|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GD&ĐT THANH OAI** | **ĐỀ OLYMPIC TOÁN LỚP 8**  **NĂM HỌC: 2022-2023**  **Thời gian làm bài: 120 phút**  **Ngày thi: 28/4/2022** |

**Bài 1: (5,0 điểm)**

**1.** Cho đa thức 

a) Phân tích đa thức thành nhân tử.

b) Chứng minh  chia hết cho  với mọi  là số tự nhiên lẻ.

**2.** Tìm biết: 

**Bài 2: (4,0 điểm)**

**1.** Cho là các số tự nhiên khác  thoả mãn . Chứng minh biểu thức  có giá trị nguyên.

**2.** Xác định các hằng số sao cho đa thức  chia hết cho đa thức 

**Bài 3: (4,0 điểm)**

**1.** Tìm nghiệm nguyên  của phương trình: 

**2.** Cho các số thực  thoả mãn . Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của 

**Bài 4: (6,0 điểm)**

Cho tam giác  vuông tại  đường cao  . Gọi  và  lần lượt là hình chiếu của  trên 

**1.** Chứng minh:  và 

**2.** Chứng minh:  và 

**3.** Giả sử diện tích tam giác  gấp đôi diện tích tứ giác  chứng tỏ tam giác  vuông cân.

**4.** Lấy một điểm  nằm trong tam giác . Gọi lần lượt là hình chiếu của  trên . Hãy tìm vị trí của điểm  sao cho tổng đạt giá trị nhỏ nhất.

**Bài 5: (1,0 điểm)** Tìm tất cả các cặp số nguyên  thoả mãn 

**= = = = = = = = = = HẾT = = = = = = = = = =**

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**

**Bài 1: (5,0 điểm)**

**1.** Cho đa thức 

a) Phân tích đa thức thành nhân tử.

b) Chứng minh  chia hết cho  với mọi  là số tự nhiên lẻ.

**2.** Tìm biết: 

**Lời giải**

**1.** Cho đa thức 

a) Phân tích đa thức thành nhân tử:



b) Chứng minh  chia hết cho  với mọi  là số tự nhiên lẻ.

Vì n là số tự nhiên lẻ nên 



Vì nên là  số tự nhiên liên tiếp

 (vì là  số nguyên tố cùng nhau).



**2.** Ta có: 



Vậy phương trình có tập nghiệm 

**Bài 2: (4,0 điểm)**

**1.** Cho là các số tự nhiên khác  thoả mãn . Chứng minh biểu thức  có giá trị nguyên.

**2.** Xác định các hằng số  sao cho đa thức  chia hết cho đa thức 

**Lời giải**

**1.** Vì 



Vậy  có giá trị nguyên.

**2.** Để  thì tồn tại  sao cho  với 

với 

Vì  đúng với  nên thay  vào ta có:

Vậy  thì  chia hết cho 

**Bài 3: (4,0 điểm)**

**1.** Tìm nghiệm nguyên của phương trình: 

**2.** Cho các số thực thoả mãn . Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của 

**Lời giải**

**1.**  





Vì  Mà  nên ta có các trường hợp:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Vậy các cặp số nguyên thoả mãn là: 

**2.** Ta có:  nên 

 vì 

 hay 

Vậy giá trị lớn nhất của  là 

Có:  

Mà  

Vậy giá trị nhỏ nhất của  là  khi 



**Bài 4: (6,0 điểm)**

Cho tam giác  vuông tại  đường cao  . Gọi  và  lần lượt là hình chiếu của  trên 

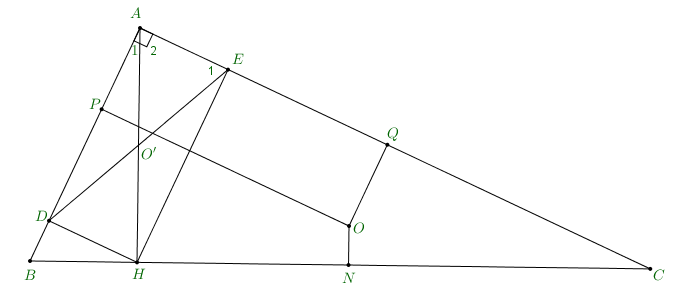
**1.** Chứng minh:  và 

**2.** Chứng minh:  và 

**3.** Giả sử diện tích tam giác  gấp đôi diện tích tứ giác  chứng tỏ tam giác  vuông cân.

**4.** Lấy một điểm  nằm trong tam giác . Gọi lần lượt là hình chiếu của  trên . Hãy tìm vị trí của điểm  sao cho tổng đạt giá trị nhỏ nhất.

**Lời giải**



**1.** Chứng minh:  và 

\*) Xét và  có:



chung

(tính chất 2 tam giác đồng dạng)

\*) Xét và  có:



chung

(tính chất 2 tam giác đồng dạng)

**2.** Chứng minh:  và 

\*) vuông tại A có 



\*) Xét  và có:



 (cùng phụ với )



Mà . Nên 

Lại có:  nên 

**3.** Giả sử diện tích tam giác  gấp đôi diện tích tứ giác  chứng tỏ tam giác  vuông cân.

Xét tứ giác có:







 là hình chữ nhật (dhnb)

Gọi  là giao điểm của  và (t/c hình chữ nhật)

cân tại O’  (t/c tam giác cân). Mà  nên 

Xét  và có:

chung





Mà 

Lại có: 



Mà (t/c hình chữ nhật) 

Xét  và vuông tại  có 

 là đường trung tuyến ứng với cạnh . Mà vuông cân tại 

 hay vuông tại .

**4.** Lấy một điểm  nằm trong tam giác . Gọi lần lượt là hình chiếu của  trên . Hãy tìm vị trí của điểm  sao cho tổng đạt giá trị nhỏ nhất.

Ta có: Tứ giác APOQ có:  là hình chữ nhật.



 (vì  vuông tại ) 

Mà 

Dấu  xảy ra khi hay  là trung điểm của 

Mà  nên  trùng với  hay  là trung điểm của .

Vậy  là trung điểm của  thì nhỏ nhất 

**Bài 5: (1,0 điểm)** Tìm tất cả các cặp số nguyên  thoả mãn 

**Lời giải**





\*) Nếu 

 vô lý vì  nguyên.

\*) Nếu  là nghiệm nguyên của phương trình thì  cũng là nghiệm của phương trình đó.

Ta có:  do vậy cũng vô lý.

\*) Nếu 

Vậy cặp số nguyên  thoả mãn đẳng thức là 

**= = = = = = = = = = HẾT = = = = = = = = = =**