SỞ GD&ĐT HÀ NỘI
CÁC TRƯỜNG THPT
CỤM SÓC SƠN - MÊ LINH

KỲ THI OLYMPIC LỚP 10
NĂM HỌC 2019-2020

Môn thi: TOÁN
Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1. *(4,0 điểm)*

1. Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^2 - 5x + 6$.

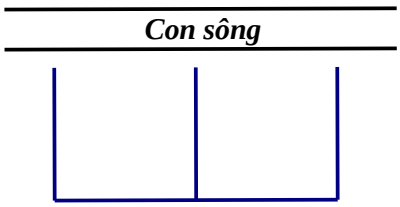
2. Tìm m để đường thẳng $y = x + m - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 6$ tại hai điểm phân biệt.

Câu 2. *(6,0 điểm)*

1. Giải bất phương trình $\sqrt[3]{14 - 3x} + x^2 \geq 7 - \sqrt{x - 1}$

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^4 + xy = 2xy^2 + 7 \\ xy^3 - x^2 y + 4xy + 11x = 28 + 11y^2 \end{cases}$

3. Một người có một khu đất bãi rộng dọc theo bờ sông. Người đó muốn làm một hàng rào hình chữa E (như hình vẽ) để được khu đất hình chữ nhật gồm hai phần để trồng rau và chăn nuôi. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 80000 đồng một mét dài, đối với phần còn lại thì chi phí nguyên vật liệu là 40000 đồng một mét dài. Tính diện tích lớn nhất của phần đất mà người đó rào được với chi phí vật liệu 20 triệu đồng.



Câu 3. *(4,0 điểm)*

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thang ABCD vuông tại A và $D(2;2)$, cạnh $CD = 2AB$. Gọi H là hình chiếu của D lên cạnh AC và M là trung điểm HC. Biết phương trình đường thẳng DH và BM lần lượt là $2x + y - 6 = 0$ và $4x + 7y - 61 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C của hình thang.

Câu 4. *(3,0 điểm)*

Cho tam giác ABC. O là điểm tùy ý trong tam giác. Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu của O lên cạnh BC, AC, AB. Chứng minh rằng $\frac{BC}{OM} + \frac{AC}{ON} + \frac{AB}{OP} \geq \frac{2p}{r}$, trong đó p là nửa chu vi và r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

Câu 5. *(3,0 điểm)*

Cho các số thực dương a, b, c. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \sqrt[3]{\frac{a^2}{(b+c)^2 + 5bc}} + \sqrt[3]{\frac{b^2}{(c+a)^2 + 5ca}} + \sqrt[3]{\frac{c^2}{(a+b)^2 + 5ab}}$$

--- Hết ---