|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC – ĐÀO TẠO****TỈNH THANH HÓA****TRƯỜNG THPT CHUYÊN LAM SƠN****ĐỀ THI CHÍNH THỨC** | **KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT****NĂM HỌC 2018-2019****Môn thi: TOÁN CHUYÊN****Thời gian: 150 phút** |

**Câu 1**

1. Tính giá trị biểu thức 
2. Cho là các số thực dương thỏa mãn biểu thức 

Chứng minh rằng 

**Câu 2**

1. Giải phương trình : 
2. Giải hệ phương trình : 

**Câu 3**

1. Tính tất cả các cặp số nguyên dương  thỏa mãn: 
2. Cho n số nguyên dương tùy ý, với mỗi số nguyên ta đặt Chứng minh rằng 

**Câu 4:** Cho tam giác nhọn ABC có . Gọi D, E, F theo thứ tự là chân các đường cao kẻ từ của tam giác, P là giao điểm các đường và . Đường thẳng qua D song song với EF lần lượt cắt các cạnh tại Q, R, S

1. CMR: tứ giác là tứ giác nội tiếp
2. Chứng minh với D là trung điểm QS
3. Khi B, C cố định và A thay đổi thù chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác PQR luôn đi qua một điểm cố định

**Câu 5** Trong một giải đấu thể thao có n độ tham dự , luật đấu như sau: Hai đội bất kỳ luôn đấu với nhau đúng 1 trận. Sau một trận, đội thắng được 2 điểm, đội thua 0 điểm và hòa nhau cả hai đội được 1 điểm. Sau giải đấu các đội xếp hạng théo thứ tự từ cao xuống thấp (bằng điểm xếp cùng hạng). Hỏi điểm chênh lệch lớn nhất có thể giữa các đội xếp thứ hạng liền nhau là bao nhiêu ?

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1**

1. **Tính giá trị biểu thức**

Ta có: 



1.

****

Vậy ta có điều phải chứng minh

**Câu 2.**

1. Giải phương trình 

Điều kiện xác định: 

Đặt 



Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất 

1. **Giải hệ phương trình **

Điều kiện xác định : 

Hệ đã cho tương đương với







Vậy hệ đã cho có 2 nghiệm thỏa mãn 

**Câu 3**

**Bài 1. Tính tất cả cặp số nguyên thỏa mãn **

Đặt : 

Phương trình đã cho trở thành: 



Lại có: 

Từ (1) và (2) ta có: 

Vì 

+) Với ta có: 



+)Với 



Vậy 

**Bài 2**

Ta có ngay: 

Ta sẽ chứng minh chia hết cho và 

Giả sử lẻ thì nguyên. Sử dụng khai triển Newton ta có:



Do vậy:

 Do nên chia hết cho 

Do vậy 

Vậy ta có điều phải chứng minh.

**Câu 4**

****

1. **CMR: tứ giác là tứ giác nội tiếp**

Do nên Q nằm trên tia đối của tia BA và R nằm trong đoạn CA, từ đó nằm về cùng một phía của đường thẳng BR

Do tứ giác nội tiếp nên (góc ngoài tại 1 đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện

Vì (hai góc đồng vị)



là tứ giác nội tiếp (hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh đối diện dưới các góc bằng nhau)

1. **Chứng minh với D là trung điểm QS**

Xét và ta có:

; (hai góc đối đỉnh)

(các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ).

Xét  và ta có:

; (hai góc đối đỉnh)

(các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)



Áp dụng định lý Menelaus cho tam giác với cát tuyến ta được:



Từ (1) và (2) ta được : 

Do song song với nên theo định lý Ta-let : 

Kết hợp với (3) ta được hay là trung điểm 

1. **Khi B, C cố định và A thay đổi thì chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác PQR luôn đi qua một điểm cố định**

Gọi M là trung điểm . Ta sẽ chứng minh 

Thật vậy, do tứ giác  nội tiếp (các góc nôi tiếp chắn cung 

(các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

Tiếp theo ta chứng minh: 



(Đúng theo phần b). Do đó: 

Từ (4) và (5) ta được 

Xét và ta có:

(hai góc đối đỉnh)

(hai góc tương ứng)

là tứ giác nội tiếp (hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh đối diện dưới các góc bằng nhau)

Đường tròn ngoại tiếp tam giác đi qua trung điểm của (đpcm)

 **Câu 5**

 Đội đứng thứ nhất có điểm cao nhất là  điểm (Đội này đấu trận với các đội còn lại và đều thắng)

Xét đội còn lại ta có: Đội đứng nhất trong số đội còn lại có số điểm nhỏ nhất được xác định như sau:

Gọi P là tổng điểm của đội đấu với nhau, số trận của đội còn lại:

(Vì mỗi đội thắng hay hòa thì sau mỗi trận đều có 2 điểm)

Gọi là số điểm của đội nhất trong đội còn lại



Vậy sự chênh lệch về điểm số lớn nhất có thể giữa các đội xếp hạng liên nhau là điểm.