**CHƯƠNG I. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG**

**BÀI 1. HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ ĐƯỜNG CAO TRONG TAM GIÁC VUÔNG.**

**I. TÓM TẮT LÍ THUYẾT**

Cho tam giác vuông ABC vuông tại A, đường cao AH. Khi đó ta có các hệ thức sau:

* AB2 = BH. BC hay c2 = ac’
* AC2 = CH. BC hay b2 = ab’
* AB. AC = BC. AH hay cb = ah
* HA2 = HB. HC hay h2 = c’b’
* 
* BC2 = AB2 + AC2 (Định lí Pytago)

**II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN**

**Dạng 1: Tính độ dài các đoạn thẳng trong tam giác vuông**

*Phương pháp giải:* Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH. Nếu biết độ dài hai trong sáu đoạn thẳng AB, AC, BC,HA, HB, HC thì ta luôn tính được độ dài bốn đoạn thẳng còn lại.

1A. Tính x, y trong mỗi hình vẽ sau:

1B. Tính x, y trong mỗi hình vẽ sau:

2A. Cho tam giác ABC vuông tai A, đường cao AH.

a) Cho biết AB = 3cm, AC = 4cm. Tính độ dài đoạn thẳng BH, AC, BC và AH.

b) Cho biết BH = 9cm, CH = 16cm. Tính độ dài đoạn thẳng AB, AC, BC, và AH.

2B. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH.

a) Cho biết AB = 3cm, BC = 5cm. Tính độ dài đoạn thẳng BH,CH, AH và AC

b) Cho biết AH = 60cm, CH = 144cm. Tính độ dài đoạn thẳng AB, AC, BC, và BH.

3A. Cho tam giác ABC vuông tai A,  (H thuộc BC). Cho biết

AB:AC = 3: 4 và BC = 15cm. Tính độ dài các đoạn thẳng BH và HC.

3B. Cho tam giác ABC vuông tại A, đương cao AH.

Cho biết  và BC = 122cm. Tính độ dài các đoạn thẳng BH, CH.

**Dạng 2. Chứng minh các hệ thức liên quan đến tam giác vuông.**

*Phương pháp giải:* Sử dụng các hệ thức về các cạnh và đường cao một cách hợp lí theo ba bước:

Bước 1: Chọn các tam giác vuông thích hợp chứa các đoạn thẳng có trong hệ thức.

Bước 2: Tính các đoạn thẳng đó nhờ hệ thức về cạnh và đường cao.

Bước 3: Liên kết các giá trị trên để rút ra hệ thức cần chứng minh.

4A. Cho tam giác CDE nhọn, đường cao CH. Gọi M, N theo thứ tự là hình chiếu của CD, CE. Chứng minh:

a) CD. CM = CE. CN

b) Tam giác CMN đồng dạng với tam giác CED.

4B. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và AH là đường cao

a) Chứng minh: AB2 + CH2 = AC2 +BH2

b) Vẽ trung tuyến AM của tam giác ABC, chứng minh:

1. 
2.  (Với AC > AB).

5A. Cho hình bình hành ABCD có góc A nhọn. Gọi I, K là hình chiếu của B, D trên đường chéo AC. Gọi M, N là hình chiếu của C trên các đường thẳng AB, AD. Chứng minh:

a) AK = IC

b) Tứ giác BIDK là hình bình hành.

c) AC2 = AD. AN + AB.AM

5B. Cho hình thoi ABCD có hai đường chéo cắt nhau tại O. Cho biết khoảng cách từ O tới mỗi cạnh hình thoi là h, AC = m, BD = n. Chứng minh: 

**III. BÀI TẬP VỀ NHÀ**

6. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Cho biết AB = 4cm, AC = 7,5cm. Tính độ dài đoạn thẳng AH và diện tích tam giác ABC.

7. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH.

a) Biết AH = 6cm, BH = 4,5cm. Tính AB, AC, BC, HC.

b) Biết AB = 6cm, BH = 3cm. Tính AH và tính chu vi của các tam giác vuông trong hình.

8. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Tính diện tích tam giác ABC, biết AH = 12cm, BH = 9cm.

9. Cho tam giác ABC biết BC = 7,5cm, AC = 4,5cm, AB = 6cm.

a) Tính đường cao AH của tam giác ABC

b) Tính độ dài BH, CH.

10. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Cho biết AB:AC = 3:4 và AH = 6cm. Tính độ dài các đoạn thẳng BH và CH.

11. Cho tam giác vuông với các cạnh góc vuông là 7 và 24. Kẻ đường cao ứng với cạnh huyền. Tính diện tích hai tam giác vuông tạo thành.

12. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH biết , AH = 15cm. Tính độ dài các đoạn thẳng HB và HC.

13. Cho ABCD là hình thang vuông tại A và D. Đường chéo BD vuông góc với BC. Biết AD = 12cm, DC = 25cm. Tính độ dài AB, BC và BD.

14. Cho hình chữ nhật ABCD có AB = 8cm, BC = 15cm.

a) Tính độ dài đoạn thẳng BD

b) Vẽ AH vuông góc với BD tại H. Tính độ dài đoạn thẳng AH

c) Đừng thẳng AH cắt BC và DC lần lượt tai I, K.

Chứng minh: AH2 = HI. HK

15. Cho hình thang ABCD vuông tại A và D. Cho biết AB = 15cm, AD = 20cm, các đường chéo AC và BD vuông góc với nhau ở O. Tính :

a) Độ dài các đoạn thẳng OB và OD.

b) Độ dài đoạn thẳng AC

c) Diện tích hình thang ABCD.

16. Cho tam giác ABC vuông tại A. Đường cao AH, kẻ HE, HF lần lượt vuông góc với AB, AC. Chứng minh:

a)  b) BC. BE. CF = AH3

17. Cho tam giác ABC cân tại A có AH và BK là hai đường cao. Kẻ đường thẳng vuông góc BC tai B cắt tia CA tại D. Chứng minh:

a) BD = 2AH B) 

CHƯƠNG I. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG.

BÀI 1. HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ ĐƯỜNG CAO TRONG TAM GIÁC VUÔNG.

1A. Hình 1. Sử dụng định lí Pytago và các hệ thức về cạnh góc vuông và hình chiếu lên cạnh huyền trong tam giác vuông, tính được x = 3,6, y = 6,4.

Hình 2: Sử dụng định lí Pytago và các hệ thức liên quan giữa đường cao, cạnh huyền và cạnh góc vuông trong tam giác vuông, tính được  .

1B. Tương tự 1A.

Hình 1.  Hình 2: 

2A. Tương tự 1A.

a) 

b) 

2B. Tương tự 1A.

a) 

b) 

c) 

3A. Đặt AB = 3k; AC = 4k . Áp dụng hệ thức lượng vào tam giác vuông ABC thu được k = 3. Từ đó tính được : BH = 5,4cm, HC = 9,6cm.

3B. Tương tự 3A. Tính được BH = 50cm, CH = 72cm.

4A. a) Áp dụng hệ thức về cạnh góc vuông và hình chiếu lên cạnh huyền trong các tam giác vuông HCD và HCE ta có CD.CM = CE.CN (= CH2).

b) Sử dụng a) để suy ra các tỉ lệ về cạnh bằng nhau. Từ đó chứng minh được  (c-g-c).

4B. a) Sử dụng định lí Pytago cho các tam giác vuông HAB và HAC để có đpcm.

b) Chứng minh tương tự câu a).

c) Sử dụng định lí Pytago cho tam giác vuông AHM.

5A. a) HS tự chứng minh.

b) HS tự chứng minh.

c) Chú ý , và 

Từ đó tính được AD.AN và AB.AM.

5B. Kẻ đường cao OH của tam giác vuông OAB. Áp dụng hệ thức về đường cao trong tam giác vuông cùng chú ý rằng O là trung điểm AC và BD để suy ra điều phải chứng minh.

6. Tương tự 1A. Tính được 

7. Tương tự 1A.

a) AB = 7,5cm, AC = 10cm, BC = 12,5cm, HC = 8cm.

b) 

8. Tương tự 7A. Tính được SABC = 150cm2.

9. a) AH = 3,6cm b) BH = 4,8cm, CH = 2,7cm.

10. Sử dụng hệ thức về cạnh góc vuông và đường cao trong tam giác vuông, tính được BH =4,5cm, CH = 8cm.

11. Tương tự 10. Độ dài đường cao 6,72 ( đvđd).

Diện tích hai tam giác vuông tạo thành là : 6,5856 và 77,4144( đv dt)

12. Tương tự 10. Tìm được  HC = 21cm.

13. Áp dụng các hệ thức lượng trong tam giác vuông BDC cùng chú ý độ dài đường cao hạ từ B xuống CD bằng AD, ta tính được : AB = 9cm, BD =15cm, hoặc AB = 16cm, BC = 15cm, BD = 20cm.

14. a) BD = 17cm. b)  c) Tương tự 5A.

15. a) Áp dụng các hệ thức lượng trong tam giác vuông ABD, tính được BD = 25cm, OB = 9cm, OD = 16cm.

b) Áp dụng các hệ thức lượng trong tam giác vuông DAC tính được OA = 12cm,  .

c) Tính được  .

16. a) Sử dụng hệ thức giữa cạnh góc vuông và hình chiếu lên cạnh huyền và cạnh huyền trong tam giác vuông HBA và HCA.

b) Tương tự a) và áp dụng hệ thức giữa đường cao và hình chiếu cạnh góc vuông lên cạnh huyền trong tam giác vuông ABC.

17. a) Chứng minh AH là đường trung bình của tam giác BCD.

b) Sử dụng hệ thức giữa đường cao và các cạnh góc vuông trong tam giác vuông BCD và áp dụng câu a).