|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | PHÒNG GD&ĐT QUẬN ĐỐNG ĐAKỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THCS CẤP QUẬNNĂM HỌC 2021 - 2022. MÔN: TOÁN 9*Thời gian làm bài 120 phút - Ngày thi: 04/12/2021* | SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI- TRƯỜNG ĐHSP HÀ NỘITRƯỜNG THCS-THPT NGUYỄN TẤT THÀNHKỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TOÁN 9NĂM HỌC 2021-2022.***Thời gian làm bài 90 phút***  |

1. **(5,0 điểm)**

Cho biểu thức  với .

a) Rút gọn biểu thức .

b) Tính giá trị của  biết .

1. **(4,0 điểm)**

a) Cho  và . Tính giá trị của biểu thức: .

b) Tìm các số nguyên tố thỏa mãn: .

1. **(4,0 điểm)**

a) Giải phương trình .

b) Cho . Chứng minh rằng: .

1. **(4,0 điểm)** Cho tam giác vuông tại , đường cao . Trên đoạn lấy điểm  sao cho . Đường thẳng vuông góc với  tại  cắt  tại .

a) Chứng minh: và .

b) Gọi  là trung điểm của . Tính số đo góc .

1. **(2,0 điểm)**

Cho 81 điểm phân biệt nằm trong một hình vuông có cạnh bằng . Chứng minh rằng tồn tại  điểm trong các điểm đã cho nằm trong một đường tròn có bán kính bằng .

🙢**HẾT**🙠

|  |  |
| --- | --- |
|  | PHÒNG GD&ĐT QUẬN ĐỐNG ĐAKỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THCS CẤP QUẬNNĂM HỌC 2021 - 2022. MÔN: TOÁN 9*Thời gian làm bài 120 phút - Ngày thi: 04/12/2021* |

### HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1. **(5,0 điểm)**

Cho biểu thức  với .

a) Rút gọn biểu thức .

b) Tính giá trị của  biết .

##### **Lời giải**

a) 













.

b) Với 









.

Thay vào .

1. **(4,0 điểm)**

a) Cho  và . Tính giá trị của biểu thức: 

b) Tìm các số nguyên tố thỏa mãn: 

**Lời giải**

Ta có 



.

Khi đó : .

b) Ta có: 

( với ) vì  lẻ.

Khi đó: chẵn

 (vì là số nguyên tố).

Với (thỏa mãn).

1. **(4,0 điểm)**

a) Giải phương trình .

b) Cho . Chứng minh rằng: .

**Lời giải**

a) Giải phương trình .

ĐK: , ta có:













Ta có:

Phương trình  (thỏa mãn ĐK).

Phương trình  vô nghiệm do  với mọi .

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm là .

b) Cho . Chứng minh rằng: .

Với , ta có:







Lại có 





Từ (1) và (2) ta có: (vì ).

ĐỀ NGHỊ ĐIỀU CHỈNH LẠI

Ta có:



 (Dấu “=” xảy ra khi .)

Lại có 



 (Dấu “=” xảy ra khi  hoặc  hoặc .)

Từ (1) và (2) ta có:

(vì ) .

Dấu “=” xảy ra khi ,  và  cùng xảy ra.

1. **(4,0 điểm)** Cho tam giác vuông tại , đường cao . Trên đoạn lấy điểm  sao cho . Đường thẳng vuông góc với  tại  cắt  tại .

a) Chứng minh: và .

b) Gọi  là trung điểm của . Tính số đo góc .

**Lời giải**



a) Chứng minh: và .

Xét tứ giác có nội tiếp được đường tròn

(cùng chắn cung )

Xét  và có: (cmt);  chung

(g.g).

Ta có  cân tại 



 có 

 vuông cân tại .



Hay .

b) Gọi  là trung điểm của . Tính số đo góc .

vuông cân tại , đường trung tuyến  đồng thời là đường cao 

Tứ giác có  nên nó nội tiếp được đường tròn.

(cùng chắn cung  )

Vậy .

ĐỀ NGHỊ ĐIỀU CHỈNH LẠI Ý a) NHƯ SAU:

a) Chứng minh: và .

Xét tứ giác có nội tiếp được đường tròn.

(cùng chắn cung ).

Xét  và có: (cmt);  chung

(g.g).

Ta có  cân tại 



 có 

 vuông cân tại .



Hay .

1. **(2,0 điểm)**

Cho 81 điểm phân biệt nằm trong một hình vuông có cạnh bằng . Chứng minh rằng tồn tại  điểm trong các điểm đã cho nằm trong một đường tròn có bán kính bằng .

**Lời giải**

Chia hình vuông lớn thành 16 hình vuông nhỏ có cạnh bằng nhau 

Theo nguyên lý Đi rich lê có điểm được chia vào 16 hình vuông nên có ít nhất 6 điểm cùng nằm trong 1 hình vuông nào đó

Hình vuông này có tâm và có bán kính đường tròn ngoại tiếp( cũng có tâm là I) là : 

Do 6 điểm này cùng nằm trong đường tròn tâm I bán kính nên 6 điểm này cũng nằm bên trong đường tròn tâm bán kính ( đpcm )

ĐỀ NGHỊ ĐIỀU CHỈNH LẠI :

Chia hình vuông cạnh bằng 1 thành 16 hình vuông nhỏ có cạnh bằng nhau và bằng .

Do 81 chia 16 được 5 và dư 1 nên theo nguyên lý Dirichlet có  điểm được chia vào 16 hình vuông thì có ít nhất 6 điểm cùng nằm trong 1 hình vuông  nào đó.

Hình vuông  này có tâm và có bán kính đường tròn ngoại tiếp (cũng có tâm là ) là: .

Do hình vuông  chứa ít nhất 6 điểm nên các điểm này cũng nằm bên trong hoặc nằm trên đường tròn ngoại tiếp hình vuông  có tâm  và có bán kính . Suy ra các điểm này nằm trong đường tròn .

Vậy tồn tại  điểm trong 81 điểm đã cho nằm trong một đường tròn có bán kính bằng .

**🙢 HẾT 🙠**

GÓP Ý: CHƯA THỐNG NHẤT SIZE VÀ FONT CHỮ CỦA WORD VÀ MATHTYPE.

* THIẾU DẤU CÂU NHƯ DẤU CHẤM CUÔI CÂU.
* NỘI DUNG CHUYÊN MÔN TỐT: CÂU 4a CÒN SAI SÓT CHÚT ĐỈNH.

**Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com**

**https://www.vnteach.com**