3%	15%
2010 - 2011	10A	17%	25, 5%
2011-2012	10A	15%	30%

2012 -2013	10A	17,4%	50%
-------------------	------------	--------------	------------

III. PHẦN KẾT LUẬN – KHUYẾN NGHỊ

1. Kết luận

Giải phương trình vô tỷ bằng phương pháp đặt ẩn phụ là một phương pháp mang lại hiệu quả cao trong quá trình giải phương trình. Tuy nhiên, không phải bất kì phương trình nào ta cũng có thể sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ để giải. Song, nếu biết quan sát, nhận dạng được mối quan hệ của các biểu thức trong một phương trình thì học sinh có thể linh hoạt trong cách đặt ẩn phụ và giải được nhiều phương trình phức tạp. Đề tài này giúp cho học sinh có được một tư duy làm toán chặt chẽ, logic, hiệu quả, là một bước tạo đà cho các em học sinh lớp 10 có thể giải được các phương trình, hệ phương trình không mẫu mực trong các kì thi đại học sau này.

Đây chỉ là một bài viết nhỏ với mong muốn giúp các em có thể giải phương trình một cách tốt hơn, linh hoạt hơn và phần nào bổ sung các kiến thức về giải phương trình bằng cách đặt ẩn phụ.

Để giải tốt các phương trình dạng này, học sinh cần nắm vững lí thuyết, thường xuyên rèn luyện kĩ năng giải toán, tập cho mình khả năng quan sát, nhận biết vấn đề một cách nhanh nhạy.

2. Bài học kinh nghiệm

Qua những năm áp dụng sáng kiến kinh nghiệm này trong quá trình giảng dạy, bản thân tôi đã rút ra được nhiều bài học kinh nghiệm cho mình.

- Phải cung cấp cho học sinh thật đầy đủ các kiến thức về cách giải phương trình chứa căn cơ bản và giải các hệ phương trình cơ bản.
- Giao trước tài liệu cho học sinh đọc, nghiên cứu ở nhà.
- Hệ thống bài tập giao cho học sinh đi từ dễ đến khó

- d. Kiểm tra, chỉnh sửa tỉ mỉ, cẩn thận các bài tập học sinh đã làm.
- e. Động viên, khích lệ các em trong quá trình học toán.

3. Khuyến nghị

Giải phương trình vô tỷ bằng cách đặt ẩn phụ là một cách giải hay, đòi hỏi học sinh phải có óc quan sát nhận biết vấn đề linh hoạt, cách giải này thật sự hiệu quả khi học sinh gặp phải phương trình vô tỷ hoặc các phương trình bậc cao đặc biệt.

Với hiệu quả từ chính bản thân thu được trong quá trình giảng dạy, tôi rất mong muốn quý thầy cô giáo có thể vận dụng đề tài này cho học sinh của mình đặc biệt là học sinh khối 10 để giúp các em dần tiếp cận với cách giải phương trình vô tỷ bằng cách đặt ẩn phụ.

Sáng kiến kinh nghiệm này là những suy nghĩ chủ quan của bản thân tôi, mặc dù đã rất cố gắng song chắc hẳn không tránh khỏi những thiếu sót.

Rất mong nhận được các ý kiến đóng góp của các thầy cô giáo!

-----&&&-----

MỤC LỤC

I. Mở đầu

1.Lí do chọn đề tài	Trang 1
2.Mục đích đề tài	Trang 2
3.Phạm vi, đối tượng nghiên cứu	Trang 3
3.1.Phạm vi nghiên cứu	Trang 3
3.2.Đối tượng nghiên cứu	Trang 3
4 Phương pháp nghiên cứu	Trang 3
4.1 Phương pháp chính	Trang 3
4.2 Phương pháp bổ trợ	Trang 3

II. Nội dung

1 Cơ sở lý luận của vấn đề	Trang 3
2.Thực trạng vấn đề	Trang 4
2.1.Về phía học sinh	Trang 4
2.2Về sách giáo khoa	Trang 5
2.3Về phía giáo viên.	Trang 5
2.4. Các biện pháp đã tiến hành để giải quyết vấn đề	Trang 5
a.Biện pháp 1: Trang bị cho học sinh các kiến thức cần thiết	Trang 5
b.Biện pháp 2: Các phương trình không mẫu mực giải theo phương pháp	Trang 7
2.5 Hiệu quả SKKN	Trang 19

III. Kết luận- khuyến nghị

Trang 20 - 21

TÀI LIỆU THAM KHẢO.

1. Toán nâng cao Đại số 10 (NXB GD). Tác giả: Nguyễn Huy Đoan.
2. Phương pháp giải toán Đại số 10 (NXB TP Hồ Chí Minh)
3. Bồi dưỡng Đại số 10 (NXB Đại học quốc gia Hà Nội). Tác giả: Phạm Quốc Phong.
4. Dùng ẩn phụ để giải toán (NXB GD). Tác giả: Nguyễn Thái Hoà.

ĐÁNH GIÁ NHẬN XÉT CỦA HỘI ĐỒNG KHOA HỌC CẤP TRƯỜNG

Nhận xét:

.....

.....

.....

.....

Điểm: Xếp loại:

Người đánh giá

ĐÁNH GIÁ NHẬN XÉT CỦA HỘI ĐỒNG KHOA HỌC CẤP SỞ

Nhận xét:

.....

.....

.....

.....

SKKN: Giúp học sinh lớp 10 giải phương trình vô tỷ bằng cách đặt ẩn phụ

Điểm:.....Xếp loại:.....

Người đánh giá