

PHẦN D. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+		- 0	+
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$

Khi đó:

- a) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
- b) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.
- c) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.
- d) Hàm số có đúng một cực trị.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

Đáp án a sai vì hàm số có giá trị cực tiểu $y = -1$ khi $x = 0$.

Đáp án b sai vì hàm số không có GTLN và GTNN trên $\mathbb{R}$.

Đáp án c đúng vì hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Đáp án d sai vì hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 2. Xét hàm số $y = f(x)$ với $x \in [-1; 5]$ có bảng biến thiên như sau:

x	-1	0	2	5		
y'		+	0	-	0	+
y	3	4	0	$+\infty$		

Khi đó:

- a) Hàm số đã cho không tồn tại GTLN trên đoạn $[-1; 5]$
- b) Hàm số đã cho đạt GTNN tại $x = -1$ và $x = 2$ trên đoạn $[-1; 5]$
- c) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2; 5)$
- d) Hàm số đã cho đạt GTNN tại $x = 0$ trên đoạn $[-1; 5]$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng. Vì $\lim_{x \rightarrow 5^-} y = +\infty$ nên hàm số không có GTLN trên đoạn $[-1; 5]$.

b) Sai. Hàm số đã cho chỉ đạt GTNN tại $x = 2$ trên đoạn $[-1; 5]$.

c) Đúng

d) Sai. Hàm số đã cho chỉ đạt GTNN tại $x = 2$ trên đoạn $[-1; 5]$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$		
y'	$-$	$ $	$+$	0	$+$	$ $	$-$
y	$+\infty$						

Arrows in the original image indicate: y goes from $+\infty$ to -3 at $x = -1$, then from -3 to 2 at $x = 2$, and finally from 2 to -4 at $x = +\infty$.

Khi đó:

a) Hàm số có hai điểm cực trị.

b) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3 .

c) Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$

d) Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1), (2; +\infty)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Dựa vào BBT ta thấy hàm số không có GTLN, GTNN.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$, khi đó:

a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 37)$

b) Hàm số có 3 điểm cực trị

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng: 12

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng: 33

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Bảng biến thiên của hàm số

x	$-\infty$	$-\sqrt{6}$	0	$\sqrt{6}$	$+\infty$		
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	37	1	37	$-\infty$		

$$f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1 \text{ liên tục trên } [-1; 2] \text{ và } f'(x) = -4x^3 + 24x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\sqrt{6} \quad (L) \\ x=-\sqrt{6} \quad (L) \end{cases}$$

Ta có:

$$f(-1)=12; f(2)=33; f(0)=1$$

Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 33 tại $x=2$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 1 tại $x=0$

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 24x$, khi đó:

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$

b) Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $A(16; -2048)$

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 24x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng 6403.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 24x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng -40.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

Bảng biến thiên của hàm số

x	$-\infty$	0	16	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	0	-2048	$+\infty$	

$$f'(x) = 3x^2 - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\sqrt{2} \in [2; 19] \\ x = -2\sqrt{2} \notin [2; 19] \end{cases}$$

Ta có

$$f(2) = 2^3 - 24 \cdot 2 = -40; f(2\sqrt{2}) = (2\sqrt{2})^3 - 24 \cdot 2\sqrt{2} = -32\sqrt{2}; f(19) = 19^3 - 24 \cdot 19 = 6403$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 24x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng $-32\sqrt{2}$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 - 4$. Khi đó

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 6)$

b) Hàm số có 3 điểm cực trị

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 - 4$ trên $[0; 9]$ bằng -4.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 - 4$ trên $[0; 9]$ bằng -29.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Bảng biến thiên của hàm số

x	$-\infty$	$-\sqrt{5}$	0	$\sqrt{5}$	$+\infty$		
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$			-4			$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[0; 9]$.

Có $f'(x) = 4x^3 - 20x$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{5} \\ x = -\sqrt{5} \notin [0; 9] \end{cases}$

Ta có $f(0) = -4$, $f(\sqrt{5}) = -29$, $f(9) = 5747$

Câu 7. Cho hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Khi đó :

- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$
- b) Hàm số có 1 điểm cực trị
- c) Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = 3$
- d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 4

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ liên tục và xác định trên $(0; +\infty)$.

$y' = 1 - \frac{4}{x^2} = \frac{x^2 - 4}{x^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in (0; +\infty) \\ x = -2 \notin (0; +\infty) \end{cases}$

Ta có

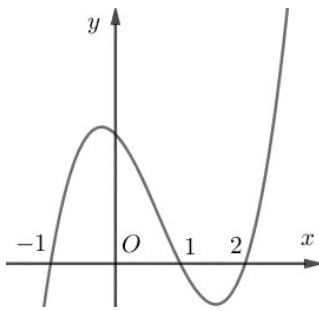
Bảng biến thiên

x	0	2	$+\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$	4	$+\infty$

Vậy giá trị nhỏ nhất là $m = 4$ khi $x = 2$.

Hàm số không có giá trị lớn nhất

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Khi đó:

- a) Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị
b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$
c) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$
d) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ là $f(2)$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

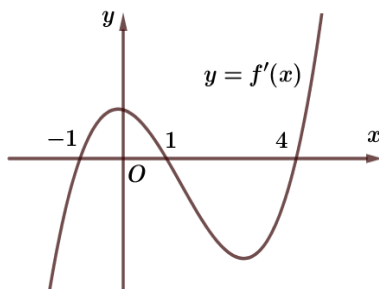
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Từ đồ thị hàm $y = f(x)$ ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		$f(-1)$	$f(1)$	$f(2)$	$+\infty$

Từ đó suy ra giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-1; 2]$ là $f(1)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên R . Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình sau:



Khi đó:

- a) Hàm số $y = f(x)$ có hai cực trị
b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$
c) $f(1) > f(2) > f(4)$.

d) Trên đoạn $[-1; 4]$, giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ là $f(1)$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

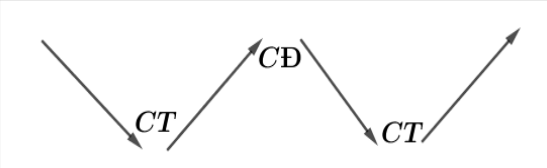
Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (1; 4)$$

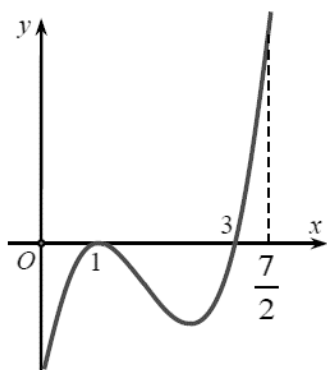
$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 1) \cup (4; +\infty)$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$					

Dựa vào bảng biến thiên đáp án đúng là mệnh đề c và d

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{7}{2}\right]$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(3; \frac{7}{2}\right)$

b) $f(0) > f(3)$

c) $f(3) > f\left(\frac{7}{2}\right)$

d) Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[0; \frac{7}{2}\right]$ tại điểm $x_0 = \frac{7}{2}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên trên đoạn $\left[0; \frac{7}{2}\right]$ như sau:

x	0	1	3	$\frac{7}{2}$	
$f'(x)$	-	0	-	0	+
$f(x)$	$f(0)$	$f(3)$			$f\left(\frac{7}{2}\right)$

Do đó hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x_0 = 3$.

Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{x - m^2 - 2}{x - m}$, (tham số m). Khi đó:
a) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

b) Khi $m = 1$ hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

c) Khi $m = 1$ thì trên đoạn $[1; 4]$ hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{2}$

d) Có 1 giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x - m^2 - 2}{x - m}$ trên đoạn $[0; 4]$ bằng -1.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

$y' = \frac{m^2 - m + 2}{(x - m)^2} > 0, \forall x \neq m$. Do đó hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; m)$ và $(m; +\infty)$.

Bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$	m	$+\infty$
y'	+		+
y	1	$+\infty$	1

Từ bảng biến thiên suy ra, hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[0; 4]$ bằng -1 khi $\begin{cases} m < 0 \\ f(4) = -1 \end{cases}$

$$\hat{U} \begin{cases} m < 0 \\ \frac{2 - m^2}{4 - m} = -1 \end{cases} \hat{U} \begin{cases} m < 0 \\ m^2 + m - 6 = 0 \end{cases} \hat{U} \begin{cases} m < 0 \\ m = 2, m = -3 \end{cases} \hat{U} m = -3.$$

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ (tham số m). Khi đó:

a) Khi $m = 1$ hàm số có 2 điểm cực trị

b) Khi $m = 1$ hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

c) Để hàm số liên tục trên $[0; 2]$ thì $\begin{cases} m > 0 \\ m < -2 \end{cases}$

d) Để hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ liên tục và đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 2]$ tại một điểm $x_0 \in (0; 2)$ thì $m > 1$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$. Hàm số liên tục trên $[0; 2] \Leftrightarrow \begin{cases} -m < 0 \\ -m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -2 \end{cases}$

Ta có $y' = \frac{x^2 + 2mx + m^2 - 1}{(x + m)^2} = \frac{(x + m)^2 - 1}{(x + m)^2}$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -m - 1 \\ x_2 = -m + 1 \end{cases}$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	x_1	$-m$	0	x_2	2	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$+$	
y			CT			CT	

Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x_0 \in (0; 2)$ nên $0 < -m + 1 < 2 \Leftrightarrow -1 < m < 1$

So với điều kiện hàm số liên tục trên đoạn $[0; 2]$. Ta có $0 < m < 1$.

Câu 13. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + 2020$, (tham số m). Khi đó:

a) Khi $m = 1$ thì hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$

b) Khi $m = 1$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$

c) Khi $m = 1$ thì hàm số có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$ bằng -4

d) Có tất cả 1 giá trị nguyên của m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

$$y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = m - 1 \\ x_2 = m + 1 \end{cases}$$

Ta có:

Để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$ thì $x_1 \leq 0 < x_2$ hoặc $0 < x_1 < x_2$.

TH1: $x_1 \leq 0 < x_2 \Leftrightarrow m - 1 \leq 0 < m + 1 \Leftrightarrow -1 < m \leq 1$. Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0; 1\}$.

BBT của hàm số:

x	0	$m + 1$	$+\infty$
y'		- 0 +	
y			

TH2: $0 < x_1 < x_2$.

BBT của hàm số

x	0	$m - 1$	$m + 1$	$+\infty$
y'		+ 0 - 0 +		
y				

Hàm số có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m - 1 > 0 \\ y(m + 1) \leq y(0) \end{cases}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ (m + 1)^3 - 3m(m + 1)^2 + 3(m^2 - 1)(m + 1) + 2020 \leq 2020 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ (m + 1)^2 (m - 2) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \leq 2 \\ m = -1 \Leftrightarrow 1 < m \leq 2 \end{cases}$$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 2$.

Vậy $m \in \{0; 1; 2\}$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x + m + 1$, (tham số m). Khi đó:

a) Khi $m = 0$ thì hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị

b) Khi $m = 0$ thì hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$

c) Khi $m = 0$ thì hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên khoảng $(-1; +\infty)$ tại $x = 1$

d) Tổng tất cả các giá trị của tham số m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = [f(x)]^2$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 1 là -2

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) b) c) Bảng biến thiên của $g(x)$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0
$g(x)$	$+\infty$			1			$-\infty$

d) Đặt $y = f(x) = (x^3 - 3x + m + 1)^2$ là hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[-1; 1]$.

Ta có $y' = f'(x) = 2(x^3 - 3x + m + 1)(3x^2 - 3)$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ m = -x^3 + 3x - 1 = g(x) \end{cases}$$

Ta khảo sát hàm số $g(x)$ trên đoạn $[-1; 1]$.

Bảng biến thiên của $g(x)$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0
$g(x)$	$+\infty$			1			$-\infty$

Nếu $m \in [-3; 1]$ thì luôn tồn tại $x_0 \in [-1; 1]$ sao cho $m = g(x_0)$ hay $f(x_0) = 0$. Suy ra

$\min_{[-1; 1]} y = 0$, tức là không tồn tại m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Nếu $m \notin [-3; 1]$ thì $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1 \in [-1; 1]$.

Ta có: $\min_{[-1; 1]} f(x) = \min \{ f(1); f(-1) \} = \min \{ (m - 1)^2; (m + 3)^2 \}$

Trường hợp 1: $m > 1$ tức là $m + 3 > m - 1 > 0$ suy ra

$$\min_{[-1; 1]} f(x) = (m - 1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \text{ (TM)} \\ m = 0 \text{ (KTM)} \end{cases}$$

Trường hợp 2: $m < -3$ tức là $m - 1 < m + 3 < 0$ suy ra

$$\min_{[-1;1]} f(x) = (m+3)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 \text{ (TM)} \\ m = -2 \text{ (KTM)} \end{cases}$$

Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán: $m = 2; m = -4$, từ đó tổng tất cả các giá trị của m là -2 .

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = mx^4 + 2(m-1)x^2$ với m là tham số thực. Khi đó:

a) Khi $m = 1$ hàm số có 3 điểm cực trị

b) Khi $m = 0$ hàm số có 3 điểm cực trị

c) Khi $m = \frac{1}{2}$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $-\frac{1}{2}$

d) Nếu $\min_{[0;2]} f(x) = f(1)$ thì $\max_{[0;2]} f(x)$ bằng 3

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

$$f'(x) = 4mx^3 + 4(m-1)x$$

Do $f(x)$ là hàm đa thức và $\min_{[0;2]} f(x) = f(1) \Rightarrow f'(1) = 0 \Leftrightarrow 4m + 4(m-1) = 0 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$.

Thay $m = \frac{1}{2}$ vào hàm số ban đầu ta được

$$y = \frac{1}{2}x^4 + 2\left(\frac{1}{2} - 1\right)x^2 = \frac{1}{2}x^4 - x^2 \Rightarrow y' = 2x^3 - 2x = 2x(x-1)(x+1)$$

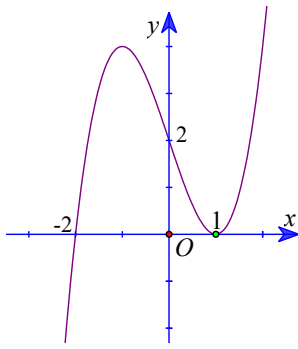
Ta có BBT:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$	$+$
y	$+\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	4	$+\infty$

Vậy với $m = \frac{1}{2}$, thì $\min_{[0;2]} f(x) = f(1)$ (TM).

Dựa vào BBT ta có $\max_{[0;2]} f(x) = f(2) = 4$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên.



a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ và $(-\infty; -2)$

b) Hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực trị

c) Hàm số $g(x) = f\left(\frac{x}{2}\right)$ nghịch biến trên khoảng $(-5; -4)$

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f\left(\frac{x}{2}\right)$ trên đoạn $[-5; 3]$ bằng $f(-2)$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} f'\left(\frac{x}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} = -2 \\ \frac{x}{2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'\left(\frac{x}{2}\right) < 0 \Leftrightarrow \frac{x}{2} < -2 \Leftrightarrow x < -4$$

Bảng biến thiên

x	-5		-4		2		3
$g'(x)$		-		0	+	0	+
$g(x)$							

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ trên $[-5; 3]$ bằng $g(-4) = f(-2)$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$						

a) Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị

b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; 5)$

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng $f(1)$

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(4x - x^2) + \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + \frac{1}{3}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng 12

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Lời giải

$$g'(x) = (4 - 2x)f'(4x - x^2) + x^2 - 6x + 8 = (2 - x)[2f'(4x - x^2) + 4 - x]$$

Với $x \in [1; 3]$ thì $4 - x > 0$; $3 \leq 4x - x^2 \leq 4$ nên $f'(4x - x^2) > 0$.

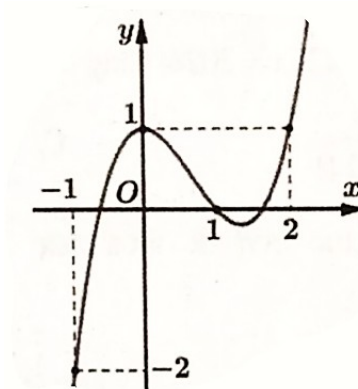
Suy ra $2f'(4x - x^2) + 4 - x > 0$, $\forall x \in [1; 3]$.

Bảng biến thiên

x	1	2	3
g'	+	0	-
g	$g(1)$	$g(2)$	$g(3)$

Suy ra $\max_{[1; 3]} g(x) = g(2) = f(4) + 7 = 12$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0) \geq -1$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$

b) Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị

c) Hàm số $y = f(x) - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + 2$ có 3 điểm cực trị

d) Hàm số $y = \left| f(x) - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + 2 \right|$ có giá trị nhỏ nhất là $m \in (0; 1)$ khi và chỉ khi $-\frac{4}{3} < f(2) < \frac{1}{3}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Xét $g(x) = f(x) - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + 2 \Rightarrow g'(x) = f'(x) - x^2 + 2x - 1; g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x^2 - 2x + 1$

Vẽ $(P): y = x^2 - 2x + 1$ cắt $y = f'(x)$ tại ba điểm có hoành độ $x=0; x=1; x=2$

Ta có bảng biến thiên của $y = g(x)$ như sau

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+	0	+
$g(x)$	$+\infty$	$f(0)+2 \geq 1$	$f(1)+\frac{5}{3}$	$f(2)+\frac{4}{3}$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy:

Nếu $f(2) + \frac{4}{3} < 0 \Rightarrow |g(x)| \geq 0 \Rightarrow \min |g(x)| = 0$

$$\min |g(x)| = m \in (0; 1) \Rightarrow \begin{cases} f(2) + \frac{4}{3} > 0 \\ f(2) + \frac{4}{3} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(2) > -\frac{4}{3} \\ f(2) < -\frac{1}{3} \end{cases}$$

Do đó để

$$\text{Vậy } -\frac{4}{3} < f(2) < -\frac{1}{3}$$

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x + m$ (tham số thực m). Khi đó:

a) Khi $m = 0$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$

b) Khi $m = 0$ thì hàm số có 2 điểm cực trị

c) Hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 2]$ bằng $m - 2$

d) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |f(x)|$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng 3. Số phần tử của S là 1

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x + m$, ta có $f'(x) = 3x^2 - 3$. Ta có bảng biến thiên của $f(x)$:

x	0	1	2
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	m	$-2+m$	$2+m$

TH 1: $2+m < 0 \Leftrightarrow m < -2$. Khi đó $\max_{[0;2]} |f(x)| = -(-2+m) = 2-m$

$2-m=3 \Leftrightarrow m=-1$ (loại).

TH 2: $\begin{cases} 2+m > 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 0$. Khi đó: $|m-2| = 2-m > 2 > 2+m$
 $\Rightarrow \max_{[0;2]} |f(x)| = -(-2+m) = 2-m$

$2-m=3 \Leftrightarrow m=-1$ (thỏa mãn).

TH 3: $\begin{cases} m > 0 \\ -2+m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 2$. Khi đó: $|m-2| = 2-m < 2 < 2+m \Rightarrow \max_{[0;2]} |f(x)| = 2+m$

$2+m=3 \Leftrightarrow m=1$ (thỏa mãn).

TH 4: $-2+m > 0 \Leftrightarrow m > 2$. Khi đó $\max_{[0;2]} |f(x)| = 2+m$

$2+m=3 \Leftrightarrow m=1$ (loại).

Câu 20. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3m$ với m là tham số. Khi đó:

a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$

b) Hàm số có 3 điểm cực trị

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 2]$ là $3m+1$

d) Biết rằng có đúng hai giá trị m_1, m_2 của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |f(x)|$ trên $[-1; 2]$ bằng 2021. Khi đó giá trị $|m_1 - m_2|$ bằng $\frac{8}{3}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Xét hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3m$, ta có $f'(x) = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số trên $[-1; 2]$:

x	-1	0	1	2	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$					

Vì $\min_{[-1;2]} y = 2021 \Rightarrow$ phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm thuộc $[-1;2]$.

Trường hợp 1 : $3m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{3}$. Ta có $\min_{[-1;2]} y = |3m - 1| = 3m - 1 = 2021 \Leftrightarrow m = \frac{2022}{3}$

Trường hợp 2 : $3m + 8 < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{8}{3}$. Ta có $\min_{[-1;2]} y = |3m + 8| = -3m - 8 = 2021$
 $\Leftrightarrow m = -\frac{2029}{3}$.

Vậy $|m_1 - m_2| = \left| \frac{2022}{3} + \frac{2029}{3} \right| = \frac{4051}{3}$.