

| Điểm của toàn bài thi |          | Các giám khảo<br>(Họ, tên và chữ kí) | Số phách<br>(Do Chủ tịch Hội đồng chấm thi ghi) |
|-----------------------|----------|--------------------------------------|-------------------------------------------------|
| Bảng số               | Bảng chữ |                                      |                                                 |
|                       |          | Giám khảo 1:                         |                                                 |
|                       |          | Giám khảo 2:                         |                                                 |

*Quy ước: Học sinh trình bày vắn tắt cách giải, công thức áp dụng, kết quả tính toán vào ô trống liền kề bài toán. Các kết quả tính gần đúng, nếu không có chỉ định cụ thể, được ngầm định chính xác tới 4 chữ số phần thập phân sau dấu phẩy.*

**Bài 1:** Cho hàm số  $y = \log_{2009}(x^2 + 1)$ .

Gọi (d) là tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm nằm trên đồ thị có hoành độ bằng  $\sqrt{3} - 1$  có phương trình  $y = ax + b$ . Tính giá trị gần đúng của a và b.

| Cách giải | Kết quả |
|-----------|---------|
|           |         |

**Bài 2:** 1. Sử dụng máy tính để tính  $\sqrt[3]{9+4\sqrt{5}} + \sqrt[3]{9-4\sqrt{5}}$ .  
2. Chứng minh khẳng định trên.

| Cách giải | Kết quả |
|-----------|---------|
|           |         |

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|--|--|

**Bài 3:** Cho phương trình bậc ba  $P(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2 = 0$  với  $a, b$  là các số hữu tỉ.

1. Tính giá trị đúng của  $a$  và  $b$  biết rằng phương trình đã cho có một nghiệm là

$$\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}.$$

2. Tính giá trị gần đúng của  $P(\frac{2008}{2009})$ .

| Cách giải | Kết quả |
|-----------|---------|
|           |         |

**Bài 4:** Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất gần đúng của hàm số  $y = \frac{\sin x + (\sqrt{2} - 1)\cos x + 3}{(\sqrt{3} + 1)\sin x - 2\cos x + 5}$ .

| Cách giải | Kết quả |
|-----------|---------|
|           |         |

**Bài 5:** Tìm nghiệm ( đúng hoặc gần đúng ) của hệ phương trình 
$$\begin{cases} |x^3| + y^2 - 3y = 0 \\ \frac{1}{2} \log_3 x^2 - \log_3 y = 0 \end{cases}$$

| Cách giải | Kết quả |
|-----------|---------|
|           |         |

**Bài 6:** Giải phương trình  $\log_{2009} \frac{4x^2 + 2}{2x^6 + x^2 + 1} = 2x^6 - 3x^2 - 1$

| Cách giải | Kết quả |
|-----------|---------|
|           |         |

**Bài 7:** Tìm nghiệm gần đúng ( tính bằng độ, phút, giây ) của phương trình:

$$(3 \sin x + 4 \cos x)^2 = 25 + |5 \sin x - 3|$$

| Cách giải | Kết quả |
|-----------|---------|
|           |         |

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|--|--|

**Bài 8:** Cho hình chóp tứ giác đều có góc  $\varphi$  giữa cạnh bên và đáy bằng góc giữa cạnh bên và mặt bên không chứa nó. Tính giá trị gần đúng của  $\varphi$  theo độ.

| Cách giải | Kết quả |
|-----------|---------|
|           |         |

**Bài 9:** Với mỗi số nguyên  $n$  lớn hơn 3, ta xét phương trình  $x^n := x^2 + 1 (*)$ .

1. Chứng minh rằng  $(*)$  luôn có đúng một nghiệm dương mà ta gọi là  $x_n$ .
2. Tính giá trị gần đúng của  $x_{10}, x_{15}$ .
3. Chứng minh rằng dãy  $\{x_n\}$  có giới hạn hữu hạn khi  $n$  dần tới  $+\infty$ .

| Cách giải | Kết quả |
|-----------|---------|
|           |         |

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|--|--|

**Bài 10:** Cho tam giác ABC có các cạnh  $AB = 4$ ,  $BC = 5$ ,  $CA = 6$ . Trên các cạnh AB, BC, CA ta lấy lần lượt các điểm M, N, P sao cho  $AM = 1$ ,  $BN = 2$ ,  $CP = 3$ . Các đoạn thẳng AN, BP, CM đôi một cắt nhau tạo thành một tam giác. Tính giá trị gần đúng của diện tích tam giác đó.

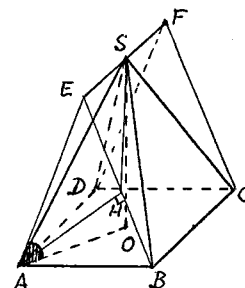
| Cách giải | Kết quả |
|-----------|---------|
|           |         |

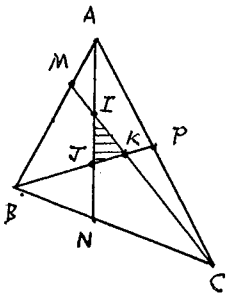
**BẢN CHÍNH**

| Bài | Lời giải sơ lược                                                                                                                                                                                                          | Điểm | Ghi chú |
|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|---------|
| 1   | Tacó: $y' = \frac{2x}{(x^2 + 1)\ln 2009}$                                                                                                                                                                                 | 1,00 |         |
|     | Phương trình tiếp tuyến với đồ thị tại điểm có hoành độ $x_0$ :<br>$y - y(x_0) = y'(x_0)(x - x_0)$<br>$\Leftrightarrow y = y'(x_0).x + y(x_0) - y'(x_0).x_0$                                                              | 0,50 |         |
|     | Như vậy: $a = y'(x_0) = \frac{2(\sqrt{3} - 1)}{((\sqrt{3} - 1)^2 + 1)\ln 2009}$                                                                                                                                           | 1,00 |         |
|     | $b = \frac{\ln((\sqrt{3} - 1)^2 + 1)}{\ln 2009} - \frac{2(\sqrt{3} - 1)^2}{((\sqrt{3} - 1)^2 + 1)\ln 2009}$                                                                                                               | 1,00 |         |
|     | Sử dụng máy tính, tìm được: $a = 0,1253$ ; $b = -0,1946$                                                                                                                                                                  | 1,50 |         |
| 2   | Sử dụng máy tính: $\sqrt[3]{9 + 4\sqrt{5}} + \sqrt[3]{9 - 4\sqrt{5}} = 3$                                                                                                                                                 | 1,00 |         |
|     | Ta sẽ chứng minh: $a = \sqrt[3]{9 + 4\sqrt{5}} + \sqrt[3]{9 - 4\sqrt{5}} = 3$<br>Do $a^3 = 9 + 4\sqrt{5} + 9 - 4\sqrt{5} + 3\sqrt[3]{(9 + 4\sqrt{5})^2(9 - 4\sqrt{5})}$<br>$+ \sqrt[3]{(9 - 4\sqrt{5})^2(9 + 4\sqrt{5})}$ | 1,00 |         |
|     | $= 18 + 3(\sqrt[3]{9 + 4\sqrt{5}} + \sqrt[3]{9 - 4\sqrt{5}}) = 3a + 18$                                                                                                                                                   | 1,00 |         |
|     | Nên $a$ là nghiệm của phương trình: $a^3 - 3a - 18 = 0$ ,<br>hay $(a - 3)(a^2 + 3a + 6) = 0$ (*)                                                                                                                          | 1,00 |         |
|     | Từ (*) có nghiệm duy nhất là 3 nên suy ra $a = 3$ .                                                                                                                                                                       | 1,00 |         |
| 3   | 1. Ta có: $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = 5 - 2\sqrt{6}$                                                                                                                                               | 0,50 |         |
|     | Theo đề bài:<br>$(5 - 2\sqrt{6})^3 + a(5 - 2\sqrt{6})^2 + b(5 - 2\sqrt{6}) - 2 = 0$                                                                                                                                       | 0,50 |         |
|     | Do đó: $(483 + 49a + 5b) - (198 + 20a + 2b)\sqrt{6} = 0$                                                                                                                                                                  | 1,00 |         |
|     | Từ giả thiết $a, b$ hữu tỉ, ta có: $\begin{cases} 483 + 49a + 5b = 0 \\ 198 + 20a + 2b = 0 \end{cases}$<br>$\Leftrightarrow \begin{cases} 10a + b = -9 \\ 49a + 5b = -483 \end{cases}$                                    | 1,00 |         |
|     | Sử dụng máy tính, tìm được: $a = -12$ và $b = 21$ .<br>Kết luận: $P(x) = x^3 - 12x^2 + 21x - 2$                                                                                                                           | 1,00 |         |
|     | 2. Sử dụng máy tính, tìm được $P(\frac{2008}{2009}) = 8,0000$                                                                                                                                                             | 1,00 |         |
| 4   | Ta có phương trình:<br>$[1 - (\sqrt{3} + 1)y]\sin x + [(\sqrt{2} - 1) + 2y]\cos x = 5y - 3$ (*)                                                                                                                           | 0,50 |         |
|     | (*) có nghiệm khi:<br>$[1 - (\sqrt{3} + 1)y]^2 + [(\sqrt{2} - 1) + 2y]^2 \geq (5y - 3)^2$                                                                                                                                 | 1,00 |         |
|     | $\Leftrightarrow (17 - 2\sqrt{3})y^2 - (24 - 2\sqrt{3} + 4\sqrt{2})y + 6 + 2\sqrt{2} \leq 0$ (1).                                                                                                                         | 1,00 |         |

|   |                                                                                                                                                                                                |      |  |
|---|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|--|
|   | Sử dụng máy tính tìm nghiệm của phương trình:<br>$(17 - 2\sqrt{3})y^2 - (24 - 2\sqrt{3} + 4\sqrt{2})y + 6 + 2\sqrt{2} = 0$<br>và được: $y_1 = 1,5003$ ; $y_2 = 0,4347$ ( nghiệm gần đúng )     | 1,00 |  |
|   | Như vậy: (1) $\Leftrightarrow 0,4347... \leq y \leq 1,5003...$                                                                                                                                 | 0,50 |  |
|   | Kết luận: Giá trị lớn nhất của hàm số: $y_{\max} = 1,5003$                                                                                                                                     | 0,50 |  |
|   | Giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y_{\min} = 0,4347$                                                                                                                                               | 0,50 |  |
| 5 | Hệ đã cho tương đương:<br>$\begin{cases}  x^3  + y^2 - 3y = 0 \\  x  = y; x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y > 0 \\ y^3 + y^2 - 3y = 0 \\  x  = y \end{cases}$               | 2,00 |  |
|   | Tìm được: $\begin{cases} y = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \end{cases}$ hay $\begin{cases} y = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{1 - \sqrt{13}}{2} \end{cases}$ | 2,00 |  |
|   | Sử dụng máy tính: $\begin{cases} x = 1,3028 \\ y = 1,3028 \end{cases}$ hay $\begin{cases} x = -1,3028 \\ y = 1,3028 \end{cases}$                                                               | 1,00 |  |
| 6 | Đặt $u = 2x^6 + x^2 + 1 \geq 1$ ; $v = 4x^2 + 2 \geq 2$ thì<br>$u - v = 2x^6 - 3x^2 - 1$                                                                                                       | 0,50 |  |
|   | Ta có: $\log_{2009} \frac{v}{u} = u - v \Leftrightarrow \log_{2009} v - \log_{2009} u = u - v$<br>$\Leftrightarrow \log_{2009} u + u = \log_{2009} v + v$                                      | 1,00 |  |
|   | Xét $f(x) = x + \log_{2009} x$ với $x \geq 1$ thì<br>$f'(x) = 1 + \frac{1}{x \ln 2009} > 0$                                                                                                    | 1,00 |  |
|   | Như vậy (*) trở thành $u = v$ nghĩa là: $2x^6 - 3x^2 - 1 = 0$                                                                                                                                  | 0,50 |  |
|   | $\Leftrightarrow \begin{cases} 2t^3 - 3t - 1 = 0(1) \\ t = x^2 \end{cases}$ Từ (1):<br>$t = -1 < 0$ ; $t = \frac{1 - \sqrt{3}}{2} < 0$ ; $t = \frac{1 + \sqrt{3}}{2} > 0$                      | 1,00 |  |
|   | Suy ra: $x^2 = \frac{1 + \sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{1 + \sqrt{3}}{2}}$                                                                                                   | 0,50 |  |
|   | Sử dụng máy tính: $x = 1,0811$ và $x = -1,0811$                                                                                                                                                | 0,50 |  |
| 7 | Ta có: $(3 \sin x + 4 \cos x)^2 \leq 25(\sin^2 x + \cos^2 x) = 25$<br>$25 +  5 \sin x - 3  \geq 25$                                                                                            | 1,00 |  |
|   | Do đó: P.trình trở thành $\begin{cases} 3 \sin x + 4 \cos x = 5 \\ \sin x = \frac{3}{5} \end{cases}$ hay                                                                                       | 1,50 |  |
|   | $\begin{cases} 3 \sin x + 4 \cos x = -5 \\ \sin x = \frac{3}{5} \end{cases}$                                                                                                                   |      |  |
|   | $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{3}{5} \\ \cos x = \frac{4}{5} \end{cases}$                                                                                                       | 1,00 |  |

|           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                         |   |                         |           |       |           |           |   |   |   |  |  |          |    |  |  |  |           |      |  |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|---|-------------------------|-----------|-------|-----------|-----------|---|---|---|--|--|----------|----|--|--|--|-----------|------|--|
|           | Sử dụng máy tính: $x = 36^{\circ}52'12'' + k.360^{\circ}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 1,00                    |   |                         |           |       |           |           |   |   |   |  |  |          |    |  |  |  |           |      |  |
| 8         | Đặt $AB=a$ ; $SA=b$<br>Ta có: $\varphi = \widehat{SAO} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{a\sqrt{2}}{2b}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 1,00                    |   |                         |           |       |           |           |   |   |   |  |  |          |    |  |  |  |           |      |  |
|           | Trong hình bên nếu $AH$ là đường cao t.giác AEB thì $AH$ vuông góc (SBC) và $\widehat{ASH}$ là góc của $SA$ và (SBC) và $\widehat{ASH} = \varphi$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 1,00                    |   |                         |           |       |           |           |   |   |   |  |  |          |    |  |  |  |           |      |  |
|           | Tìm được:<br>$EB^2 = b^2 - \frac{a^2}{4}; AH^2 = \frac{2a^2(2b^2 - a^2)}{4b^2 - a^2};$ $\sin^2 \varphi = \frac{2a^2(2b^2 - a^2)}{b^2(4b^2 - a^2)}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 1,50                    |   |                         |           |       |           |           |   |   |   |  |  |          |    |  |  |  |           |      |  |
|           | Từ đó: $\frac{2a^2(2b^2 - a^2)}{b^2(4b^2 - a^2)} = \frac{2b^2 - a^2}{2b^2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0,50                    |   |                         |           |       |           |           |   |   |   |  |  |          |    |  |  |  |           |      |  |
|           | Suy ra: $\frac{a}{b} = \frac{2}{\sqrt{5}}; \cos \varphi = \frac{\sqrt{10}}{5}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0,50                    |   |                         |           |       |           |           |   |   |   |  |  |          |    |  |  |  |           |      |  |
|           | Sử dụng máy tính: $\varphi = 50^{\circ}46'7''$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0,50                    |   |                         |           |       |           |           |   |   |   |  |  |          |    |  |  |  |           |      |  |
| 9         | 1. Đặt $f_n(x) = x^n - x^2 - 1; x \geq 0$ thì $f'_n(x) = nx^{n-1} - 2x$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 0,50                    |   |                         |           |       |           |           |   |   |   |  |  |          |    |  |  |  |           |      |  |
|           | Ta có:<br><table><tr><td>x</td><td>0</td><td><math>n-2\sqrt{\frac{2}{n}}</math></td><td>1</td><td><math>x_n</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f'_n(x)</math></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td><td></td></tr><tr><td><math>f_n(x)</math></td><td>-1</td><td></td><td></td><td></td><td><math>+\infty</math></td></tr></table> <p>Bảng biến thiên cho thấy: <math>f_n(x) = 0</math> có đúng một nghiệm dương thuộc <math>(1; +\infty)</math></p> | x                       | 0 | $n-2\sqrt{\frac{2}{n}}$ | 1         | $x_n$ | $+\infty$ | $f'_n(x)$ | - | 0 | + |  |  | $f_n(x)$ | -1 |  |  |  | $+\infty$ | 1,00 |  |
| x         | 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | $n-2\sqrt{\frac{2}{n}}$ | 1 | $x_n$                   | $+\infty$ |       |           |           |   |   |   |  |  |          |    |  |  |  |           |      |  |
| $f'_n(x)$ | -                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0                       | + |                         |           |       |           |           |   |   |   |  |  |          |    |  |  |  |           |      |  |
| $f_n(x)$  | -1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                         |   |                         | $+\infty$ |       |           |           |   |   |   |  |  |          |    |  |  |  |           |      |  |
|           | 2. Bằng cách sử dụng máy tính thích hợp:<br>Xét: $x^{10} - x^2 - 1 = 0$ cho ta $x_{10} = 1,0804...$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 1,00                    |   |                         |           |       |           |           |   |   |   |  |  |          |    |  |  |  |           |      |  |
|           | Xét: $x^{15} - x^2 - 1 = 0$ cho ta $x_{15} = 1,0508...$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 1,00                    |   |                         |           |       |           |           |   |   |   |  |  |          |    |  |  |  |           |      |  |
|           | 3. Ta có:<br>$f_n(x_{n+1}) = x_{n+1}^n - x_{n+1}^2 - 1 = \frac{x_{n+1}^2 + 1}{x_{n+1}} - x_{n+1}^2 - 1$ $= \frac{x_{n+1}^2 - x_{n+1}^3 + 1 - x_{n+1}}{x_{n+1}} < 0$ <p>vì <math>x_{n+1} &gt; 1</math> theo tính chất từ câu 1.</p>                                                                                                                                                                                                                                                | 1,00                    |   |                         |           |       |           |           |   |   |   |  |  |          |    |  |  |  |           |      |  |
|           | Như vậy: $\{x_n\}, n = 3, 4, 5, \dots$ là dãy số giảm và bị chặn dưới nên dãy có giới hạn hữu hạn.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0,50                    |   |                         |           |       |           |           |   |   |   |  |  |          |    |  |  |  |           |      |  |
| 10        | Đặt $S_{ABC}=S$ ; $AM=x$ ; $BN=y$ ; $CP=z$<br>Ta có: $S_{ABN} = \frac{yS}{5}; S_{BCP} = \frac{zS}{6}; S_{CAM} = \frac{xS}{4}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0,50                    |   |                         |           |       |           |           |   |   |   |  |  |          |    |  |  |  |           |      |  |
|           | Theo định lí Menelaus:<br>$\frac{JN}{JA} \cdot \frac{PA}{PC} \cdot \frac{BC}{BN} = 1 \Rightarrow \frac{JN}{JA} = \frac{yz}{5(6-z)}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,50                    |   |                         |           |       |           |           |   |   |   |  |  |          |    |  |  |  |           |      |  |
|           | $\frac{IM}{IC} \cdot \frac{NC}{NB} \cdot \frac{AB}{AM} = 1 \Rightarrow \frac{IM}{IC} = \frac{xy}{4(5-y)}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,50                    |   |                         |           |       |           |           |   |   |   |  |  |          |    |  |  |  |           |      |  |



|                                                                                                                                                                                            |      |                                                                                     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| $\frac{KP}{KB} \cdot \frac{MB}{MA} \cdot \frac{CA}{CP} = 1 \Rightarrow \frac{KP}{KB} = \frac{zx}{6(4-x)}$                                                                                  | 0,50 |  |
| Do đó: $\frac{S_{BNJ}}{S_{BNA}} = \frac{JN}{AN} \Rightarrow S_{BNJ} = \frac{y^2 z}{5(30-5z+yz)} \cdot S$                                                                                   | 0,50 |                                                                                     |
| Tương tự: $S_{CPK} = \frac{z^2 x}{6(24-5x+zx)} \cdot S$                                                                                                                                    | 0,50 |                                                                                     |
| $S_{AMI} = \frac{x^2 y}{4(20-4y+xy)} \cdot S$                                                                                                                                              | 0,50 |                                                                                     |
| Suy ra:<br>$S_{IJK} = \left(1 - \frac{x}{4} - \frac{y}{5} - \frac{z}{6} + \frac{x^2 y}{4(20-4y+xy)} + \frac{y^2 z}{5(30-5z+yz)} + \frac{z^2 x}{6(24-5x+zx)}\right) \cdot S = \frac{S}{14}$ | 0,50 |                                                                                     |
| Sử dụng máy tính:<br>$S = \sqrt{\frac{15}{2} \cdot \left(\frac{15}{2} - 4\right) \cdot \left(\frac{15}{2} - 5\right) \cdot \left(\frac{15}{2} - 6\right)} = 9,9216...$                     | 0,50 |                                                                                     |
| Tìm được: $S_{IJK} = 0,7087...$                                                                                                                                                            | 0,50 |                                                                                     |