

Bài 23. Đạo hàm

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

PHẦN D. CÂU HỎI ĐÚNG-SAI**Câu 1.** Dùng định nghĩa để tính đạo hàm của hàm số $y = f(x) = x^2 + 2x$ tại điểm $x_0 = 1$. Khi đó:

*a) $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$

*b) $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1}$

c) $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 4)$

d) $f'(1) = a \Rightarrow a > 5$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Ta có:

$$\begin{aligned} f'(1) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 3)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 3) = 4 \end{aligned}$$

Vậy $f'(1) = 4$.**Câu 2.** Dùng định nghĩa để tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{x - 2}{x + 1}$ tại điểm $x_0 = 0$ ta được $f'(0) = a$. Khi đó:

*a) $f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$

b) $f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{x + 1}$

*c) Phương trình $3^x = 3$ có nghiệm bằng $x = a - 2$

d) $\log_a 9 = 3$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Ta có:

$$\begin{aligned} f'(0) &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{x - 2}{x + 1} - (-2)}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{x(x + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{x + 1} = 3. \end{aligned}$$

Vậy $f'(0) = 3$.**Câu 3.** Dùng định nghĩa để tính đạo hàm của hàm số $f(x) = 2x^3$. Khi đó:

*a) Với bất kì x_0 : $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

b) $f'(1) = -6$

*c) $f'(0) = 0$

*d) $f'(2) = 24$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

$$\begin{aligned}
 f'(x_0) &= \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^3 - 2x_0^3}{x - x_0} \\
 &= \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2(x - x_0)(x^2 + x \cdot x_0 + x_0^2)}{x - x_0} \\
 &= \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2(x^2 + x \cdot x_0 + x_0^2)}{1} = 6x_0^2.
 \end{aligned}$$

Với bất kì

Vậy $f'(x) = (2x^3)' = 6x^2$ trên $\mathbb{R}$.

Câu 4. Dùng định nghĩa để tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{2}{1-x}$ với $x \neq 1$. Khi đó:

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2}{(1-x)(1-x_0)}$$

*a) Với bất kì $x_0 \neq 1$, ta có:

*b) $f'(2) = 2$

c) $f'(3) = \frac{1}{3}$

*d) $f'(2) + f'(3) = \frac{3}{2}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Với bất kì $x_0 \neq 1$, ta có:

$$\begin{aligned}
 f'(x_0) &= \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\frac{2}{1-x} - \frac{2}{1-x_0}}{x - x_0} \\
 &= \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2(x - x_0)}{(1-x)(1-x_0)(x - x_0)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2}{(1-x)(1-x_0)} = \frac{2}{(1-x_0)^2}.
 \end{aligned}$$

Vậy $f'(x) = \left(\frac{2}{1-x} \right)' = \frac{2}{(1-x)^2}$ trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x) = 2x^3$ có đồ thị (C) và điểm M thuộc (C) có hoành độ $x_0 = -1$. Khi đó:

*a) Hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại điểm M bằng 6

*b) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M đi qua điểm $A(0; 4)$

c) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M cắt đường thẳng $d: y = 3x$ tại điểm có hoành độ bằng 4

*d) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M vuông góc với đường thẳng $\Delta: y = -\frac{1}{6}x$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Ta có: $f'(x) = (2x^3)' = 6x^2$ nên tiếp tuyến của (C) tại M có hệ số góc là:

$$f'(-1) = 6 \cdot (-1)^2 = 6; f(-1) = -2$$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M là:

$$y - f(-1) = 6(x+1) \Leftrightarrow y+2 = 6(x+1) \\ \Leftrightarrow y = 6x+4.$$

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \frac{2}{1-x}$ có đồ thị (C) và điểm $M(3; -1) \in (C)$. Khi đó:

*a) Hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại điểm M bằng $\frac{1}{2}$

b) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M song song với đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$

*c) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M vuông với đường thẳng $y = -2x - \frac{5}{2}$

*d) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M đi qua điểm $A\left(0; -\frac{5}{2}\right)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Từ ví dụ 4, ta có: $f'(x) = \left(\frac{2}{1-x}\right)' = \frac{2}{(1-x)^2}$ nên tiếp tuyến của (C) tại M có hệ số góc là:
 $f'(3) = \frac{2}{(1-3)^2} = \frac{1}{2}$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M là: $y - (-1) = \frac{1}{2}(x-3) \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$.

Câu 7. Tính đạo hàm của mỗi hàm số sau tại các điểm đã chỉ ra. Khi đó:

*a) $y = x^2 - x$ tại $x_0 = 1$ có $f'(1) = 1$

b) $y = \sqrt{x}$ tại $x_0 = 1$ có $f'(1) = 1$

*c) $y = \frac{1}{x^2+1}$ tại $x_0 = 0$ có $f'(0) = 0$

*d) $y = \frac{1}{x+1}$ tại $x_0 = 2$ có $f'(2) = -\frac{1}{9}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

$$a) \quad f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} x = 1$$

$$b) \quad f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x} + 1} = \frac{1}{2}$$

$$c) \quad f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x^2+1} - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x^2+1} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x}{x^2+1} = 0$$

$$d) \quad f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{1}{x+1} - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{1}{x+1} - \frac{1}{3}}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-1}{3(x+1)} = -\frac{1}{9}$$

Câu 8. Cho hàm số $y = x^2 + 3x + 1$ có đồ thị (C) . Viết được phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung. Khi đó:

*a) Hệ số góc của phương trình tiếp tuyến bằng 3.

b) Phương trình tiếp tuyến đi qua điểm $A(1;3)$

*c) Phương trình tiếp tuyến cắt đường thẳng $y = 2x + 1$ tại điểm có hoành độ bằng 0

*d) Phương trình tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{3}x + 1$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Với $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 1$

Ta có $f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 3x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} (x + 3) = 3$

Vậy phương trình tiếp tuyến là: $y = 3x + 1$

Câu 9. Viết được phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{4}{x-1}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$. Khi đó:

a) Hệ số góc của phương trình tiếp tuyến bằng 1.

b) Phương trình tiếp tuyến đi qua điểm $M(-1; 2)$

*c) Phương trình tiếp tuyến cắt đường thẳng $y = 2x + 1$ tại điểm có hoành độ bằng $\frac{4}{3}$

*d) Phương trình tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = x + 1$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

Ta có: $y' = -\frac{4}{(x-1)^2} \Rightarrow y'(-1) = -1$

Vì $x_0 = -1$ nên $y_0 = -2 \Rightarrow$ Tiếp điểm $M(-1; -2)$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(-1; -2)$ là $y = -x - 3$.

Câu 10. Viết được phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+9}{x+1}$ biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: x - 2y + 2 = 0$. Khi đó:

*a) Có hai phương trình tiếp tuyến thỏa mãn.

*b) Hệ số góc của tiếp tuyến bằng -2

*c) Phương trình tiếp tuyến đi qua điểm $A(1; 5)$
 $B(1; -7)$

*d) Phương trình tiếp tuyến đi qua điểm

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

Đường thẳng $d: x - 2y + 2 = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 1$ nên đường thẳng d có hệ số góc là $k_d = \frac{1}{2}$.

Tiếp tuyến cần tìm có hệ số góc k vuông góc với đường thẳng d

$\Rightarrow k \cdot k_d = -1 \Rightarrow k = -\frac{1}{k_d} = -2$.

$$y' = k \Rightarrow \frac{-8}{(x+1)^2} = -2 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

Hoành độ tiếp điểm là nghiệm của phương trình

Với $x = 1$, phương trình tiếp tuyến là $y = -2x + 7$.

Với $x = -3$, phương trình tiếp tuyến là $y = -2x - 9$.

Vậy có hai phương trình tiếp tuyến thỏa mãn là $d_1 : y = -2x + 7; y = -2x - 9$.

---HẾT---