

Bài 20. Phép tính Logarit

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

PHẦN D. CÂU HỎI ĐÚNG-SAI

Câu 1. Cho các biểu thức sau: $P = \log_2 8 + \log_3 27 - \log_5 5^3$; $Q = \ln(2e) - \log 100$. Khi đó:

- a) $P + Q = 2 \ln 2$ *b) $Q - P = \ln 2 - 4$ *c) $3Q + P = 3 \ln 2$ *d) $2Q + P = 2 \ln 2 + 1$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

Ta có: $P = \log_2 8 + \log_3 27 - \log_5 5^3 = \log_2 2^3 + \log_3 3^3 - \log_5 5^3 = 3 + 3 - 3 = 3$

Ta có: $Q = \ln(2e) - \log 100 = \ln 2 + \ln e - \log 10^2 = \ln 2 + 1 - 2 = \ln 2 - 1$

Câu 2. Cho các biểu thức sau: $A = \log_{2^{2030}} 4 - \frac{1}{1015} + \ln e^{2035}$; $B = \log_5 3 \cdot \log_2 5 - \frac{\ln 9}{\ln 4}$

- *a) A chia hết cho 5 b) $A - B = 2036$ *c) $A + 2024B = 2035$ *d) $A - 2024B = 2035$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Ta có: $A = \log_{2^{2030}} 4 - \frac{1}{1015} + \ln e^{2035} = \log_{2^{2030}} 2^2 - \frac{1}{1015} + 2035$
 $= \frac{2}{2030} - \frac{1}{1015} + 2035 = 2035.$

Ta có: $B = \log_5 3 \cdot \log_2 5 - \frac{\ln 9}{\ln 4} = \log_2 5 \cdot \log_5 3 - \log_4 9$
 $= \log_2 3 - \log_{2^2} 3^2 = \log_2 3 - \log_2 3 = 0.$

Câu 3. Tìm được x để các biểu thức sau có nghĩa. Vậy:

- *a) $\log(x - 3)$ có nghĩa khi và chỉ khi $x > 3$
 b) $\log_2(4 - x^2)$ có nghĩa khi và chỉ khi $x < 2$
 *c) $\ln(2x) - \lg(10 - x)$ có nghĩa khi và chỉ khi $0 < x < 10$
 d) $\log_x \frac{1}{x - 2}$ có nghĩa khi và chỉ khi $x > 0$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Biểu thức $\log(x - 3)$ xác định khi và chỉ khi $x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$.

b) Biểu thức $\log_2(4 - x^2)$ xác định khi và chỉ khi $4 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$.

c) Biểu thức $\ln(2x) - \lg(10 - x)$ xác định khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 2x > 0 \\ 10 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 10$$

d) Biểu thức $\log_x \frac{1}{x-2}$ xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x > 0, x \neq 1 \\ \frac{1}{x-2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2$.

Cho các biểu thức: $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$ với a, b là các số dương và a khác 1 ;

$$P = \frac{\log_a (a^3 b^2) - \log_b \left(\frac{b^3}{a^2} \right)}{\log_a^2 b + 1}$$

Câu 4. Cho các biểu thức sau: và $Q = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$ với a, b là các số dương và a khác 1. Vậy:

*a) $Q = 6 \log_a b$

b) $P = 6 \log_b a$

c) $Q = 3P$

*d) $Q.P = 12$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Ta có: $Q = 3 \log_a b + 6 \cdot \frac{1}{2} \log_a b = 6 \log_a b$

$$P = \frac{\log_a a^3 + \log_a b^2 - (\log_b b^3 - \log_b a^2)}{\log_a^2 b + 1}$$

Ta có:
$$= \frac{3 + 2 \log_a b - 3 + 2 \log_b a}{\log_a^2 b + 1} = \frac{2 \left(\log_a b + \frac{1}{\log_a b} \right)}{\log_a^2 b + 1}$$

$$= \frac{2 \left(\frac{\log_a^2 b + 1}{\log_a b} \right)}{\log_a^2 b + 1} = \frac{2}{\log_a b} = 2 \log_b a.$$

Câu 5. Cho biểu thức $Q = 2^{\log_{10} x^4 + \log_2 x^2}$ với x là số thực khác 0. Vậy

*a) $Q > 0$

*b) Khi $x = 2$ thì $Q = 8$

c) Khi $x = -2$ thì $Q = -8$

d) Khi $x = 3$ thì $Q = 9$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Ta có: $Q = 2^{\log_2 x^4 + \log_2 x^2} = 2^{4 \cdot \frac{1}{4} \log_2 |x| + 2 \log_2 |x|} = 2^{3 \log_2 |x|} = (2^{\log_2 |x|})^3 = |x|^3$.

Câu 6. Cho các biểu thức sau: $A = (a^3 \sqrt{a})^{\log_a b} + (\sqrt[3]{b^2})^{\log_b a}$ với $\begin{cases} a, b > 0 \\ a \neq 1, b \neq 1 \end{cases}$ và

$B = \log \frac{a}{b} + \log \frac{b}{c} + \log \frac{c}{d} - \log \frac{a}{d}$ với a, b, c, d là các số dương. Khi đó:

a) $A = \sqrt[3]{a} + \sqrt{b^4}$

b) $B = \frac{a}{b}$

*c) $A + B\sqrt{a} = \sqrt[3]{a^2} + \sqrt{b^7}$.

d) $A - B\sqrt{b} = 2\sqrt[3]{a^2} + \sqrt{b^7}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

Ta có:

$$A = \left(a^3 \cdot a^{\frac{1}{2}} \right)^{\log_a b} + \left(b^{\frac{2}{3}} \right)^{\log_b a} = \left(a^{\frac{7}{2}} \right)^{\log_a b} + \left(b^{\frac{2}{3}} \right)^{\log_b a}$$

$$= \left(a^{\log_a b} \right)^{\frac{7}{2}} + \left(b^{\log_b a} \right)^{\frac{2}{3}} = b^{\frac{7}{2}} + a^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{a^2} + \sqrt{b^7}.$$

Ta có:

$$B = \log \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{d} \right) - \log \frac{a}{d} = \log \left(\frac{a}{d} : \frac{a}{d} \right) = \log 1 = 0.$$

$$A = \log_2 x^2 + \log_{\frac{1}{2}} x^3 + \log_4 x$$

Câu 7. Cho biểu thức . Vậy:

*a) Khi $\log_2 x = 1$ thì $A = -\frac{1}{2}$

b) Khi $\log_2 x = 2$ thì $A = 1$

*c) Khi $\log_2 x = \sqrt{3}$ thì $A = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

d) Khi $\log_2 x = \sqrt{2}$ thì $A = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Ta có:

$$A = \log_2 x^2 + \log_{\frac{1}{2}} x^3 + \log_4 x$$

$$= 2\log_2 x + 3\log_{2^{-1}} x + \log_{2^2} x = 2\log_2 x - 3\log_2 x + \frac{1}{2}\log_2 x = -\frac{1}{2}\log_2 x$$

$$B = 2\ln \sqrt{ex} - \ln \frac{e^2}{\sqrt{x}} + \ln 3 \cdot \log_3 (ex^2)$$

Câu 8. Cho biểu thức

. Vậy:

*a) Cho $\ln x = 2$ thì $B = 7$

*b) Cho $\ln x = 4$ thì $B = 14$

*c) Cho $\ln x = 3$ thì $B = \frac{15}{2}$

d) Cho $\ln x = 6$ thì $B = 18$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Ta có:

$$B = 2\ln(ex)^{\frac{1}{2}} - \left(\ln e^2 - \ln x^{\frac{1}{2}} \right) + \ln(ex^2)$$

$$= \ln(ex) - \left(2 - \frac{1}{2}\ln x \right) + \ln(ex^2) = (\ln e + \ln x) - 2 + \frac{1}{2}\ln x + \ln e + \ln x^2$$

$$= 1 + \ln x - 2 + \frac{1}{2}\ln x + 1 + 2\ln x = \frac{7}{2}\ln x$$

Câu 9. Tìm được x để biểu thức sau có nghĩa. Vậy:

*a) $\log(x+1)$ có nghĩa khi và chỉ khi $x > -1$.

*b) $\ln(x-1)^2$ có nghĩa khi và chỉ khi $x \neq 1$.

*c) $\log_{x-1} x$ có nghĩa khi và chỉ khi $\begin{cases} x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$.

*d) $\log^2 \frac{1}{x-x^2}$ có nghĩa khi và chỉ khi $0 < x < 1$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

a) Biểu thức $\log(x+1)$ có nghĩa khi và chỉ khi $x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$.

b) Biểu thức $\ln(x-1)^2$ có nghĩa khi và chỉ khi $(x-1)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

c) Biểu thức $\log_{x-1} x$ có nghĩa khi và chỉ khi
$$\begin{cases} x > 0 \\ x-1 > 0 \\ x-1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

d) Biểu thức $\log^2 \frac{1}{x-x^2}$ có nghĩa khi và chỉ khi $\frac{1}{x-x^2} > 0 \Leftrightarrow x-x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$.

Câu 10. Tính được giá trị của các biểu thức sau (biết $a > 0, a \neq 1$). Vậy:

a) $A = 2^{\log_2 3} - \log_{\sqrt{3}} 3$ có $A > 2$

*b) $B = \ln 2 \cdot \log_2 4 \cdot \log_4 3 \cdot \log_3 2 - 5^{\log_5 (\ln 2)}$ có $B = 0$

c) $C = \log_a \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a}}}$ có $C > 1$

d) $D = \log_a \frac{\sqrt{a^3}}{a^4 \sqrt{a}}$ có $D > 1$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------------	----------------	---------------	---------------

a) Ta có: $2^{\log_2 3} - \log_{\sqrt{3}} 3 = 3 - \log_{3^{\frac{1}{2}}} 3 = 3 - 2 = 1$

b) Ta có: $\ln 2 \cdot \log_2 4 \cdot \log_4 3 \cdot \log_3 2 - 5^{\log_5 (\ln 2)}$
 $= \ln 2 \cdot \log_2 3 \cdot \log_3 2 - \ln 2$
 $= \ln 2 - \ln 2 = 0$

c) Ta có: $\log_a \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a}}} = \log_a \left[a \cdot \left(a \cdot a^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} = \log_a a^{\frac{7}{8}} = \frac{7}{8}$

d) Ta có: $\log_a \frac{\sqrt{a^3}}{a^4 \sqrt{a}} = \log_a \frac{a^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{4}} \cdot a^4} = \log_a a^{\frac{3}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{4} \right)} = \log_a a^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4}$

---HẾT---