ĐƯỜNG THẲNG -ĐƯỜNG TRÒN -ĐƯỜNG CONIC

Câu 1. Cho đường thẳng $d: 2022x-2023y-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của d?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2022\,;2023)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(2023\,;2022)$.

C. $\overrightarrow{n_3}=(2023\,;-2022)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(2022\,;-2023)$.

Câu 2. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $M(5\,;-2)$ và có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3\,;7)$.

A. $3x+7y-1=0$. **B.** $3x+7y+1=0$. **C.** $7x-3y-41=0$. **D.** $7x-3y+41=0$.

Câu 3. Cho đường thẳng $d: 7x-5y+12=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_1}=(7\,;-5)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(7\,;5)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(-5\,;7)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(5\,;7)$.

Câu 4. Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2022\,;2023)$.

A. $\begin{cases}x=1+2022t\\y=2+2023t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2022+t\\y=2023+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+2023t\\y=2-2022t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2022+t\\y=2023-2t\end{cases}$.

Câu 5. Cho hai đường thẳng $(\Delta_1): 11x-12y+1=0$ và $(\Delta_2): 12x+11y+9=0$. Khi đó hai đường thẳng này

A. Vuông góc nhau. **B.** Cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. Trùng nhau. **D.** Song song với nhau.

Câu 6. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng $d_1: x+2y-2=0$ và $d_2: x-y=0$.

A. $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+8y-1=0$. Bán kính R của đường tròn (C) là

A. $R=4$. **B.** $R=\sqrt{69}$. **C.** $R=2\sqrt{3}$. **D.** $R=3\sqrt{2}$.

Câu 8. Đường tròn (C) có tâm $I(0;5)$ và bán kính $R=4$ có phương trình là

A. $x^2+(y-5)^2=16$. **B.** $x^2+(y-5)^2=2$. **C.** $(x-5)^2+y^2=4$. **D.** $x^2+(y+5)^2=16$.

Câu 9. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+6y+1=0$ tại điểm $M(1;-6)$ là

A. $x-3y-17=0$. **B.** $y+6=0$. **C.** $y-6=0$. **D.** $2x-3y-20=0$.

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy, cho elip có phương trình $9x^2+25y^2=225$. Tiêu cự của elip bằng

A. 6. **B.** 15. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 11. Phương trình chính tắc của elip có độ dài trục lớn bằng 20 và tiêu cự bằng 12 là

A. $\dfrac{x^2}{37}+\dfrac{y^2}{1}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{4}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{64}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$.

Câu 12. Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol có phương trình $9x^2-16y^2=144$. Điểm nào dưới đây là một tiêu điểm của hypebol?

A. $F_1(25;0)$. **B.** $F_1(0;5)$. **C.** $F_1(4;0)$. **D.** $F_1(-5;0)$.

Câu 13. Hypebol cắt trục hoành tại điểm $A(4;0)$ và một tiêu điểm $F_1(-5;0)$ có phương trình chính tắc là:

A. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$. **B.** $\frac{y^2}{16}+\frac{x^2}{9}=1$. **C.** $\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{25}=1$.

Câu 14. Tiêu điểm của parabol $y^2=\sqrt{3}x$ là

A. $F\left(-\frac{\sqrt{3}}{4};0\right)$. **B.** $F\left(\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$. **C.** $F\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$. **D.** $F\left(\frac{\sqrt{3}}{4};0\right)$.

Câu 15. Phương trình chính tắc của parabol có tiêu điểm $F(-2;0)$ là

A. $y^2=-4x$. **B.** $y^2=-8x$. **C.** $y^2=-2x$. **D.** $y=\frac{1}{6}x^2$.

Câu 16. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, đường trung trực của đoạn AB với $A(6;1)$, $B(1;-2)$ có phương trình tổng quát là:

A. $-5x-3y-16=0$. **B.** $-5x-3y+8=0$.
C. $5x+3y-33=0$. **D.** $5x+3y-16=0$.

Câu 17. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trọng tâm G. Viết phương trình đường trung tuyến kẻ từ A, biết $B(1;5)$, $C(9;3)$ và $G(2;3)$.

A. $3x-y-7=0$. **B.** $x-3y+7=0$. **C.** $4x-y-5=0$. **D.** $x+4y-21=0$.

Câu 18. Viết phương trình đường thẳng d biết d qua $M(3;-2)$ và tạo với trục Ox một góc 45°.

A. $x-2y-7=0$. **B.** $2x-y+7=0$.
C. $x+y+5=0$ hoặc $x-y-1=0$. **D.** $x-y-5=0$ hoặc $x+y-1=0$.

Câu 19. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho $M(2;3)$. Phương trình đường thẳng đi qua M cắt hai tia Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho $OA+OB=12$, $OA>OB$ là

A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{9}=1$. **B.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{9}=1$ và $\frac{x}{8}+\frac{y}{4}=1$.
C. $\frac{x}{8}+\frac{y}{4}=1$. **D.** $\frac{x}{9}+\frac{y}{3}=1$.

Câu 20. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho $A(-1;4)$, $B(5;-2)$, $C(3;3)$. Phương trình đường thẳng đi qua trung điểm của AB và song song với AC là

A. $4x-y-7=0$. **B.** $x+4y+6=0$.
C. $4x-y+7=0$. **D.** $x+4y-6=0$.

Câu 21. Phương trình đường thẳng đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1: 2x-3y-1=0$, $d_2: 3x+y-7=0$ và có vec tơ chỉ phương $\vec{u}(3;-2)$ là

A. $2x+3y+7=0$. **B.** $2x+3y-7=0$.
C. $3x-2y-4=0$. **D.** $3x-2y+4=0$.

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua 2 điểm $A(0;1)$ và $B(-2;4)$ là

A. $-2x+3y-3=0$. **B.** $3x+2y-2=0$. **C.** $3x+2y+2=0$. **D.** $x+y-2=0$.

Câu 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường thẳng d đi qua điểm $M(-1;2)$ và song song với đường thẳng $\Delta: 2x-5y-3=0$ có phương trình tổng quát là

A. $2x-5y+12=0$. **B.** $5x+2y+1=0$. **C.** $2x+5y+2=0$. **D.** $2x-5y-3=0$.

Câu 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: 2x-5y+8=0$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1+3t \\ y=-5+mt \end{cases}$. Với giá trị nào của m thì d và Δ vuông góc với nhau?

A. $m=\dfrac{6}{5}$. **B.** $m=-\dfrac{15}{2}$. **C.** $m=\dfrac{-10}{3}$. **D.** $m=-\dfrac{8}{3}$.

Câu 25. Cho ba đường thẳng $\Delta: x-2y+1=0$, $\Delta_1: x-3y-2=0$ và $\Delta_2: 3x-2my-3=0$. Tìm m để ba đường thẳng Δ, Δ_1 và Δ_2 đồng quy.

A. $m=-4$. **B.** $m=-7$. **C.** $m=4$. **D.** $m=-3$.

Câu 26. Tìm m để góc hợp bởi hai đường thẳng $d_1: \sqrt{3}x-y+5=0$ và $d_2: mx+y+2=0$ bằng $60°$.

A. $m=0$. **B.** $m=3$. **C.** $m=0, m=\sqrt{3}$. **D.** $m=-\sqrt{3}$.

Câu 27. Cho đường thẳng Δ: $4x+3y-1=0$. Tìm điểm M nằm trên tia Ox sao cho khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ bằng 2.

A. $M(1;0)$. **B.** $M\left(-\dfrac{9}{4};0\right)$. **C.** $M\left(\dfrac{11}{4};0\right)$. **D.** $M(4;0)$.

Câu 28. Cho đường thẳng $d: 3x-2y+1=0$ và điểm $M(1;2)$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M và tạo với d một góc $45°$.

A. $\Delta_1: 2x-y=0$ và $\Delta_2: 5x+y-7=0$.

B. $\Delta_1: x-5y+9=0$ và $\Delta_2: 3x+y-5=0$.

C. $\Delta_1: 3x-2y+1=0$ và $\Delta_2: 5x+y-7=0$.

D. $\Delta_1: x-5y+9=0$ và $\Delta_2: 5x+y-7=0$.

Câu 29: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phương trình đường thẳng Δ song song với $d: 2x-3y+1=0$ và cách d một khoảng bằng $h=\sqrt{13}$ là:

A. $2x-3y+12=0$. **B.** $2x-3y+13=0$.

C. $2x-3y+14=0; 2x-3y-12=0$. **D.** $2x-3y+14=0; 2x-3y+12=0$.

Câu 30: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(5;-1)$, $B(-3;7)$. Đường tròn có đường kính AB có phương trình là

A. $x^2+y^2+6x+5y+1=0$. **B.** $x^2+y^2+2x-6y-22=0$.

C. $x^2+y^2-2x-y+1=0$. **D.** $x^2+y^2-2x-6y+22=0$.

Câu 31. Trong mặt phẳng Oxy, phương trình tiếp tuyến đường tròn $x^2+y^2-4x-6y-12=0$ tại điểm $M(-2;0)$ có phương trình là

A. $-4x+3y-8=0$. **B.** $4x+3y+8=0$.

C. $3x+4y+6=0$. **D.** $3x-4y+6=0$.

Câu 32. Tìm phương trình chính tắc của elip (E) có độ dài trục lớn bằng 10, tiêu cự có độ dài bằng 6.

A. $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{16}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{9}=1$.

Câu 33. Tìm phương trình chính tắc của hypebol (H) biết độ dài trục thực bằng 6 và phương trình một tiệm cận là $5x-3y=0$.

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$. **B.** $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{25}=1$. **C.** $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{34}=1$. **D.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{34}=1$.

Câu 34. Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của parabol nhận điểm $F\left(\frac{9}{2};0\right)$ làm tiêu điểm?

A. $y^2=18x$. **B.** $y=18x^2$. **C.** $y^2=9x$. **D.** $y=9x^2$.

Câu 35. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường thẳng đi qua điểm $M(-2;-5)$ và song song với phân giác của góc phần tư thứ nhất có phương trình là

A. $x+y-3=0$. **B.** $x-y-3=0$. **C.** $x+y+3=0$. **D.** $2x-y-1=0$.

Câu 36. Cho hai điểm $A(1;2)$ và $B(4;-4)$. Gọi K là điểm thuộc đoạn AB thỏa mãn $KB=2KA$. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm K và vuông góc với đường thẳng AB.

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2-2t\end{cases}$.

Câu 37. Cho đường thẳng $d:3x-4y-12=0$. Phương trình các đường thẳng qua $M(2;-1)$ và tạo với d một góc $\frac{\pi}{4}$ là

A. $7x-y+15=0;\ x+7y-5=0$. **B.** $7x+y+15=0;\ x-7y-5=0$.

C. $7x-y-15=0;\ x+7y+5=0$. **D.** $7x+y-15=0;\ x-7y+5=0$.

Câu 38. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích $S=12$, điểm $I(1;3)$ là tâm của hình chữ nhật, $M(2;-1)$ là trung điểm AD. Viết phương trình đường thẳng AB với tọa độ A có hoành độ dương.

A. $AB:4x+y-10=0$. **B.** $AB:4x+y-4=0$, $AB:4x+y-10=0$.

C. $AB:4x+y-4=0$. **D.** Không tồn tại phương trình AB.

Câu 39. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, viết phương trình đường tròn tâm $O(0;0)$ cắt đường thẳng $(\Delta):x+2y-5=0$ tại hai điểm $M;N$ sao cho $MN=4$.

A. $x^2+y^2=9$. **B.** $x^2+y^2=1$. **C.** $x^2+y^2=21$. **D.** $x^2+y^2=3$.

Câu 40. Trong hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2-4x+2y-4=0$, viết phương trình tiếp tuyến với (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc dương và tiếp tuyến tạo với các trục tọa độ một tam giác cân.

A. $x-y+3\sqrt{2}+1=0;\ x-y-3\sqrt{2}+1=0$.

B. $x-y+3\sqrt{2}-1=0;\ x-y-3\sqrt{2}+3=0$.

C. $x-y+3\sqrt{2}+3=0;\ x-y-3\sqrt{2}-1=0$.

D. $x-y+3\sqrt{2}-3=0;\ x-y-3\sqrt{2}-3=0$.

Câu 41. Trong hệ tọa độ Oxy, lập phương trình chính tắc của elíp (E) biết (E) đi qua điểm $M\left(\frac{3}{\sqrt{5}};\frac{4}{\sqrt{5}}\right)$ và tam giác MF_1F_2 vuông tại M với F_1, F_2 là tiêu điểm của (E).

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$. **B.** $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$. **C.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$. **D.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=0$.

Câu 42. Cho elip (E) có tâm sai $e=\frac{\sqrt{5}}{3}$ và hình chữ nhật cơ sở của elip có chu vi bằng 20 . Tổng các khoảng cách từ mỗi điểm nằm trên (E) đến hai tiêu điểm có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 6 . **B.** 4 . **C.** 5. **D.** 3.

Câu 43. Phương trình chính tắc của hypebol (H) đi qua điểm $M=(6;3)$ và có góc giữa hai đường tiệm cận bằng $60°$ là

A. $(H_1):\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{3}=1;(H_2):\frac{x^2}{33}-\frac{y^2}{99}=1$.

B. $(H_1):\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{3}=-1;(H_2):\frac{x^2}{33}-\frac{y^2}{99}=-1$.

C. $(H_1):\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{3}=1;(H_2):\frac{x^2}{99}-\frac{y^2}{33}=1$.

D. $(H_1):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{3}=1;(H_2):\frac{x^2}{99}+\frac{y^2}{33}=1$.

Câu 44. Cho hyperbol có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$. Tìm điểm M trên Hyperbol để khoảng cách từ đến tiêu điểm $F_2(c;0)$ nhỏ nhất.

A. $M(3;0)$. **B.** $M\left(\frac{15}{4};-3\right)$. **C.** $M\left(\frac{15}{4};3\right)$. **D.** $M(-3;0)$.

Câu 45 . Cổng của một công viên có dạng một parabol. Để đo chiều cao h của cổng, một người đo khoảng cách giữa hai chân cổng được $9m$, người đó thấy nếu đứng cách chân cổng $0,5m$ thì đầu chạm cổng. Cho biết người này cao $1,6m$, chiều cao của cổng gần nhất với giá trị

A. $7,66$. **B.** $7,68$. **C.** $7,6$ **D.** $7,62$.

Câu 46. Cho tam giác ABC vuông tại A . Đường thẳng AB có phương trình $2x-y-1=0$, đường cao AH có phương trình $x+y-2=0$ (H thuộc cạnh BC). Gọi $P(1;-3)$ là trung điểm BH ,Q là trung điểm AH . Lập phương trình tổng quát của đường thẳng CQ .

A. $3y-2=0$. **B.** $3y+2=0$. **C.** $3y-1=0$ **D.** $3y+1=0$.

Câu 47. Một bánh xe đạp hình tròn khi gắn trên hệ trục tọa độ Oxy có phương trình $(C):(x-1)^2+(y-2)^2=4$. Người ta thấy một hòn sỏi M bị kẹt trên bánh xe và một điểm A nằm trên đũa xe cùng với tâm của đường tròn tạo thành một tam giác vuông cân tại A . Khi bánh xe quay tròn thì điểm A sẽ di chuyển trên một đường tròn có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2=2$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2=2$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2=2$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2=\sqrt{2}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.D	4.A	5.A	6.A	7.D	8.A	9.B	10.C
11.C	12.D	13.A	14.D	15.B	16.D	17.B	18.D	19.C	20.D
21.B	22.B	23.A	24.B	25.C	26.C	27.C	28.D	29.C	30.C
31.B	32.B	33.B	34.A	35.B	36.A	37.C	38.A	39.A	40.D
41.A	42.A	43.A	44.D	45.D	46.D	47.A	48.B	49.C	50.B

Câu 1. **[Mức độ 1]** Cho đường thẳng $d: 2022x-2023y-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của d?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2022\,;2023)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(2023\,;2022)$.

C. $\overrightarrow{n_3}=(2023\,;-2022)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(2022\,;-2023)$.

Lời giải

Đường thẳng $d: 2022x-2023y-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_4}=(2022\,;-2023)$.

Câu 2. **[Mức độ 1]** Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $M(5\,;-2)$ và có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3\,;7)$.

A. $3x+7y-1=0$. **B.** $3x+7y+1=0$. **C.** $7x-3y-41=0$. **D.** $7x-3y+41=0$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua điểm $M(5\,;-2)$ và có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3\,;7)$ nên có phương trình: $3(x-5)+7(y+2)=0 \Leftrightarrow 3x+7y-1=0$.

Câu 3. **[Mức độ 1]** Cho đường thẳng $d: 7x-5y+12=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_1}=(7\,;-5)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(7\,;5)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(-5\,;7)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(5\,;7)$.

Lời giải

Đường thẳng $d: 7x-5y+12=0$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_4}=(5\,;7)$.

Câu 4. **[Mức độ 1]** Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2022\,;2023)$.

A. $\begin{cases}x=1+2022t\\ y=2+2023t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2022+t\\ y=2023+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+2023t\\ y=2-2022t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2022+t\\ y=2023-2t\end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2022\,;2023)$ nên có phương trình: $\begin{cases}x=1+2022t\\ y=2+2023t\end{cases}$.

Câu 5. **[Mức độ 1]** Cho hai đường thẳng $(\Delta_1): 11x-12y+1=0$ và $(\Delta_2): 12x+11y+9=0$. Khi đó hai đường thẳng này

A. Vuông góc nhau. **B.** Cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. Trùng nhau. **D.** Song song với nhau.

Lời giải

Ta có: (Δ_1) có một VTPT $\overrightarrow{n_1}=(11;-12)$; (Δ_2) có một VTPT $\overrightarrow{n_2}=(12;11)$.

Xét $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}=11.12-12.11=0 \Rightarrow (\Delta_1)\perp(\Delta_2)$

Câu 6. **[Mức độ 1]** Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng $d_1: x+2y-2=0$ và $d_2: x-y=0$.

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Gọi α là góc giữa hai đường thẳng $d_1: x+2y-2=0$ và $d_2: x-y=0$.

Khi đó $\cos\alpha = \frac{|1.1-2.1|}{\sqrt{1^2+2^2}.\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

Câu 7. **[Mức độ 1]** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+8y-1=0$. Bán kính R của đường tròn (C) là

A. $R=4$. **B.** $R=\sqrt{69}$. **C.** $R=2\sqrt{3}$. **D.** $R=3\sqrt{2}$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(1;-4)$, bán kính $R=\sqrt{1^2+(-4)^2-(-1)}=3\sqrt{2}$.

Câu 8. **[Mức độ 1]** Đường tròn (C) có tâm $I(0;5)$ và bán kính $R=4$ có phương trình là

A. $x^2+(y-5)^2=16$. **B.** $x^2+(y-5)^2=2$. **C.** $(x-5)^2+y^2=4$. **D.** $x^2+(y+5)^2=16$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(0;5)$ và bán kính $R=4$ có phương trình là $x^2+(y-5)^2=16$.

Câu 9. **[Mức độ 1]** Phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+6y+1=0$ tại điểm $M(1;-6)$ là

A. $x-3y-17=0$. **B.** $y+6=0$. **C.** $y-6=0$. **D.** $2x-3y-20=0$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(1;-3)$.

Tiếp tuyến của (C) tại $M(1;-6)$ đi qua $M(1;-6)$ và nhận $\overrightarrow{IM}=(0;-3)$ làm một véc tơ pháp tuyến, có phương trình $0(x-1)-3(y+6)=0 \Leftrightarrow -3y-18=0 \Leftrightarrow y+6=0$.

Câu 10. **[Mức độ 1]** Trong mặt phẳng Oxy, cho elip có phương trình $9x^2+25y^2=225$. Tiêu cự của elip bằng

A. 6. **B.** 15. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Phương trình elip (E) có dạng $9x^2+25y^2=225 \Leftrightarrow \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

Theo bài ra ta có: $\begin{cases} a^2=25 \\ b^2=9 \end{cases}$.

Mà $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{25-9}=\sqrt{16}=4$.

Vậy tiêu cự của elip đã cho là $2c=8$.

Câu 11. **[Mức độ 1]** Phương trình chính tắc của elip có độ dài trục lớn bằng 20 và tiêu cự bằng 12 là

A. $\frac{x^2}{37}+\frac{y^2}{1}=1$. **B.** $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{4}=1$. **C.** $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$. **D.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

Lời giải

Gọi phương trình elip là $(E): \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \quad (a>b>0)$.

Do độ dài trục lớn bằng 20 nên $2a=20 \Rightarrow a=10$.

Do tiêu cự bằng 12 nên $2c=12 \Rightarrow c=6$.

Ta có: $b^2=a^2-c^2=10^2-6^2=64 \Rightarrow b=8$

Vậy phương trình elip cần tìm là $(E): \frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$.

Câu 12. **[Mức độ 1]** Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol có phương trình $9x^2-16y^2=144$. Điểm nào dưới đây là một tiêu điểm của hypebol?

A. $F_1(25;0)$. **B.** $F_1(0;5)$. **C.** $F_1(4;0)$. **D.** $F_1(-5;0)$.

Lời giải

Phương trình hypebol có dạng $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \ (a>0,\, b>0)$.

Theo bài ra ta có $9x^2-16y^2=144 \Leftrightarrow \frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$.

Suy ra $a^2=16$, $b^2=9 \Rightarrow c^2=a^2+b^2=25 \Rightarrow c=5$.

Vậy hypebol có hai tiêu điểm là $F_1(-c;0), F_2(c;0)$ hay $F_1(-5;0)$, $F_2(5;0)$.

Câu 13. **[Mức độ 1]** Hypebol cắt trục hoành tại điểm $A(4;0)$ và một tiêu điểm $F_1(-5;0)$ có phương trình chính tắc là:

A. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$. **B.** $\frac{y^2}{16}+\frac{x^2}{9}=1$. **C.** $\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{25}=1$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của hyperbol có dạng $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \ (a,b>0)$.

Ta có : $\begin{cases} \frac{16}{a^2}=1 \\ c=5 \\ b^2=c^2-a^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2=16 \\ c^2=25 \\ b^2=9 \end{cases}$.

Phương trình chính tắc của Hyperbol là $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 14. **[Mức độ 1]** Tiêu điểm của parabol $y^2=\sqrt{3}x$ là

A. $F\left(-\frac{\sqrt{3}}{4};0\right)$. **B.** $F\left(\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$. **C.** $F\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$. **D.** $F\left(\frac{\sqrt{3}}{4};0\right)$.

Lời giải

Ta có: $p=\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow F\left(\frac{\sqrt{3}}{4};0\right)$.

Câu 15. **[Mức độ 1]** Phương trình chính tắc của parabol có tiêu điểm $F(-2;0)$ là

A. $y^2=-4x$. **B.** $y^2=-8x$. **C.** $y^2=-2x$. **D.** $y=\frac{1}{6}x^2$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$.

Tiêu điểm $F(-2;0) \Rightarrow p = -4$.

Vậy phương trình parabol $y^2 = -8x$.

Câu 16. **[Mức độ 2]** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, đường trung trực của đoạn AB với $A(6;1)$, $B(1;-2)$ có phương trình tổng quát là:

A. $-5x-3y-16=0$. **B.** $-5x-3y+8=0$.

C. $5x+3y-33=0$. **D.** $5x+3y-16=0$.

Lời giải

Gọi $I(x_I;y_I)$ là trung điểm của AB $\Rightarrow \begin{cases} x_I = \dfrac{6+1}{2} = \dfrac{7}{2} \\ y_I = \dfrac{1+(-2)}{2} = -\dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow I\left(\dfrac{7}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-5;-3)$.

Gọi d là đường trung trực của đoạn thẳng AB, khi đó d qua I và nhận $\overrightarrow{AB}$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình tổng quát của đường thẳng d:

$-5\left(x-\dfrac{7}{2}\right)-3\left(y+\dfrac{1}{2}\right)=0 \Leftrightarrow -5x-3y+16=0 \Leftrightarrow 5x+3y-16=0$.

Câu 17. **[Mức độ 2]** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trọng tâm G. Viết phương trình đường trung tuyến kẻ từ A, biết $B(1;5)$, $C(9;3)$ và $G(2;3)$.

A. $3x-y-7=0$. **B.** $x-3y+7=0$. **C.** $4x-y-5=0$. **D.** $x+4y-21=0$.

Lời giải

Gọi M là trung điểm $BC \Rightarrow \begin{cases} x_M = \dfrac{1+9}{2} = 5 \\ y_M = \dfrac{5+3}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow M(5;4)$.

d là đường trung tuyến kẻ từ A của tam giác ABC, khi đó d qua G và M.

Ta có: $\overrightarrow{GM} = (3;1) \Rightarrow$ d nhận $\overrightarrow{n_d} = (1;-3)$ làm vectơ pháp tuyến.

d qua $G(2;3)$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_d} = (1;-3) \Rightarrow d:(x-2)-3(y-3)=0 \Leftrightarrow x-3y+7=0$.

Vậy phương trình đường trung tuyến kẻ từ A của tam giác ABC: $x-3y+7=0$.

Câu 18. **[Mức độ 2]** Viết phương trình đường thẳng d biết d qua $M(3;-2)$ và tạo với trục Ox một góc 45°.

A. $x-2y-7=0$. **B.** $2x-y+7=0$.

C. $x+y+5=0$ hoặc $x-y-1=0$. **D.** $x-y-5=0$ hoặc $x+y-1=0$.

Lời giải

Do đường thẳng d tạo với trục Ox một góc 45° nên hệ số góc của đường thẳng d là $k=\tan 45^\circ = 1$ hoặc $k = \tan 135^\circ = -1$.

Trường hợp 1: d qua $M(3;-2)$ có hệ số góc $k=1 \Rightarrow d: y=(x-3)-2 \Leftrightarrow x-y-5=0$

Trường hợp 2: d qua $M(3;-2)$ có hệ số góc $k=-1 \Rightarrow d: y=-(x-3)-2 \Leftrightarrow x+y-1=0$

Vậy đường thẳng cần tìm là $d_1: x-y-5=0$ và $d_2: x+y-1=0$.

Câu 19. **[Mức độ 2]** Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho $M(2;3)$. Phương trình đường thẳng đi qua M cắt hai tia Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho $OA+OB=12$, $OA>OB$ là

A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{9}=1$.
B. $\frac{x}{3}+\frac{y}{9}=1$ và $\frac{x}{8}+\frac{y}{4}=1$.
C. $\frac{x}{8}+\frac{y}{4}=1$.
D. $\frac{x}{9}+\frac{y}{3}=1$.

Lời giải

Gọi $A(a;0)$, $B(0;b)$. Điều kiện $a>b>0$

Ta có $OA+OB=12$ nên $a+b=12 \Leftrightarrow b=12-a$ (1)

Phương trình đường thẳng AB là: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

$M(2;3)\in AB \Rightarrow \frac{2}{a}+\frac{3}{b}=1$ (2)

Thay (1) vào (2) ta được $\frac{2}{a}+\frac{3}{12-a}=1$

Từ đó ta thu được phương trình $a^2-11a+24=0 \Leftrightarrow (a-3)(a-8)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=3 \\ a=8 \end{array}\right.$

Với $a=3 \Rightarrow b=9$ (loại)

Với $a=8 \Rightarrow b=4$ (thoả mãn), ta được phương trình đường thẳng AB là $\frac{x}{8}+\frac{y}{4}=1$

Vậy phương trình đường thẳng thoả mãn bài toán là: $\frac{x}{8}+\frac{y}{4}=1$.

Câu 20. **[Mức độ 2]** Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho $A(-1;4)$, $B(5;-2)$, $C(3;3)$. Phương trình đường thẳng đi qua trung điểm của AB và song song với AC là

A. $4x-y-7=0$.
B. $x+4y+6=0$.
C. $4x-y+7=0$.
D. $x+4y-6=0$.

Lời giải

Ta có $I(2;1)$ là trung điểm của AB và $\overrightarrow{AC}(4;-1)$.

Do đó phương trình đường thẳng đi qua trung điểm của AB và song song với AC là $\frac{x-2}{4}=\frac{y-1}{-1} \Leftrightarrow x+4y-6=0$.

Vậy phương trình đường thẳng thoả mãn bài toán là $x+4y-6=0$.

Câu 21. **[Mức độ 2]** Phương trình đường thẳng đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1: 2x-3y-1=0$, $d_2: 3x+y-7=0$ và có vec tơ chỉ phương $\vec{u}(3;-2)$ là

A. $2x+3y+7=0$.
B. $2x+3y-7=0$.
C. $3x-2y-4=0$.
D. $3x-2y+4=0$.

Lời giải

Gọi A là giao điểm của hai đường thẳng $d_1: 2x-3y-1=0$, $d_2: 3x+y-7=0$.

Ta tìm được $A(2;1)$.

Do đó phương trình đường thẳng cần lập là $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{-2} \Leftrightarrow 2x+3y-7=0$.

Câu 22. **[Mức độ 2]** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua 2 điểm $A(0;1)$ và $B(-2;4)$ là

A. $-2x+3y-3=0$. **B.** $3x+2y-2=0$. **C.** $3x+2y+2=0$. **D.** $x+y-2=0$.

Lời giải

Đường thẳng AB nhận $\overrightarrow{AB}=(-2;3)$ làm vectơ chỉ phương, do đó một vectơ pháp tuyến của đường thẳng AB là $\vec{n}=(3;2)$.

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng AB là: $3(x-0)+2(y-1)=0$

$\Leftrightarrow\ 3x+2y-2=0.$

Câu 23. **[Mức độ 2]** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường thẳng d đi qua điểm $M(-1;2)$ và song song với đường thẳng $\Delta: 2x-5y-3=0$ có phương trình tổng quát là

A. $2x-5y+12=0$. **B.** $5x+2y+1=0$. **C.** $2x+5y+2=0$. **D.** $2x-5y-3=0$.

Lời giải

Đường thẳng Δ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-5)$.

Vì đường thẳng d song song với Δ nên $\vec{n}=(2;-5)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của d.

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng d là:

$2(x+1)-5(y-2)=0\ \Leftrightarrow\ 2x-5y+12=0.$

Câu 24. **[Mức độ 2]** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: 2x-5y+8=0$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1+3t \\ y=-5+mt \end{cases}$. Với giá trị nào của m thì d và Δ vuông góc với nhau?

A. $m=\dfrac{6}{5}$. **B.** $m=-\dfrac{15}{2}$. **C.** $m=\dfrac{-10}{3}$. **D.** $m=-\dfrac{8}{3}$.

Lời giải

Đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_d}=(2;-5)$.

Đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_\Delta}=(3;m)$ nên Δ nhận $\overrightarrow{n_\Delta}=(m;-3)$ làm vectơ pháp tuyến.

Vì d và Δ vuông góc với nhau nên $\overrightarrow{n_d}.\overrightarrow{n_\Delta}=0 \Leftrightarrow 2m+15=0 \Leftrightarrow m=\dfrac{-15}{2}$.

Câu 25. **[Mức độ 2]** Cho ba đường thẳng $\Delta: x-2y+1=0$, $\Delta_1: x-3y-2=0$ và $\Delta_2: 3x-2my-3=0$. Tìm m để ba đường thẳng Δ, Δ_1 và Δ_2 đồng quy.

A. $m=-4$. **B.** $m=-7$. **C.** $m=4$. **D.** $m=-3$.

Lời giải.

Tọa độ giao điểm M của Δ và Δ_1 là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x-2y+1=0 \\ x-3y-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-7 \\ y=-3 \end{cases} \Rightarrow M(-7;-3).$$

Để ba đường thẳng Δ, Δ_1 và Δ_2 đồng quy ta phải có $M \in \Delta_2 \Leftrightarrow -21+6m-3=0 \Leftrightarrow m=4$.

Vậy với $m=4$ thì ba đường thẳng trên đồng quy.

Câu 26. **[Mức độ 2]** Tìm m để góc hợp bởi hai đường thẳng $d_1 : \sqrt{3}x-y+5=0$ và $d_2 : mx+y+2=0$ bằng $60°$.

A. $m=0$. **B.** $m=3$. **C.** $m=0, m=\sqrt{3}$. **D.** $m=-\sqrt{3}$.

Lời giải.

Đường thẳng d_1 có một véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=\left(\sqrt{3};-1\right)$.

Đường thẳng d_2 có một véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(m;1)$.

Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2.

Ta có $\cos\varphi = \left|\cos\left(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right)\right| = \dfrac{\left|m\sqrt{3}-1\right|}{\sqrt{m^2+1}.2} = \cos 60°$

$$\Leftrightarrow \frac{\left|m\sqrt{3}-1\right|}{\sqrt{m^2+1}.2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left|m\sqrt{3}-1\right| = \sqrt{m^2+1} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\sqrt{3} \end{array}\right..$$

Vậy với $m=0, m=\sqrt{3}$ thì đường thẳng d_1 hợp với đường thẳng d_2 một góc $60°$.

Câu 27. **[Mức độ 2]** Cho đường thẳng Δ: $4x+3y-1=0$. Tìm điểm M nằm trên tia Ox sao cho khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ bằng 2.

A. $M(1;0)$. **B.** $M\left(-\dfrac{9}{4};0\right)$. **C.** $M\left(\dfrac{11}{4};0\right)$. **D.** $M(4;0)$.

Lời giải.

Do điểm M nằm trên tia Ox nên $M(m;0), m>0$.

Khoảng cách từ điểm M đến trục Δ là $d(M,\Delta)=\dfrac{|4m-1|}{5}$.

Câu 28. **[Mức độ 3]** Cho đường thẳng $d: 3x-2y+1=0$ và điểm $M(1;2)$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M và tạo với d một góc $45°$.

A. $\Delta_1 : 2x-y=0$ và $\Delta_2 : 5x+y-7=0$.

B. $\Delta_1 : x-5y+9=0$ và $\Delta_2 : 3x+y-5=0$.

C. $\Delta_1 : 3x-2y+1=0$ và $\Delta_2 : 5x+y-7=0$.

D. $\Delta_1 : x-5y+9=0$ và $\Delta_2 : 5x+y-7=0$.

Lời giải

Đường thẳng Δ đi qua M có dạng $\Delta: a(x-1)+b(y-2)=0,\ a^2+b^2 \neq 0$

hay $ax+by-a-2b=0$

Theo bài ra Δ tạo với d một góc $45°$ nên:

$$\cos 45° = \frac{|3a+(-2b)|}{\sqrt{3^2+(-2)^2}.\sqrt{a^2+b^2}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{|3a-2b|}{\sqrt{13}.\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{26(a^2+b^2)} = 2|3a-2b| \Leftrightarrow 5a^2-24ab-5b^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=5b \\ 5a=-b \end{array}\right.$$

+ Nếu $a=5b$, chọn $a=5, b=1$ suy ra $\Delta: 5x+y-7=0$

+ Nếu $5a=-b$, chọn $a=1, b=-5$ suy ra $\Delta: x-5y+9=0$.

Theo bài ra ta có $\frac{|4m-1|}{5}=2 \Leftrightarrow |4m-1|=10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4m-1=10 \\ 4m-1=-10 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\frac{11}{4} \\ m=-\frac{9}{4}\ (loai) \end{array}\right.$.

Vậy điểm cần tìm là điểm $M\left(\frac{11}{4};0\right)$.

Câu 29: **[Mức độ 2]** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phương trình đường thẳng Δ song song với $d: 2x-3y+1=0$ và cách d một khoảng bằng $h=\sqrt{13}$ là:

A. $2x-3y+12=0$.
B. $2x-3y+13=0$.
C. $2x-3y+14=0; 2x-3y-12=0$.
D. $2x-3y+14=0; 2x-3y+12=0$.

Lời giải

Ta có: $\Delta // d$ nên đường thẳng $\Delta: 2x-3y+c=0 (c \neq 1)$.

Lấy $M\left(-\frac{1}{2};0\right)\in d$. Theo bài ra ta có: $d(\Delta,d)=d(M,\Delta)=\frac{|-1+c|}{\sqrt{13}}=\sqrt{13} \Leftrightarrow |-1+c|=13$.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1+c=13 \\ -1+c=-13 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=14 \\ c=-12 \end{array}\right.$.

Đối chiếu với điều kiện, ta có 2 đường thẳng thoả mãn yêu cầu là: $\Delta_1: 2x-3y+14=0; \Delta_2: 2x-3y-12=0$.

Câu 30: **[Mức độ 2]** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(5;-1)$, $B(-3;7)$. Đường tròn có đường kính AB có phương trình là

A. $x^2+y^2+6x+5y+1=0$.
B. $x^2+y^2+2x-6y-22=0$.
C. $x^2+y^2-2x-y+1=0$.
D. $x^2+y^2-2x-6y+22=0$.

Lời giải

Tâm I của đường tròn là trung điểm AB nên $I(1;3)$.

Bán kính $R=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\sqrt{(-3-5)^2+(7+1)^2}=4\sqrt{2}$.

Vậy phương trình đường tròn là: $(x-1)^2+(y-3)^2=32 \Leftrightarrow x^2+y^2-2x-6y-22=0$.

Câu 31. **[Mức độ 2]** Trong mặt phẳng Oxy, phương trình tiếp tuyến đường tròn $x^2+y^2-4x-6y-12=0$ tại điểm $M(-2;0)$ có phương trình là

A. $-4x+3y-8=0$.
B. $4x+3y+8=0$.
C. $3x+4y+6=0$.
D. $3x-4y+6=0$.

Lời giải

Tâm đường tròn $I(2;3)$. Phương trình tiếp tuyến đường tròn tâm $I(a;b)$ tại điểm $M(x_0;y_0)$

có dạng: $(x_0-a)(x-x_0)+(y_0-b)(y-y_0)=0$.

Vậy phương trình tiếp tuyến tại $M(-2;0)$ là: $(-2-2)(x+2)+(0-3)(y-0)=0$.

hay $4x+3y+8=0$.

Câu 32. **[Mức độ 2]** Tìm phương trình chính tắc của elip (E) có độ dài trục lớn bằng 10, tiêu cự có độ dài bằng 6.

A. $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$. **B.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$. **C.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1$.

Lời giải

Giả sử phương trình elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \ (a>b>0)$.

Độ dài trục lớn bằng $10 \Rightarrow 2a=10 \Rightarrow a=5$.

Độ dài tiêu cự bằng $6 \Rightarrow 2c=6 \Rightarrow c=3$.

Ta có $b^2=a^2-c^2=16$.

Vậy phương trình elip có dạng $(E): \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Câu 33. **[Mức độ 2]** Tìm phương trình chính tắc của hypebol (H) biết độ dài trục thực bằng 6 và phương trình một tiệm cận là $5x-3y=0$.

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$. **B.** $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{25}=1$. **C.** $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{34}=1$. **D.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{34}=1$.

Lời giải

Giả sử phương trình chính tắc của hypebol có dạng $(H): \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \ (a,b>0)$.

(H) có độ dài trục thực bằng $6 \Rightarrow 2a=6 \Rightarrow a=3$.

Phương trình một tiệm cận của (H) là $y=\frac{5}{3}x \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{5}{3} \Rightarrow b=5$.

Vậy phương trình chính tắc của hypebol có dạng $(H): \frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{25}=1$.

Câu 34. **[Mức độ 2]** Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của parabol nhận điểm $F\left(\frac{9}{2};0\right)$ làm tiêu điểm?

A. $y^2=18x$. **B.** $y=18x^2$. **C.** $y^2=9x$. **D.** $y=9x^2$.

Lời giải

Gọi phương trình dạng chính tắc của parabol cần tìm có dạng $y^2=2px$ với $p>0$.

Vì parabol nhận điểm $F\left(\frac{9}{2};0\right)$ làm tiêu điểm nên ta có $\frac{p}{2}=\frac{9}{2} \Rightarrow p=9 (TM)$

Vậy $y^2=18x$ là phương trình cần tìm.

Câu 35. **[Mức độ 3]** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường thẳng đi qua điểm $M(-2;-5)$ và song song với phân giác của góc phần tư thứ nhất có phương trình là

A. $x+y-3=0$. **B.** $x-y-3=0$. **C.** $x+y+3=0$. **D.** $2x-y-1=0$.

Lời giải

Ta có phân giác của góc phần tư thứ nhất là đường thẳng d có phương trình $x-y=0$.

Gọi Δ là đường thẳng song song với d và đi qua điểm $M(-2;-5)$.

Vì $\Delta // d \Rightarrow \Delta: x-y+c=0 \ (c \neq 0)$. Mà $M \in \Delta \Rightarrow -2+5+c=0 \Leftrightarrow c=-3$.

Vậy đường thẳng cần tìm có phương trình là $x-y-3=0$.

Câu 36. **[Mức độ 3]** Cho hai điểm $A(1;2)$ và $B(4;-4)$. Gọi K là điểm thuộc đoạn AB thỏa mãn $KB=2KA$. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm K và vuông góc với đường thẳng AB.

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-2t \end{cases}$.

Lời giải

Từ giả thiết, ta có $\overrightarrow{AK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow\begin{cases} x_K=\frac{1}{3}.3 \\ y_K=\frac{1}{3}.(-6) \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x_K=1 \\ y_K=-2 \end{cases}\Rightarrow K(1;-2)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;-6)$

Đường thẳng Δ đi qua điểm K và vuông góc với đường thẳng AB có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1)$.

Phương trình tham số của đường thẳng Δ là: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+t \end{cases}$.

Câu 37. **[Mức độ 3]** Cho đường thẳng $d:3x-4y-12=0$. Phương trình các đường thẳng qua $M(2;-1)$ và tạo với d một góc $\frac{\pi}{4}$ là

A. $7x-y+15=0;\ x+7y-5=0$. **B.** $7x+y+15=0;\ x-7y-5=0$.

C. $7x-y-15=0;\ x+7y+5=0$. **D.** $7x+y-15=0;\ x-7y+5=0$.

Lời giải

Gọi đường thẳng qua $M(2;-1)$ và tạo với d một góc $\frac{\pi}{4}$ là Δ.

Gọi $\vec{n}=(A;B)$, $(A^2+B^2\neq 0)$ là 1 véctơ pháp tuyến của Δ.

Phương trình đường thẳng Δ là $A(x-2)+B(y+1)=0$.

Ta có: $\cos(d,\Delta)=\cos\frac{\pi}{4}=\frac{|3A-4B|}{\sqrt{3^2+4^2}.\sqrt{A^2+B^2}}\Leftrightarrow\sqrt{2}|3A-4B|=5\sqrt{A^2+B^2}$

$\Leftrightarrow 7A^2+48AB-7B^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} B=7A \\ A=-7B \end{array}\right.$

+ Với $B=7A$: chọn $A=1,B=7$ ta được phương trình đường thẳng Δ là $x+7y+5=0$.

+ Với $A=-7B$: chọn $A=7,B=-1$ ta được phương trình đường thẳng Δ là $7x-y-15=0$.

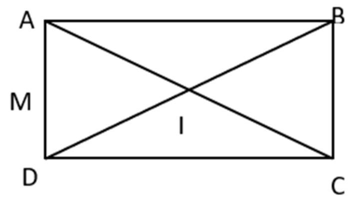
Vậy có 2 đường thẳng thỏa mãn đề bài là: $x+7y+5=0$, $7x-y-15=0$.

Câu 38. **[Mức độ 3]** Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích $S=12$, điểm $I(1;3)$ là tâm của hình chữ nhật, $M(2;-1)$ là trung điểm AD. Viết phương trình đường thẳng AB với tọa độ A có hoành độ dương.

A. $AB:4x+y-10=0$. **B.** $AB:4x+y-4=0$, $AB:4x+y-10=0$.

C. $AB:4x+y-4=0$. **D.** Không tồn tại phương trình AB.

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{IM}=(1;-4)$.

Vì $AD\perp MI$ nên đường thẳng AD nhận $\overrightarrow{IM}=(1;-4)$ làm vectơ pháp tuyến.

Do đó đường thẳng $AD:1.(x-2)-4.(y+1)=0\Leftrightarrow x-4y-6=0$.

Lại có: $AB\,||\,MI$ nên đường thẳng AB nhận vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(4;1)$.

Phương trình đường thẳng $AB:4x+y+m=0$.

Ta có: $AB=2MI=2\sqrt{1+16}=2\sqrt{17}$.

$S_{ABCD}=12\Leftrightarrow AB.AD=12\Leftrightarrow 2\sqrt{17}.AD=12\Leftrightarrow AD=\dfrac{6}{\sqrt{17}}\Leftrightarrow AM=\dfrac{3}{\sqrt{17}}$.

$\Leftrightarrow d(I;AB)=\dfrac{3}{\sqrt{17}}\Leftrightarrow\dfrac{|4+3+m|}{\sqrt{17}}=\dfrac{3}{\sqrt{17}}\Leftrightarrow|m+7|=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-4\\m=-10\end{array}\right.$.

Với $m=-4\Rightarrow$ phương trình đường thẳng $AB:4x+y-4=0$.

$A=AD\cap AB\Rightarrow$ tọa độ A là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}4x+y=4\\x-4y=6\end{cases}\Leftrightarrow A\left(\dfrac{-22}{17};\dfrac{-20}{17}\right)$.

(Loại trường hợp $m=-4$ giả thiết A có hoành độ dương).

Với $m=-10\Rightarrow$ phương trình đường thẳng $AB:4x+y-10=0$.

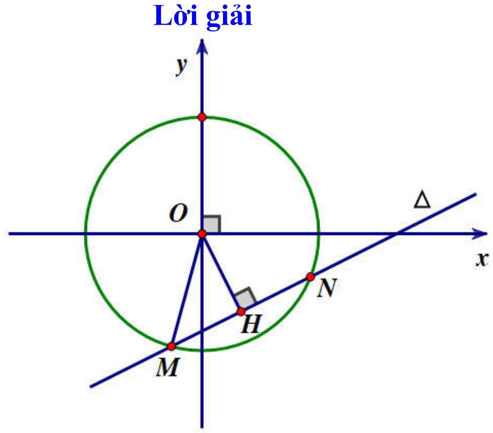
$A=AD\cap AB\Rightarrow$ tọa độ A là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}4x+y=10\\x-4y=6\end{cases}\Leftrightarrow A\left(\dfrac{46}{17};-\dfrac{14}{17}\right)$.

(Chọn trường hợp $m=-10$).

Câu 39. **[Mức độ 3]** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, viết phương trình đường tròn tâm $O(0;0)$ cắt đường thẳng $(\Delta):x+2y-5=0$ tại hai điểm $M;N$ sao cho $MN=4$.

A. $x^2+y^2=9$. **B.** $x^2+y^2=1$. **C.** $x^2+y^2=21$. **D.** $x^2+y^2=3$.

Lời giải



Gọi R là bán kính của đường tròn (C) thỏa đề bài.

Δ không qua $O(0;0)$ nên MN không phải là đường kính của (C).

Gọi H là hình chiếu của O trên Δ thì H là trung điểm của MN

$MH=\frac{1}{2}MN=2.$

$OH=d\left(O;\Delta\right)=\frac{|-5|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\sqrt{5}$.

$R=MO=\sqrt{OH^2+MH^2}=\sqrt{5+4}=3.$

Vậy $(C):x^2+y^2=9.$

Câu 40. **[Mức độ 3]** Trong hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2-4x+2y-4=0$, viết phương trình tiếp tuyến với (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc dương và tiếp tuyến tạo với các trục tọa độ một tam giác cân.

A. $x-y+3\sqrt{2}+1=0;\ x-y-3\sqrt{2}+1=0$.

B. $x-y+3\sqrt{2}-1=0;\ x-y-3\sqrt{2}+3=0$.

C. $x-y+3\sqrt{2}+3=0;\ x-y-3\sqrt{2}-1=0$.

D. $x-y+3\sqrt{2}-3=0;\ x-y-3\sqrt{2}-3=0$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(2;-1)$, bán kính $R=3$.

Đường thẳng d tạo với các trục tọa độ một tam giác cân thì hệ số góc của d là $\left[\begin{array}{l}k=1\quad (t/m)\\ k=-1\,(l)\end{array}\right.$

Khi $k=1$ thì d có dạng $y=x+m\Leftrightarrow x-y+m=0.$

d là tiếp tuyến của $(C)\Leftrightarrow d(I,d)=R\Leftrightarrow\frac{|2+1+m|}{\sqrt{2}}=3\Leftrightarrow|m+3|=3\sqrt{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=3\sqrt{2}-3\\ m=-3\sqrt{2}-3\end{array}\right.$.

d có phương trình $x-y+3\sqrt{2}-3=0; x-y-3\sqrt{2}-3=0$

Câu 41. **[Mức độ 3]** Trong hệ tọa độ Oxy, lập phương trình chính tắc của elíp (E) biết (E) đi qua điểm $M\left(\frac{3}{\sqrt{5}};\frac{4}{\sqrt{5}}\right)$ và tam giác MF_1F_2 vuông tại M với F_1, F_2 là tiêu điểm của (E).

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1.$ **B.** $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1.$ **C.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1.$ **D.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=0.$

Lời giải

Phương trình chính tắc của elip cần tìm là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$.

(E) đi qua điểm $M\left(\frac{3}{\sqrt{5}};\frac{4}{\sqrt{5}}\right)$ nên $\frac{9}{5a^2}+\frac{16}{5b^2}=1$.

Vì tam giác MF_1F_2 vuông tại M nên $F_1F_2=2OM\Rightarrow 2c=2\sqrt{5}\Rightarrow c=\sqrt{5}\Rightarrow a^2-b^2=5$

Vậy ta có $\begin{cases}\frac{9}{5a^2}+\frac{16}{5b^2}=1 (1)\\ a^2-b^2=5 \quad (2)\end{cases}$

Từ $(2): a^2 = 5 + b^2$ thay vào (1) có

$$\frac{9}{5(5+b^2)} + \frac{16}{5b^2} = 1 \Leftrightarrow 9b^2 + 80 + 16b^2 = 25b^2 + 5b^4 \Leftrightarrow 5b^4 - 80 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b^2 = 4\ (t/m) \\ b^2 = -4 \end{array}\right.$$

Với $b^2 = 4 \Rightarrow a^2 = 9$ nên phương trình chính tắc cần tìm là $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$.

Câu 42. **[Mức độ 3]** Cho elip (E) có tâm sai $e = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$ và hình chữ nhật cơ sở của elip có chu vi bằng 20. Tổng các khoảng cách từ mỗi điểm nằm trên (E) đến hai tiêu điểm có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Elip có dạng phương trình chính tắc là $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1, (a > b > 0)$.

Gọi F_1 và F_2 là hai tiêu điểm của (E). Điểm $M \in (E) \Leftrightarrow MF_1 + MF_2 = 2a$.

Ta có $e = \dfrac{c}{a} = \dfrac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow \left(\dfrac{c}{a}\right)^2 = \dfrac{5}{9} \Rightarrow \dfrac{a^2 - b^2}{a^2} = \dfrac{5}{9} \Rightarrow \dfrac{b}{a} = \dfrac{2}{3}$ (do $a > 0, b > 0$).

Hình chữ nhật cơ sở của elip có hai cạnh là $2a, 2b$ nên ta có: $2(2a + 2b) = 20 \Rightarrow a + b = 5$.

Ta có hệ phương trình sau: $\begin{cases} \dfrac{b}{a} = \dfrac{2}{3} \\ a + b = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$.

Vậy tổng các khoảng cách từ mỗi điểm M nằm trên (E) đến hai tiêu điểm có giá trị là $MF_1 + MF_2 = 2a = 6$.

Câu 43. **[Mức độ 3]** Phương trình chính tắc của hypebol (H) đi qua điểm $M = (6;3)$ và có góc giữa hai đường tiệm cận bằng $60°$ là

A. $(H_1): \dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{3} = 1; (H_2): \dfrac{x^2}{33} - \dfrac{y^2}{99} = 1$.

B. $(H_1): \dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{3} = -1; (H_2): \dfrac{x^2}{33} - \dfrac{y^2}{99} = -1$.

C. $(H_1): \dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{3} = 1; (H_2): \dfrac{x^2}{99} - \dfrac{y^2}{33} = 1$.

D. $(H_1): \dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{3} = 1; (H_2): \dfrac{x^2}{99} + \dfrac{y^2}{33} = 1$.

Lời giải

Phương trình các đường tiệm cận của (H) là $y = \pm \dfrac{b}{a} x$.

Do góc giữa hai đường tiệm cận là $60°$ và hai đường tiệm cận đối xứng nhau qua trục Ox, nên có hai trường hợp:

- Góc giữa mỗi tiệm cận và trục hoành bằng $30°$, suy ra $\dfrac{b}{a} = \tan 30^0 = \dfrac{1}{\sqrt{3}}.(1)$
- Góc giữa mỗi tiệm cận và trục hoành bằng $60°$, suy ra $\dfrac{b}{a} = \tan 60^0 = \sqrt{3}.(2)$

Vì $M \in (H) \Rightarrow \dfrac{36}{a^2} - \dfrac{9}{b^2} = 1.(3)$

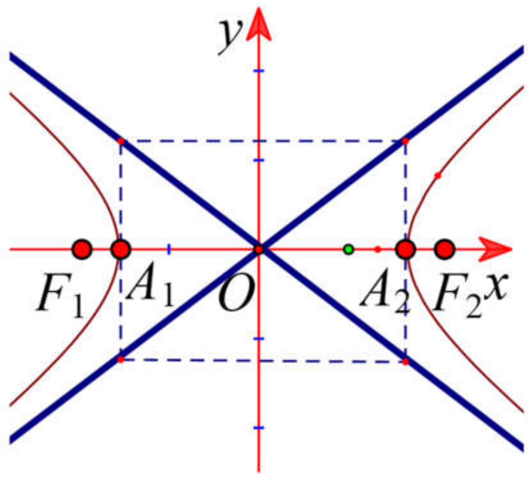
Từ (1) và (3) suy ra $a^2 = 9, b^2 = 3$. Ta được hybebol $(H_1): \dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{3} = 1$.

Từ (2) và (3) suy ra $a^2 = 33, b^2 = 99$. Ta được hybebol $(H_1): \dfrac{x^2}{33} - \dfrac{y^2}{99} = 1$.

Câu 44. **[Mức độ 3]** Cho hyperbol có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$. Tìm điểm M trên Hyperbol để khoảng cách từ đến tiêu điểm $F_2(c;0)$ nhỏ nhất.

A. $M(3;0)$. **B.** $M\left(\frac{15}{4};-3\right)$. **C.** $M\left(\frac{15}{4};3\right)$. **D.** $M(-3;0)$.

Lời giải



Cho hyperbol có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$. Tìm điểm M trên hyperbol để khoảng cách từ đến tiêu điểm $F_2(c;0)$ nhỏ nhất.

Với mỗi điểm $M(x_0;y_0)$ thuộc hyperbol, ta có bán kính qua tiêu của ứng với tiêu điểm $F_2(c;0)$ là $MF_2=\left|a-\frac{c}{a}x_0\right|$.

Nếu $M(x_0;y_0)$ thuộc nhánh chứa đỉnh $A_2(a;0)$ thì $x_0\ge a$ nên $a-\frac{c}{a}x_0<0$ (để ý rằng $c>a$).

Do đó, $MF_2=\left|a-\frac{c}{a}x_0\right|=\frac{c}{a}x_0-a\ge\frac{c}{a}.a-a\ge c-a$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $x_0=a$, tức là khi $M(x_0;y_0)$ trùng đỉnh $A_2(a;0)$.

Nếu $M(x_0;y_0)$ thuộc nhánh chứa đỉnh $A_1(-a;0)$ thì $x_0\le -a$ Do đó,

$MF_2=\left|a-\frac{c}{a}x_0\right|=a-\frac{c}{a}(x_0)\ge a-\frac{c}{a}(-a)\ge a+c$. Suy ra $MF_2=\left|a-\frac{c}{a}x_0\right|\ge a+c$.

Vậy điểm $M(x_0;y_0)$ trên Hyperbol để khoảng cách từ $M(x_0;y_0)$ đến tiêu điểm $F_2(c;0)$ nhỏ nhất khi M trùng đỉnh $A_1(-a;0)$ và khi đó khoảng cách nhỏ nhất bằng $c-a$.

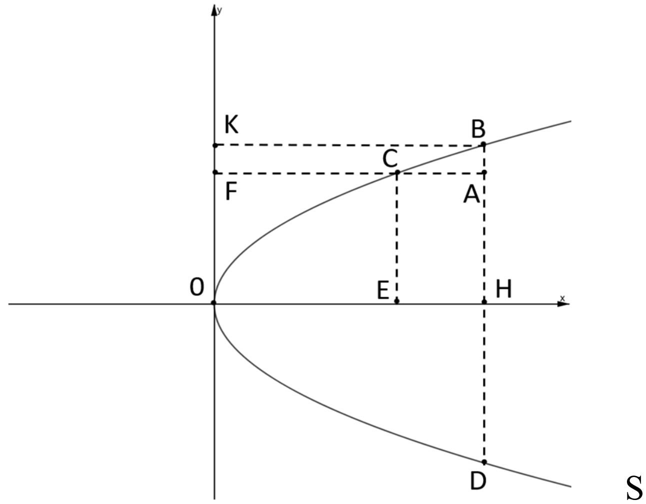
Từ phương trình hyperbol ta có $a=3$. Vậy tọa độ M cần tìm là $A_1(-3;0)$.

Câu 45 . **[Mức độ 3]** Cổng của một công viên có dạng một parabol. Để đo chiều cao h của cổng, một người đo khoảng cách giữa hai chân cổng được $9m$, người đó thấy nếu đứng cách chân cổng $0,5m$ thì đầu chạm cổng. Cho biết người này cao $1,6m$, chiều cao của cổng gần nhất với giá trị

A. $7,66$. **B.** $7,68$. **C.** $7,6$ **D.** $7,62$.

Lời giải

Vẽ lại parabol và chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ



Gọi phương trình parabol (P) là $y^2 = 2px$, $(p > 0)$

Ta có chiều cao của cổng là $OH = BK = h$

Bề rộng của cổng là $BD = 9 \Rightarrow BH = 4,5$. Vậy điểm B có tọa độ là $(h; 4,5)$

Chiều cao của người đo là $AC = 1,6$ và khoảng cách từ chân người đo đến chân cổng là $BA = 0,5$. Suy ra $FC = FA - AC = h - 1,6$ và $EC = BH - AB = 4,5 - 0,5 = 4$.

Vậy điểm C có tọa độ là $(h - 1,6; 4)$.

Ta có hai điểm B và C nằm trên parabol nên thay tọa độ của B và C vào phương trình (P), ta được:

$$\begin{cases} 4,5^2 = 2ph \\ 4^2 = 2p(h - 1,6) \end{cases} \Rightarrow 2p = \frac{4,5^2}{h} = \frac{4^2}{h - 1,6} = \frac{4,5^2 - 4^2}{1,6}$$

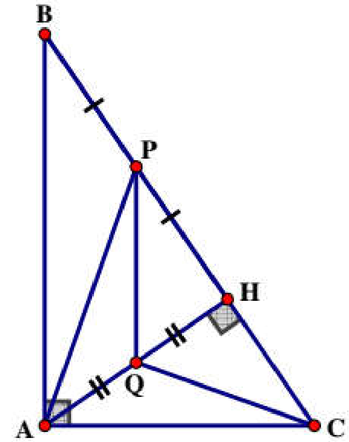
$$\Rightarrow h = \frac{1,6.4,5^2}{4,5^2 - 4^2} \approx 7,62m$$

Vậy cổng công viên đó cao khoảng $7,62m$.

Câu 46. Cho tam giác ABC vuông tại A. Đường thẳng AB có phương trình $2x - y - 1 = 0$, đường cao AH có phương trình $x + y - 2 = 0$ (H thuộc cạnh BC). Gọi $P(1; -3)$ là trung điểm BH, Q là trung điểm AH. Lập phương trình tổng quát của đường thẳng CQ.

A. $3y - 2 = 0$. **B.** $3y + 2 = 0$. **C.** $3y - 1 = 0$ **D.** $3y + 1 = 0$.

Lời giải



Ta có PQ là đường trung bình của ΔAHB ⇒ PQ / / AB, mà $AB \perp AC \Rightarrow PQ \perp AC$

⇒ Q là trực tâm ΔAPC $\Rightarrow AP \perp CQ$

$AB \cap AH = A$ nên tọa độ A là nghiệm hệ phương trình

$\begin{cases} 2x-y-1=0 \\ x+y-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases} \Leftrightarrow A(1;1)$

Do $AB \perp AC$ nên $\vec{n}_{AC} = \vec{u}_{AB} = (1;2)$. Ta có phương trình AC :

$x-1+2(y-1)=0 \Leftrightarrow x+2y-3=0$

Do $BC \perp AH$ nên $\vec{n}_{BC} = \vec{u}_{AH} = (1;-1)$, mặt khác $P \in BC$ suy ra phương trình BC : $x-1-(y+3)=0 \Leftrightarrow x-y-4=0$

$BC \cap AC = C$ nên tọa độ C là nghiệm hệ phương trình

$\begin{cases} x+2y-3=0 \\ x-y-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{11}{3} \\ y=-\dfrac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow C\left(\dfrac{11}{3};-\dfrac{1}{3}\right)$

$AP \perp CQ$ nên đường thẳng CQ nhận $\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AP}=(0;-1)$ làm véc tơ pháp tuyến

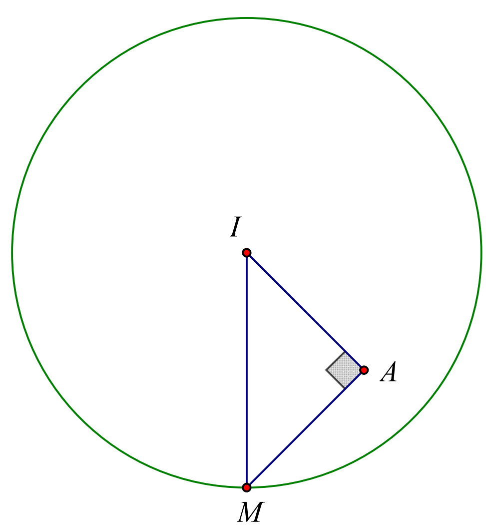
Phương trình đường thẳng CQ là : $-\left(y+\dfrac{1}{3}\right)=0 \Leftrightarrow 3y+1=0$.

Câu 47. **[Mức độ 3]** Một bánh xe đạp hình tròn khi gắn trên hệ trục tọa độ Oxy có phương trình $(C):(x-1)^2+(y-2)^2=4$. Người ta thấy một hòn sỏi M bị kẹt trên bánh xe và một điểm A nằm trên đũa xe cùng với tâm của đường tròn tạo thành một tam giác vuông cân tại A. Khi bánh xe quay tròn thì điểm A sẽ di chuyển trên một đường tròn có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2=2$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2=2$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2=2$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2=\sqrt{2}$.

Lời giải



Đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-2)^2=4$ có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R=2$.

M nằm trên đường tròn nên $IM = 2$.

Tam giác AIM vuông cân tại A nên $IA = \dfrac{IM}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$.

Ta thấy điểm A cách điểm I một khoảng không đổi nên quỹ tích điểm A là đường tròn tâm I bán kính $\sqrt{2}$.

Do đó, điểm A di chuyển trên đường tròn có phương trình là $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 2$.

Câu 48. **[Mức độ 3]** Ông Hoàng có một mảnh vườn hình elip có chiều dài trục lớn và trục nhỏ lần lượt là $60m$ và $30m$. Ông chia thành hai nửa bằng một đường tròn tiếp xúc trong với elip để làm mục đích sử dụng khác nhau. Nửa bên trong đường tròn ông trồng cây lâu năm, nửa bên ngoài đường tròn ông trồng hoa màu. Tính tỉ số diện tích T giữa phần trồng cây lâu năm so với diện tích trồng hoa màu. Biết diện tích elip được tính theo công thức $S = \pi ab$ trong đó a,b lần lượt là độ dài nửa trục lớn và nửa trục bé của elip. Biết độ rộng của đường elip không đáng kể.

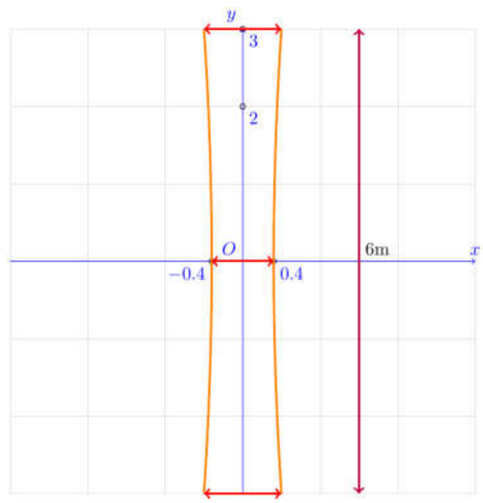
A. $T = \dfrac{2}{3}$. **B.** $T = 1$. **C.** $T = \dfrac{1}{2}$. **D.** $T = \dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Diện tích hình tròn: $S_T = \pi.15^2$, diện tích elip là $S_E = \pi.15.30$.

Tỉ số diện tích $T = \dfrac{S_T}{S_E - S_T} = \dfrac{\pi.15^2}{\pi.15.30 - \pi.15^2} = \dfrac{15}{30-15} = 1$.

Câu 49. **[Mức độ 4]** Một cột trụ hình hypebol, có chiều cao 6 m, chỗ nhỏ nhất ở chính giữa và rộng $0,8$ m, đỉnh cột và đáy cột đều rộng 1m. Tính độ rộng của cột ở độ cao 5m (tính theo đơn vị mét và làm tròn tới hai chữ số sau dấu phẩy).



A. $1,5$. **B.** $1,14$. **C.** $1,28$. **D.** $1,21$.

Lời giải

Gắn hệ trục tọa độ Oxy vào cột trụ hình Hypebol đã cho như hình trên.
Tiếp theo ta tìm phương trình của cột trụ hình Hypebol này.

Gọi phương trình của cột trụ là $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$.

Vì Oy là đường trung trực của đoạn thẳng $0,8$ m nên Oy chia đoạn thẳng $0,8$ m thành hai đoạn bằng nhau, mỗi đoạn $0,4$ m, tức Hypebol đi qua hai điểm $A_1(-0,4;0), A_2(0,4;0)$.

Khi đó ta có $\dfrac{(0,4)^2}{a^2} - \dfrac{0^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{(0,4)^2}{a^2} = 1 \Leftrightarrow a = 0,4$ (vì $a > 0$).

Lúc này ta được phương trình Hypebol: $\frac{x^2}{0,16}-\frac{y^2}{b^2}=1$.

Vì Oy là đường trung trực của đoạn thẳng 1 m nên Oy chia đoạn thẳng 1 m thành hai đoạn bằng nhau, mỗi đoạn $0,5$m, tức Hypebol đi qua hai điểm $B_1(-0,5;3), B_2(0,5;3)$.

Khi đó ta có $\frac{0,5^2}{0,16}-\frac{3^2}{b^2}=1 \Leftrightarrow \frac{3^2}{b^2}=\frac{9}{16} \Leftrightarrow b=4$ (vì $b>0$).

Vậy ta đã tìm được phương trình Hypebol của cột trụ: $\frac{x^2}{0,16}-\frac{y^2}{16}=1$

Khi cột trụ ở độ cao 5m thì

$$\frac{x^2}{0,16}-\frac{5^2}{16}=1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{0,16}=\frac{41}{16} \Leftrightarrow x^2=\frac{41}{100} \Leftrightarrow |x|=\frac{\sqrt{41}}{10}.$$

Vậy độ rộng của cột ở độ cao 5m là $2.|x|=2.\frac{\sqrt{41}}{10}=\frac{\sqrt{41}}{5}\approx 1,28$ m.

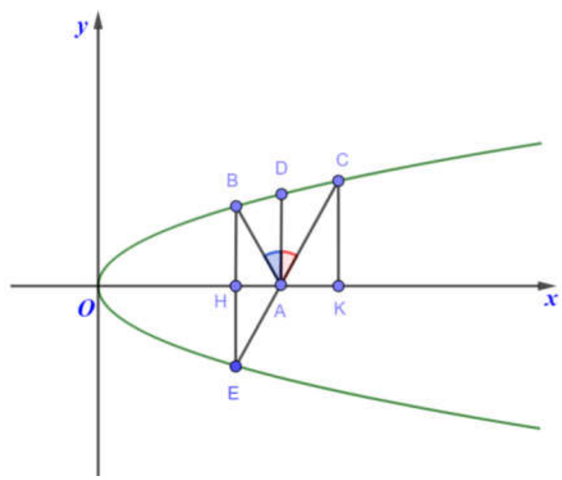
Câu 50. **[Mức độ 4]** Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol $(P): y^2=2px$, A là điểm trên tia Ox. Đường thẳng qua A vuông góc với Ox cắt (P) tại D. Gọi B, C là hai điểm thuộc nhánh chứa D của (P) sao cho $\widehat{DAB}=\widehat{DAC}$. Biết rằng $4AD^2=3AB.AC$, số đo của góc $\widehat{BAC}$ bằng

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $120°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Gọi E là điểm đối xứng của B qua Ox, ta có E, A, C thẳng hàng.

Gọi α là góc nhọn giữa đường thẳng EC và trục Ox, gọi tọa độ điểm $A(a;0)$ với $a>0$.



Khi đó phương trình đường thẳng EC có dạng $y=k(x-a)$, $k\neq 0$

Suy ra hoành độ điểm E, C là nghiệm của phương trình

$k^2(x-a)^2=2px \Leftrightarrow k^2x^2-(2ak^2+2p)x+k^2a^2=0$.

Áp dụng định lý Vi-ét ta có $x_Ex_C=\frac{k^2a^2}{k^2}=a^2=x_A^2=x_D^2$

Suy ra $\frac{y_E^2}{2p}.\frac{y_C^2}{2p}=\left(\frac{y_D^2}{2p}\right)^2 \Rightarrow HE.KC=AD^2$ (Với H, K lần lượt là hình chiếu của B, C trên Ox)

Mặt khác $4AD^2 = 3AB.AC$, suy ra $4HE.KC = 3AB.AC \Rightarrow \frac{HE}{AB}.\frac{KC}{AC} = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin^2\alpha = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow \alpha = 60° \Rightarrow \widehat{BAC} = 180° - 2\alpha = 60°$.