**Đại 7 – Tiết 7 – Lũy thừa của một số hữu tỉ**

***Dạng 1: Tính giá trị của biểu thức***

**Bài 1:** Tính:

a.253 : 52

b.$\left(\frac{3}{7}\right)^{21}:\left(\frac{9}{49}\right)^{6}$

c.3 - $\left(-\frac{6}{7}\right)^{0}+\left(\frac{1}{2}\right)^{2}$: 2.

**Hướng dẫn:**

a.253 : 52 = (52)3 : 52 = 56 : 52 = 54

b.$ \left(\frac{3}{7}\right)^{21}:\left(\frac{9}{49}\right)^{6}=\left(\frac{3}{7}\right)^{21}:\left(\frac{3}{7}\right)^{12}=\left(\frac{3}{7}\right)^{9}$

c. 3 - $\left(-\frac{6}{7}\right)^{0}+\left(\frac{1}{2}\right)^{2}$: 2 = 3 -1 + $\frac{1}{4}.\frac{1}{2}$ = $\frac{17}{8}$

**Bài 2:** Tính:

a.$\left(\frac{1}{5}\right)^{5}.5^{5}$

b.(0,125)3.512

c.$\frac{120^{3}}{40^{3}}$

d.103.10-7

**Hướng dẫn**

a.$\left(\frac{1}{5}\right)^{5}.5^{5}=\left(\frac{1}{5}.5\right)^{5}$= 15 = 1

b. (0,125)3.512 = (0,125)3.83 = (0,125.8)3 = 1

c.$ \frac{120^{3}}{40^{3}}=\left(\frac{120}{40}\right)^{3}= 3^{3}=27$

d. 103.10-7 = 103+(-7) = 10-4 = $\frac{1}{10^{4}}$

**Bài 3:** Tính giá trị của biểu thức:

a.$\frac{45^{10}.5^{10}}{75^{10}}$

b.$\frac{\left(0,8\right)^{5}}{\left(0,4\right)^{6}}$

c.$\frac{2^{15}.9^{4}}{6^{6}.8^{3}}$

**Hướng dẫn:**

a.Ta có: $\frac{45^{10}.5^{10}}{75^{10}}=\frac{\left(45.5\right)^{10}}{75^{10}}=\frac{225^{10}}{75^{10}}=\left(\frac{225}{75}\right)^{10}=3^{10}$

b.Ta có: $\frac{\left(0,8\right)^{5}}{\left(0,4\right)^{6}}=\frac{(0,4)^{5}.2^{5}}{(0,4)^{6}}=\frac{2^{5}}{0,4}=\frac{32}{\frac{2}{5}}=32.\frac{5}{2}=80$

c. Ta có 

**Bài 4:** Tính giá trị của biểu thức:

a.A = 22 – (-32)3 + 4-2.16 – 2.52.

b.B = $\left(2^{3}:\frac{1}{2}\right).\frac{1}{8}$ + 3-2.9 – 7.$\left(\frac{14}{25}\right)^{0}$+5

**Hướng dẫn:**

a.A = 22 – (-32)3 + 4-2.16 – 2.52 = 4 - \_-9)3 + $\frac{1}{16}$.16 – 2.25 = 4 + 729 + 1 – 50 = 684

b. B = $\left(2^{3}:\frac{1}{2}\right).\frac{1}{8}$ + 3-2.9 – 7.$\left(\frac{14}{25}\right)^{0}$+5 = 8.2. $\frac{1}{8}$ + $\frac{1}{9}$.9 -7.1 + 5 = 2 + 1 – 7 + 5 = 1

**Bài 5:** Tính:

a.$\frac{3^{6}.45^{4}-15^{13}.5^{-9}}{27^{4}.25^{3}+45^{6}}$

b.$\frac{\left(\frac{2}{5}\right)^{7}.5^{7}+\left(\frac{9}{4}\right)^{3}:\left(\frac{3}{16}\right)^{3}}{2^{7}.5^{2}+512}$

**Hướng dẫn**

a.$\frac{3^{6}.45^{4}-15^{13}5^{-9}}{27^{4}.25^{3}+45^{6}}=\frac{3^{6}.(9.5)^{4}-(3.5)^{13}.5^{-9}}{3^{12}.5^{6}+(9.5)^{6}}=\frac{3^{6}.3^{8}.5^{4}-3^{13}.5^{13}.5^{-9}}{3^{12}.5^{6}+3^{12}.5^{6}}=\frac{3^{14}.5^{4}-3^{13}.5^{4}}{2.3^{12}.5^{6}}=\frac{3^{13}.5^{4}(3-1)}{2.3^{12}.5^{6}}=\frac{3}{25}$

b. .$\frac{\left(\frac{2}{5}\right)^{7}.5^{7}+\left(\frac{9}{4}\right)^{3}:\left(\frac{3}{16}\right)^{3}}{2^{7}.5^{2}+512}=\frac{\left(\frac{2}{5}\right)^{7}.5^{7}+\left(\frac{9}{4}:\frac{3}{16}\right)^{3}}{2^{7}.5^{2}+512}=\frac{2^{7}+12^{3}}{2^{7}.5^{2}+2^{9}}=\frac{2^{7}+2^{6}.3^{3}}{2^{7}.5^{2}+2^{9}}=\frac{2^{6}(2+3^{3})}{2^{7}(25+4)}=\frac{1}{2}$

***Dạng 2: Tìm cơ số hoặc số mũ của một lũy thừa***

**Bài 1:** Tìm x $\in $ Q, biết:

a.$\left(x-\frac{1}{2}\right)^{2}$= 0

b.(x – 2)2 = 1

c.(2x -1)3 = -8

d.$ \left(x+\frac{1}{2}\right)^{2}$= $\frac{1}{16}$

e.x2 = x3

f.(2x – 1)6 = (2x -1)8.

**Hướng dẫn**

a.$\left(x-\frac{1}{2}\right)^{2}$= 0 ⬄ x - $\frac{1}{2}$ = 0 ⬄ x = $\frac{1}{2}$

b.(x – 2)2 = 1 ⬄ x – 2 = 1 hoặc x – 2 = -1 ⬄ x = 3 hoặc x = 1

c.(2x -1)3 = -8 ⬄ 2x -1 = -2 ⬄ x = $-\frac{1}{2}$

d.$ \left(x+\frac{1}{2}\right)^{2}$= $\frac{1}{16}$ ⬄ x + $\frac{1}{2}$ = $\frac{1}{4}$ hoặc x + $\frac{1}{2}$ = - $\frac{1}{4}$ ⬄ x = $-\frac{1}{4}$ hoặc x = - $\frac{3}{4}$

e.x2 = x3 ⬄ x2(1 – x) = 0 ⬄ x = 0 hoặc x = 1

f.(2x – 1)6 = (2x -1)8. ⬄(2x – 1)6 = (2x – 1)6.(2x – 1)2 ⬄ (2x -1)6.$\left[1-(2x-1)^{2}\right]$ ⬄ 2x – 1 = 0 hoặc 1 – (2x -1)2 = 0 ⬄ x = $\frac{1}{2}$ hoặc 2x -1 =1 hoặc 2x -1 = 0 ⬄ x = $\frac{1}{2}$ hoặc x = 0 hoặc x = 1

**Bài 2:** Tìm số nguyên x, biết:

a.$\left(\frac{1}{16}\right)^{x}=\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$

b.$a^{(x+3)(x-4)}=1$

c.9x+1 – 5.32x = 324

d.2x + 2x+3 = 144

**Hướng dẫn**

a.$\left(\frac{1}{16}\right)^{x}=\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$⬄$\left(\frac{1}{2}\right)^{4x}=\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$⬄4x = 10 ⬄ x = $\frac{5}{2}$. Do x nguyên nên không có giá trị nào của x thỏa mãn điều kiện

b.$a^{(x+3)(x-4)}=1$⬄ .$a^{(x+3)(x-4)}$=a0 ⬄ (x+3)(x-4) = 0 ⬄ x = -3 hoặc x = 4

c.9x+1 – 5.32x = 324 ⬄9.32x – 5.32x ⬄(9 – 5).32x = 324 ⬄ 32x = 81 ⬄32x = 34 ⬄ 2x = 4 ⬄ x = 2

d.2x + 2x+3 = 144 ⬄ 2x + 2x.23 = 144 ⬄ 2x.(1+23) = 144 ⬄9.2x = 144 ⬄2x = 16 ⬄ x = 4

**Bài 3:**Tìm các số tự nhiên x và y, biết:

a.2x+1.3y = 12x

b.2x = 4y-1 và 27y = 3x+8

**Hướng dẫn**

a.2x+1.3y = 12x ⬄ 2x+1.3y = 22x.3x ⬄ x+1 = 2x và x = y ⬄ x = y = 1

b.2x = 4y-1 ⬄ 2x = 22(y-1) ⬄ x = 2(y-1) (1)

 27y = 3x+8 ⬄ 33y = 3x+8 ⬄ 3y = x + 8 (2)

Thay (1) vào (2) ta có: 3y = 2(y-1) + 8 ⬄ y = 6

Thay y = 6 vào (1) ta được x = 10

Vậy x = 10 và y = 6

***Dạng 3: So sánh hai lũy thừa***

**Bài 1:** So sánh:

a.23 và 24

b.23 và 42

c.36 và 272

**Hướng dẫn**

a.23 và 24 vì 3 < 4 nên 23 < 24

b.23 và 42 hay 23 và 42 = 24 vì 3 < 4 nên 23 < 24

c.36 và 272 hay 36 và 272 = (33)2 = 36

**Bài 2:** So sánh:

a.2285 và 3190

b.$\left(\frac{1}{16}\right)^{250}$ và $\left(\frac{1}{2}\right)^{1500}$

c.3202 và 2303

d.3203 và 2302.

**Hướng dẫn**

a.2285 và 3190

Ta có: 2285 = (23)95 = 895 và 3190 = (32)95 = 995

Vì 8 < 9 nên 895 < 995 hay 2285 < 3190

b.$\left(\frac{1}{16}\right)^{250}$ và $\left(\frac{1}{2}\right)^{1500}$

Ta có: $\left(\frac{1}{16}\right)^{250}=\left(\frac{1}{2^{4}}\right)^{250}=\left(\frac{1}{2}\right)^{1000}$< $\left(\frac{1}{16}\right)^{1500}$hay $\left(\frac{1}{16}\right)^{250}$ < $\left(\frac{1}{2}\right)^{1500}$

c.3202 và 2303

Ta có: 3202 = (32)101 = 9101 và 2303 = (23)101 = 8101

Vì 9 > 8 nên 9101 > 8101 hay 3202 > 2303

d.3203 và 2302.

Ta có 3203 > 3202 ; 2302 < 2303

Mà theo câu a: 3202 > 2303 Hay 3203 > 3202 > 2303 < 2302 Vậy: 3203 > 2302

**Bài 4**: Tìm các số tự nhiên n, biết:

a.3.27 $\leq $ 3n $\leq $ 243

b.$\frac{1}{4}$ $\leq $ 2n $\leq $ 4

c.9.27 $\leq $ $\frac{1}{3^{n}}$ $\leq $ 27.243

**Hướng dẫn**

a.3.27 $\leq $ 3n $\leq $ 243 ⬄ 34 $\leq $ 3n $\leq $ 35 ⬄ 4 $\leq $ n $\leq $ 5

Vì n là số tự nhiên nên n $\in \left\{4;5\right\}$

b.$\frac{1}{4}$ $\leq $ 2n $\leq $ 4 ⬄ 2-2 $\leq $ 2n $\leq $ 22 ⬄-2 $\leq $ n $\leq $ 2

Vì n là số tự nhiên nên n $\in \left\{-2;0;1;2\right\}$

c.9.27 $\leq $ $\frac{1}{3^{n}}$ $\leq $ 27.243 ⬄ 35 $\leq $ 3-n $\leq $ 38 ⬄ 5 $\leq $ -n $\leq $ 8 ⬄ -8 $\leq $ n $\leq $ -5

Vì n là số tự nhiên n không có giá trị nào của n thỏa mãn điều kiện đề bài.

**Bài 5:**  Tìm số nguyên n lớn nhất sao cho:

a.n100 < 5300

b.n200 < 5300

**Hướng dẫn**

a.n100 < 5300

5300 = (53)100 = 125100

Vì n100 < 5300 nên n100 < 125100 ⬄ n < 125

n là số nguyên lớn nhất nên n = 124

b.n200 < 5300  ⬄ (n2)100 < (53)100 ⬄ (n2)100 < 125100 ⬄ n2 < 125

Vì n là số nguyên lớn nhất nên n = 11.

***Dạng 4: Tính nhanh tổng lũy thừa có quy luật***

**Bài 1:**  Cho A = 30 + 31 + 32 + ... + 32008 và B = 32009

a.Tính 3A.

b.Chứng tỏ 2A và B là hai số nguyên liên tiếp

**Hướng dẫn**

a.Ta có: A = 30 + 31 + 32 + ... + 32008  (1)

=> 3A = 31 + 32 + ... + 32008 + 32009 (2)

b.Lấy (2) – (1) ta được: 2A = 32009 -1

Vì B = 32009 nên 2A và B là 2 số nguyên liên tiếp

**Bài 2:** Rút gọn:

a.A = 2100 – 299 + 298 – 297 + ... + 22 – 2

b.B = 3100 – 399 + 398 – 397 + ... + 32 – 3 +1

**Hướng dẫn:**

a.Ta có A = 2100 – 299 + 298 – 297 + ... + 22 – 2 (1)

2A = 2101 - 2100 + 299 - 298 + 297 - ... + 23 – 22 (2)

Lấy (1) cộng (2) ta được: 3A = 2101 – 2 => A = $\frac{2^{101} – 2}{3}$

b. Ta có B = 3100 – 399 + 398 – 397 + ... + 32 – 3 +1 (3)

3B = 3101 - 3100 + 399 - 398 + 397 + ... + 33 – 32 + 3 (4)

Lấy (3) cộng (4) ta được 4B = 3101 + 1 => B = $\frac{3^{101} +1}{4}$

**Bài 3:** Cho A = $\frac{1}{2^{2}}+\frac{1}{3^{2}}+\frac{1}{4^{2}}+…+\frac{1}{n^{2}}$ với n$\geq $ 2 và B = $\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+…+\frac{1}{\left(n-1\right)n}$

a.Tính B

b.So sánh A với B

c.So sánh A với 1

**Hướng dẫn**

a. B = $\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+…+\frac{1}{\left(n-1\right)n}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+…+\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}=1-\frac{1}{n}$

b.Ta có: $\frac{1}{n^{2}}<\frac{1}{\left(n-1\right).n}$ Với mọi n $\geq $2

Do đó A = $\frac{1}{2^{2}}+\frac{1}{3^{2}}+\frac{1}{4^{2}}+…+\frac{1}{n^{2}}$ < B = $\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+…+\frac{1}{\left(n-1\right)n}$ = $1-\frac{1}{n}$ (với n$\geq $ 2)

Vậy A < B

c.Theo câu b ta có A < 1

***Dạng 4:Chứng minh chia hết***

**Bài 1:** Chứng minh rằng

a.(210 + 28) $\vdots $ 5

b.(2008100 + 200899) $\vdots $ 2009

c.(12345678 – 12345677) $\vdots $ 12344

**Hướng dẫn**

a.(210 + 28) $\vdots $ 5

Ta có 210 + 28 = 28(22 + 1) = 5.28 $\vdots $ 5

b.(2008100 + 200899) $\vdots $ 2009

Ta có (2008100 + 200899) = 200899.(2008+1) = 2009.200899 $\vdots $ 2009

c.(12345678 – 12345677) $\vdots $ 12345

Ta có: (12345678 – 12345677) = 12345677.(12345-1) = 12344.12345677 $\vdots $ 12344

**Bài 2:** Chứng tỏ rằng: A = 75(42004 + 42003 + … + 42 + 4 +1) + 25 là số chia hết cho 100

Ta tính C = 42004 + 42003 + …+42 + 4 + 1 (1)

4C = 42005 + 42004 + 42003 + …+42 + 4 (2)

Lấy (2) trừ (1) ta được: 3C = 42005 -1 => C = $\frac{4^{2005}-1}{3}$

Khi đó A = 75.( $\frac{4^{2005}-1}{3}$) + 25 = 25.(42005 – 1) + 25 = 25.42005 = 100.42004 $\vdots $ 100

Vậy A $\vdots $ 100