

MỤC LỤC

	Trang
1. MỞ ĐẦU	1
1.1. Lí do chọn đề tài	1
1.2. Mục đích nghiên cứu	1
1.3. Đối tượng nghiên cứu	1
1.4. Phương pháp nghiên cứu	1
1.5. Điểm mới của sáng kiến	1
2. NỘI DUNG	2
2.1. Cơ sở lý luận	2
2.2. Thực trạng vấn đề	2
2.3. Giải quyết vấn đề	3
2.3.1. Câu hỏi và mức độ nhận biết	3
2.3.2. Câu hỏi ở mức độ thông hiểu	6
2.3.3. Câu hỏi ở mức độ vận dụng	10
2.3.4. Câu hỏi ở mức độ vận dụng cao	12
2.4. Hiệu quả của sáng kiến	17
2.4.1. Kết quả thực nghiệm	17
2.4.2. Kết quả chung	17
3. KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ	18
3.1. Kết luận	18
3.2. Kiến nghị	18
TÀI LIỆU THAM KHẢO	
PHỤ LỤC	

1. MỞ ĐẦU

1.1. Lí do chọn đề tài

Trong chương trình Giáo dục phổ thông (2006) đã đề ra mục tiêu môn Toán cấp trung học phổ thông (THPT) là: *“Giúp học sinh giải toán và vận dụng kiến thức toán học trong đời sống”*. Trong phần chuẩn kiến thức và kỹ năng đã xác định kỹ năng đối với học sinh (HS) cấp THPT về môn toán là: *“Có khả năng suy luận logic và khả năng tự học, có trí tưởng tượng không gian. Vận dụng kiến thức toán học vào thực tiễn và các môn học”*. Tuy nhiên mục tiêu đề ra đã không được thể hiện nhiều trong sách giáo khoa (SGK) và phương pháp dạy học (PPDH) môn toán ở trường phổ thông hiện nay.

Qua nghiên cứu thực tế dạy học cho thấy việc rèn luyện phương pháp học tập cho HS không chỉ là một biện pháp nâng cao hiệu quả dạy học mà còn là mục tiêu dạy học. Hiện nay, một số HS học rất chăm chỉ nhưng vẫn học chưa tốt, nhất là ở các môn tự nhiên như: toán, lí, hóa,... những em này thường học bài nào biết bài đấy, học phần sau đã quên phần trước và không biết liên kết các kiến thức với nhau, không biết vận dụng kiến thức đã học trước đó vào những phần sau. Phần lớn số HS này khi đọc sách hoặc nghe giảng trên lớp không biết cách tự ghi chép để lưu thông tin, lưu kiến thức trọng tâm vào trí nhớ của mình.

Do vậy ***“Dạy học theo định hướng phát triển năng lực”*** HS sẽ *học được phương pháp học*, tăng tính độc lập, chủ động, sáng tạo và phát triển tư duy. Cách học này còn phát triển được năng lực riêng của từng học sinh không chỉ về trí tuệ, hệ thống hóa kiến thức (*huy động những điều đã học trước đó để chọn lọc các ý để ghi*) mà còn là sự vận dụng kiến thức được học qua sách vở vào cuộc sống. Trong năm học này, hình thức ***Dạy học theo định hướng phát triển năng lực*** đã tập huấn đến toàn bộ giáo viên. Phương pháp có ưu điểm là phát huy tối đa tính sáng tạo của HS, phát triển năng khiếu. Tất cả những điều đó làm học sinh giảm áp lực trong học tập.

Với các lí do nêu trên, tôi chọn đề tài: ***“Xây dựng hệ thống bài tập “Đường tròn” theo định hướng phát triển năng lực học sinh lớp 10 THPT”***.

1.2. Mục đích nghiên cứu

- Rèn luyện cho học sinh kỹ năng giải toán và vận dụng toán vào đời sống.
- Rèn luyện cho các em đức tính cần cù, chịu khó tìm tòi, sáng tạo và đồng thời hình thành cho các em thói quen tự học, tự nghiên cứu.
- Giúp các em thấy được mối liên hệ giữa các mảng kiến thức toán học.

1.3. Đối tượng nghiên cứu

- Học sinh các lớp 10 Trường THPT Nguyễn Hoàng
- Giáo viên giảng dạy môn Toán cấp THPT

1.4. Phương pháp nghiên cứu

Trước hết tôi nghiên cứu các tài liệu liên quan đến đề tài, sử dụng một số bài toán cơ bản mà học sinh dễ dàng giải quyết được. Sau đó tùy theo năng lực của học sinh và mức độ của mỗi dạng bài tôi đưa ra các bài tập phát triển dần. Cuối cùng triển khai dạy trên lớp và trao đổi với đồng nghiệp trường THPT Nguyễn Hoàng.

1.5. Điểm mới của đề tài

Đây là đề tài đầu tiên về nội dung "Đường tròn", nên tôi xin phép để lần sau khi phát triển thêm về nó tôi sẽ có những điểm mới để đề tài được bao quát hơn, không chỉ dừng lại đối tượng là học sinh lớp 10 mà còn là học sinh lớp 11, 12.

2. NỘI DUNG

2.1. Cơ sở lí luận của đề tài

2.1.1. Khái niệm về năng lực

Theo nhà tâm lí học người Nga thì: *“Năng lực được hiểu như là: một phức hợp các đặc điểm tâm lí cá nhân của con người đáp ứng những yêu cầu của một hoạt động nào đó và là điều kiện để thực hiện thành công hoạt động đó”*.

Như vậy nói đến năng lực là nói đến cái gì đó tiềm ẩn bên trong một cá nhân, một thứ phi vật chất. Song nó được thể hiện qua hành động và đánh giá được nó thông qua kết quả của hoạt động.

Thông thường một người được gọi là có năng lực nếu người đó nắm vững tri thức, kỹ năng, kỹ xảo của một loại hoạt động nào đó và đạt kết quả cao hơn, tốt hơn so với trình độ trung bình của những người khác cùng tiến hành hoạt động đó trong những điều kiện tương đương.

2.1.2. Năng lực Toán học

Năng lực Toán học được đánh giá trên hai phương diện: *Năng lực nghiên cứu toán học và năng lực học tập toán học*.

Như vậy, năng lực toán học là các đặc điểm tâm lí cá nhân đáp ứng được các yêu cầu của hoạt động toán và tạo điều kiện lĩnh hội các kiến thức, kĩ năng, kĩ xảo trong lĩnh vực toán học tương đối nhanh, dễ dàng, sâu sắc trong những điều kiện ngang nhau.

Cấu trúc của năng lực toán học:

- Về mặt thu nhập thông tin.
- Chế biến các thông tin đó.
- Lưu trữ thông tin.
- Thành phần tổng hợp chung.

Các mức độ năng lực: **Nhận biết - Thông hiểu - Vận dụng - Vận dụng cao.**

2.2. Thực trạng của đề tài.

2.2.1. Thuận lợi

- Bản thân tôi luôn cố gắng tìm tòi, sáng tạo, tự học và tự nghiên cứu.
- Có một số học sinh chăm ngoan chăm học có tố chất, tư duy, nhiệt tình mong muốn tìm hiểu khám phá những vấn đề mới của toán học.

2.2.2. Khó khăn

Đặc thù môn Toán là rất trừu tượng nên học sinh có phần e ngại khi học môn Toán, đặc biệt là môn hình chứ chưa nói gì đến việc tìm tòi sáng tạo, tự nghiên cứu về toán.

2.2.3. Thực trạng của đề tài.

- Trong giảng dạy nếu đơn thuần chỉ truyền thụ kiến thức cơ bản mà quên đi hoạt động tìm tòi, sáng tạo, nghiên cứu thì bản thân người giáo viên sẽ bị mai một kiến thức và học sinh cũng bị hạn chế khả năng suy luận, tư duy sáng tạo.
- Một số học sinh mang khuynh hướng học đối phó để thi nên không hiểu sâu, hiểu rộng vấn đề nào đó của toán học.

2.3. Giải quyết vấn đề

Bảng mô tả các mức yêu cầu cần đạt cho mỗi loại bài tập trong đề tài

Nội dung	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao
Phương trình đường tròn	Nhận biết được phương trình đường tròn.	Trong các phương trình đã cho, biết được phương trình nào là phương trình đường tròn.	Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp, bàng tiếp một tam giác cho trước.	Sử dụng các bài toán hình học cơ bản ở lớp 9 để giải bài tập.
Phương trình tiếp tuyến của đường tròn	Biết được đường thẳng có là tiếp tuyến của đường tròn không?	Viết được phương trình tiếp tuyến của đường tròn tại 1 điểm.	Viết được phương trình tiếp tuyến biết phương của tiếp tuyến, biết đi qua 1 điểm.	Viết phương trình tiếp tuyến chung, các bài toán tổng hợp liên quan đến tiếp tuyến.
Các bài toán về vị trí tương đối của đường thẳng với đường tròn, của hai đường tròn.	Xét được vị trí tương đối của đường thẳng với đường tròn, 2 đường tròn.	Viết được phương trình đường tròn có yếu tố vị trí tương đối của đường thẳng với đường tròn, 2 đường tròn.	Sử dụng các bài toán hình học cơ bản ở lớp 9 để giải bài tập.	Biện luận số nghiệm của hệ phương trình, tìm điều kiện để hệ có nghiệm,...

2.3.1. Câu hỏi mức độ nhận biết

2.3.1.1. Phương trình đường tròn:

Bài 1. Xác định tâm và bán kính các đường tròn sau:

a. $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 1$ Tâm $I(-3; 2)$, bán kính $R = 1$.

b. $(x - 7)^2 + y^2 = 5$ Tâm $I(7; 0)$, bán kính $R = \sqrt{5}$

c. $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 3 = 0$ Tâm $I(2; 1)$, bán kính $R = 2\sqrt{2}$

Bài 2. Trong các phương trình sau, phương trình đường tròn là

I. $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 9 = 0$

II. $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 = 0$

III. $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 3 = 0$

A. I và II

B. I và III

C. Tất cả

D. II và III

Hướng dẫn: I. $A^2 + B^2 = 1 + 4 = 5 < C = 9 \Rightarrow$ I. không phải là đường tròn

II. $A^2 + B^2 = 1 + 1 = 2 > C = -3 \Rightarrow$ II. là phương trình đường tròn tâm

$I(1; 1)$, $R = \sqrt{5}$

III. $A^2 + B^2 = 9 + 4 = 13 > C = 3 \Rightarrow$ III. là phương trình đường tròn tâm

$I(3; -2)$, $R = \sqrt{10}$

(Chọn D)

Bài 3. Tìm điều kiện để phương trình sau đây là phương trình của đường tròn:
 $x^2 + y^2 - 2mx - 4(m - 2)y + 6 - m = 0$

- A. $1 < m < 2$ B. $-1 < m < 1$ C. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$

Hướng dẫn

$$a^2 + b^2 - c > 0 \iff m^2 + 4(m - 2)^2 - 6 + m > 0 \iff m^2 - 3m + 2 > 0 \iff \begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases} \text{ (Chọn C)}$$

2.3.1.2. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn

Bài 1. Phương trình tiếp tuyến với đường tròn: $x^2 + y^2 + 4x + 4y - 17 = 0$ tại điểm $M(2; 1)$ là:

- A. $4x + 3y - 11 = 0$ B. $3x + 4y + 11 = 0$ C. $5x - 2y + 3 = 0$ D. $8x + 6y - 11 = 0$

Hướng dẫn

$$x^2 + y^2 + 4x - 17 = 0 \iff (x + 2)^2 + (y + 2)^2 = 25 \text{ (C)}$$

Tâm $I(-2; -2)$, $IM(4; 3)$.

Tiếp tuyến với (C) tại M nhận IM làm véc tơ pháp tuyến

$\Rightarrow$ phương trình là: $4(x - 2) + 3(y - 1) = 0 \iff 4x + 3y - 11 = 0$ (Chọn A).

Nhận xét: Ta có thể viết theo cách phân đôi tọa độ như sau

Ta viết phương trình thành: $x \cdot x_0 + y \cdot y_0 + 2(x + x_0) + 2(y + y_0) - 17 = 0$

Sau đó thay $x_0 = 2, y_0 = 1$ được: $2x + y + 2(x + 2) + 2(y + 1) - 17 = 0$

$$\Leftrightarrow 4x + 3y - 11 = 0$$

Chú ý: Luôn sử dụng tính chất bán kính tại tiếp điểm vuông góc với đường tiếp tuyến để lấy véc tơ pháp tuyến là IM

2.3.1.3. Các bài toán về vị trí tương đối, tương giao

Bài 1. Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$.

Tìm mệnh đề sai:

- A. (C) có tâm $(2; 2)$ bán kính $R = 1$
 B. (C) nằm trong góc phần tư thứ nhất
 C. (C) không tiếp xúc với các trục tọa độ
 D. (C) cắt đường phân giác góc phần tư thứ III tại 2 điểm.

Hướng dẫn

(C) ~~phương trình~~ $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 1$ nên tâm $I(2; 2), R = 1 \Rightarrow$ (C) nằm trong góc phần tư thứ nhất và (C) không tiếp xúc với các trục tọa độ

$$\Delta: y + x = 0 \Rightarrow d(I, \Delta) = \frac{|2 + 2|}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} > 1 \text{ do đó (Chọn D).}$$

Bài 2. Trong các phương trình sau đây, phương trình nào biểu diễn đường tròn đi qua $M(4; 2)$ và tiếp xúc với 2 trục tọa độ:

- A. $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 8 = 0$ B. $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 8 = 0$
 C. $x^2 + y^2 - 8x - 8y + 2 = 0$ D. $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$

Nhận xét: Đường tròn tiếp xúc với 2 trục toạ độ nên có tâm thuộc đường thẳng $y = x$ hoặc $y = -x$.

Hướng dẫn: Điểm $M \in$ góc phần tư thứ nhất nên loại trường hợp $y = -x$.

$$I(a; a), R = a: (x - a)^2 + (y - a)^2 = a^2 \quad (C)$$

$$(C) \text{ qua } M(4; 2) \Rightarrow (4 - a)^2 + (2 - a)^2 = a^2 \Rightarrow a_1 = 10, a_2 = 2$$

$$\Rightarrow (C): \begin{cases} x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0 \\ x^2 + y^2 - 20x - 20y + 100 = 0 \end{cases} \quad (\text{Chọn D})$$

Bài 3. Cho $(C): x^2 + y^2 + 6x + 4y + 9 = 0, \Delta: x - y + 2 = 0$. Tìm mệnh đề sai:

A. (C) có tâm $I(-3; -2), R = 2$.

B. Δ cắt (C) tại 2 điểm

C. (C) tiếp xúc với 1 trục toạ độ

D. $M\left(\frac{\sqrt{7}+7}{2}; \frac{\sqrt{7}-7}{2}\right)$ là một giao điểm của (C) và Δ

Hướng dẫn

$(C): (x + 3)^2 + (y + 2)^2 = 4$. Tâm $I(-3; -2), R = 2 \Rightarrow (C)$ tiếp xúc với Oy

$$\text{Hệ } \begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + 6x + 4y + 9 = 0 \end{cases} \text{ có hai nghiệm } \left(\frac{\sqrt{7}-7}{2}; \frac{\sqrt{7}-3}{2}\right), \left(\frac{-\sqrt{7}-7}{2}; \frac{-\sqrt{7}-3}{2}\right)$$

(Chọn D)

Nhận xét: Ta cũng có thể tính khoảng cách từ tâm đến đường thẳng để suy ra chúng cắt nhau tại hai điểm vì khoảng cách này nhỏ hơn bán kính.

Bài 4. Cho $(C_1): (x + 4)^2 + (y + 1)^2 = 25, (C_2): x^2 + y^2 - 6x + 4y - 23 = 0$. Tìm mệnh đề đúng

A. $(C_1) \cap (C_2) = \emptyset$

B. (C_1) tiếp xúc trong với (C_2)

C. (C_1) tiếp xúc ngoài với (C_2)

D. $\Delta: 7x + 24y + 177 = 0$ là một tiếp tuyến chung của $(C_1), (C_2)$

Hướng dẫn

(C_1) có $I_1(-4; -1), R_1 = 5, (C_2): (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 36$ có tâm $I_2(3; -2), R_2 = 6$

$$d(I_1, I_2) = \sqrt{49 + 1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}, R_2 - R_1 < d < R_1 + R_2 \Rightarrow (C_1) \text{ cắt } (C_2) \text{ tại 2 điểm}$$

$$d(I_1; \Delta_1) = \frac{|-28 - 24 + 177|}{\sqrt{49 + 576}} = \frac{125}{25} = 5 = R, d(I_2; \Delta_1) = \frac{|21 - 48 + 177|}{25} = 6 = R_2$$

(Chọn D)

Bài 5. Viết phương trình đường tròn có tâm $I(1; -2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x + y - 2 = 0$.

Hướng dẫn

$$\text{Bán kính đường tròn là } R = d(I, \Delta) = \frac{3}{\sqrt{2}}.$$

Do đó đường tròn cần tìm có phương trình: $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = \frac{9}{2}$.

Nhận xét: Điều kiện cần và đủ để đường thẳng tiếp xúc đường tròn là khoảng cách từ tâm đến đường thẳng bằng bán kính.

2.3.2. Câu hỏi mức độ thông hiểu

2.3.2.1. Phương trình đường tròn

Bài 1. Xác định tâm và bán kính đường tròn $3x^2 + 3y^2 + 4x + 1 = 0$

Viết lại PT đường tròn $x^2 + y^2 + \frac{4}{3}x + \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow I\left(-\frac{2}{3}; 0\right)$, bán kính $R = \frac{1}{3}$

Bài 2. Phương trình đường tròn đường kính AB với $A(1; 1)$, $B(7; 5)$ là

A. $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 12 = 0$

B. $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 10 = 0$

C. $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 12 = 0$

D. $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 7 = 0$

Hướng dẫn

Tâm $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right) = (4; 3)$, $R = IA = \sqrt{(4-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{13}$

Phương trình đường tròn: $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 13 \Rightarrow x^2 + y^2 - 8x - 6y + 12 = 0$
(Chọn C).

Bài 3. Viết phương trình đường tròn đường kính AB với $A(3; 1)$ và $B(2; -2)$.

ĐS: $\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{2}$

Bài 4. Phương trình đường tròn qua ba điểm $M(6; -2)$, $N(-2; 4)$, $P(5; 5)$ là

A. $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 20 = 0$

B. $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$

C. $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 10 = 0$

D. $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 7 = 0$

Hướng dẫn

Phương trình (C) có dạng: $x^2 + y^2 + 2Ax + 2By + C = 0$ đk $A^2 + B^2 > C$

Cho (C) qua 3 điểm M, N, P

Giải hệ phương trình ta được (C): $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$. (Chọn B)

Chú ý: Lựa chọn phương trình đường tròn ở dạng 2.

$$x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$$

Bài 5. Viết phương trình đường tròn đi qua 3 điểm $M(1; 2)$, $N(5; 2)$, $P(1; -3)$

Cách 1: Sử dụng kiến thức ở bài cũ

Gọi $I(x; y)$ và R là tâm và bán kính của đường tròn đi qua 3 điểm M, N, P

Từ điều kiện $IM = IN = IP$ ta có hệ:

$$\begin{cases} (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = (x - 5)^2 + (y - 2)^2 \\ (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = (x - 1)^2 + (y + 3)^2 \end{cases}$$

Nghiệm của hệ $x = 3, y = -\frac{1}{2}$

Vậy PT là $(x - 3)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{41}{4}$.

Cách 2: $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$

Thay tọa độ M, N, P vào phương trình ta có hệ 3 phương trình 3 ẩn và tìm được $a = -3, b = \frac{1}{2}, c = -1$.

Vậy phương trình là $x^2 + y^2 - 6x + y - 1 = 0$.

Bài 6. Viết phương trình đường tròn có bán kính 5, tâm thuộc Ox và qua $A(2; 4)$

Hướng dẫn:

Vì tâm I thuộc Ox nên $I(h; 0)$.

Ta có $IA = R \Leftrightarrow (h - 2)^2 + (4 - 0)^2 = 25 \Leftrightarrow (h - 2)^2 = 9 \Leftrightarrow h = 5, h = -1$.

Do đó đường tròn cần tìm có phương trình: $(x - 5)^2 + y^2 = 25, (x + 1)^2 + y^2 = 25$.

Bài 7. Viết phương trình đường tròn qua $A(0; 2), B(-1; 1)$ và có tâm trên đường thẳng $d: 2x + 3y = 0$

Hướng dẫn:

Phương trình đường tròn có dạng: (C): $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$

(C) qua $A(0; 2)$: $4b + c = -4$

(C) qua $B(-1; 1)$: $-2a + 2b + c = -2$

Tâm $I(-a; -b) \in \Delta$: $2a + 3b = 0$

Giải hệ ta được $a = -3, b = 2, c = -12$.

Phương trình đường tròn là: $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$.

Nhận xét: Ta có thể làm như sau:

Gọi $I(a; b)$. Do I thuộc d nên $IA = IB = R$, có hệ phương trình

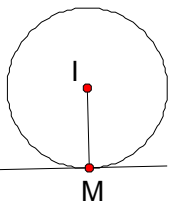
$2a + 3b = 0$ và $a^2 + (2 - b)^2 = (a + 1)^2 + (1 - b)^2$

Giải hệ tìm ra kết quả.

2.3.2.2. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn

Bài 1. Viết phương trình tiếp tuyến (PTTT) với đường tròn $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 25$ tại điểm nằm trên đường tròn có hoành độ -1 .

Hướng dẫn

	Đường tròn có tâm $I(3; -1)$, bán kính $R = 5$ Tiếp điểm có $x_0 = -1$ nên $y_0 = 2$ hoặc $y_0 = -4$ Với $T(-1; 2)$, tiếp tuyến vuông góc với $\overline{IT}(-4; 3)$ nên có pt là $-4(x + 1) + 3(y - 2) = 0$ hay $-4x + 3y - 10 = 0$. Với $T(-1; -4)$, tiếp tuyến vuông góc với $\overline{IT}(-4; -3)$ nên có pt là $4(x + 1) + 3(y + 4) = 0$ hay $4x + 3y + 16 = 0$.
---	---

Bài 2. Viết PTTT với đường tròn $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 5 = 0$ tại giao điểm của đường tròn với trục Ox .

Hướng dẫn

Đường tròn có tâm $I(-2; 1)$

Tiếp điểm có tung độ $y_0 = 0$ nên $x_0 = 1$ hoặc $x_0 = -5$

Tiếp tuyến tại $T(1; 0)$ vuông góc với $\overline{IT} = (3; -1)$ có PT: $3x - y - 3 = 0$

Tiếp tuyến tại $T(-5; 0)$ vuông góc với $\overline{IT} = (-3; -1)$ có PT: $3x + y + 15 = 0$.

Bài 3. Viết PTTT với đường tròn $x^2 + y^2 = 2$ biết tiếp tuyến có hệ số góc là 1.

Hướng dẫn

Đường tròn đã cho có tâm $O(0; 0)$, bán kính $\sqrt{2}$.

Đường thẳng d có hệ số góc 1 nên có PT: $x - y + m = 0$

$$d \text{ tiếp xúc } (C) \Leftrightarrow d(O; d) = R \Leftrightarrow \frac{|m|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow m = \pm 2$$

Vậy phương trình d là $x - y + 2 = 0$, $x - y - 2 = 0$

Bài 4. Viết PTTT với đường tròn $(C): x^2 + (y - 1)^2 = 25$ biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $3x - 4y = 0$.

Hướng dẫn

Đường tròn có tâm $I(0; 1)$, $R = 5$.

d vuông góc $3x - 4y = 0$ nên có pt $4x + 3y + m = 0$.

d tiếp xúc (C)

$$\Leftrightarrow d(I; d) = R \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 0 + 3 \cdot 1 + m|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 5 \Leftrightarrow |3 + m| = 25 \Leftrightarrow m = 22, m = -28.$$

Vậy có hai PTTT là $4x + 3y + 22 = 0$, $4x + 3y - 28 = 0$.

Bài 5. Viết PTTT với đường tròn $(C): x^2 + (y - 1)^2 = 25$ biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = 2$.

ĐS: $x + 5 = 0$, $x - 5 = 0$.

Chú ý: HS hay dùng điều kiện song song, vuông góc theo hệ số góc k , nhưng cách giải đó không tổng quát vì HS sẽ gặp khó khăn khi làm bài 6. GV nên hướng dẫn HS viết phương trình theo véc tơ pháp tuyến (VTPT) hoặc véc tơ chỉ phương (VTCP).

Bài 6. Viết PTTT với đường tròn $(C): x^2 + (y - 1)^2 = 25$ biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = 2$.

ĐS: $x + 5 = 0$, $x - 5 = 0$

Bài 7. Cho đường tròn đường tròn $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$, điểm $A(-1; 2)$.

a. Chứng minh rằng điểm A nằm ngoài đường tròn.

b. Kẻ tiếp tuyến AT với đường tròn, T là tiếp điểm. Tính độ dài AT .

c. Viết PTTT AT kẻ từ A với đường tròn.

d. Gọi T_1, T_2 là các tiếp điểm của tiếp tuyến qua A , tính đoạn $T_1 T_2$.

Hướng dẫn

a. $I(2; 1)$, $R = \sqrt{4 + 1 + 4} = 3$, $A(-1; 2) \Rightarrow \overline{AI} = (3; -1) \Rightarrow AI = \sqrt{10} > R = 3$ do đó A nằm ngoài đường tròn.

b. $AT^2 = AI^2 - IT^2 = 10 - 9 = 1 \Rightarrow AT = 1$.

c. Phương trình d qua $A(-1; 2)$ có dạng $a(x+1) + b(y-2) = 0$

hay $ax + by + a - 2b = 0$

$$d \text{ tiếp xúc } (C) \Leftrightarrow \frac{|2a+b+a-2b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=3 \Leftrightarrow (3a-b)^2=9(a^2+b^2)$$

$$\Leftrightarrow b(8b+6a)=0 \Leftrightarrow b=0, a=-\frac{4b}{3}$$

+) $b=0$ PTTT là $x=-1$.

+) $a=-\frac{4}{3}b$ thì PTTT là $4x-3y+10=0$.

d. $\frac{1}{TH^2}=\frac{1}{TI^2}+\frac{1}{AT^2}$ suy ra $TH^2=\frac{90}{19}$ suy ra $T_1T_2=\frac{6\sqrt{190}}{19}$

Bài 8. Cho hai đường tròn $(C): x^2+y^2=1$ và $(C'): (x-2)^2+(y-3)^2=4$.

Viết phương trình tiếp tuyến chung trong của hai đường tròn.

Hướng dẫn

(C) có tâm $O, R=1$. (C') có tâm $I(2; 3)$, bán kính $R'=2$

PTTT chung Δ có dạng: $ax+by+c=0$ ($a^2+b^2 \neq 0$) thỏa mãn các điều kiện:

$$\begin{cases} d(O, \Delta) = \frac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 1 \\ d(I, \Delta) = \frac{|2a+3b+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 1 & (1) \\ 2a+3b+c = -2c & (2) \end{cases} \\ c(2a+3b+c) < 0 \end{cases}$$

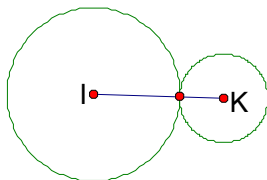
Từ (2) $c=-\frac{2a+3b}{3}$ thế vào (1) và bình phương:

$$a^2+b^2=\left(\frac{2a+3b}{3}\right)^2 \Leftrightarrow 5a^2-12ab=0 \Leftrightarrow a=0, a=\frac{12b}{5}$$

Vậy có 2 PTTT cần tìm là: $y-1=0$ và $12x+5y-13=0$.

2.3.2.3. Các bài toán về vị trí tương đối, tương giao

Bài 1. Viết phương trình đường tròn có tâm $I(2; -1)$ và tiếp xúc ngoài với đường tròn: $(x-5)^2+(y-3)^2=9$



Đường tròn trên có tâm $K(5;3)$, bán kính $r=3$

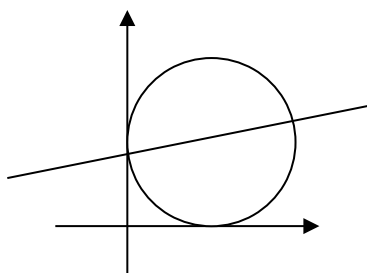
Đường tròn $(I; R)$ cần tìm tiếp xúc ngoài với (K) khi và chỉ khi $IK=R+r$

$$\text{Mà } IK=\sqrt{(5-2)^2+(3+1)^2}=5 \Rightarrow R=5-r=2$$

Vậy PT đường tròn (I) là $(x-2)^2+(y+1)^2=4$.

Bài 2. Viết phương trình đường tròn tiếp xúc với hai trục và có tâm nằm trên đường thẳng $2x-y-3=0$

Hướng dẫn



Gọi $I(h; k)$ là tâm và R là bán kính đường tròn.

Ta có (I) tiếp xúc với Ox, Oy nên:

$$d(I, Ox) = d(I, Oy) \Leftrightarrow |h| = |k| \Leftrightarrow \begin{cases} h = k \\ h = -k \end{cases}$$

Mặt khác $I \in \Delta \Rightarrow 2h - k - 3 = 0$. Do đó:

$$\begin{cases} h = k = 3 \Rightarrow R = 3 \\ h = 1, k = -1 \Rightarrow R = 1 \end{cases}$$

PT đường tròn cần tìm là:

$$(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 9, \quad (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 1.$$

2.3.3. Câu hỏi mức độ vận dụng.

2.3.3.1. Phương trình đường tròn

Bài 1. Viết phương trình đường tròn qua $A(5; 3)$ và tiếp xúc đường thẳng $d: x + 3y + 2 = 0$ tại điểm $T(1; -1)$

Hướng dẫn

Phương trình đường tròn: $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$

(C) qua $A(5; 3)$: $10a + 6b + c = -34$

(C) qua $T(1; -1)$: $2a - 2b + c = -2$

Tâm $I(-a; -b)$ thuộc đường thẳng vuông góc với $d: x + 3y + 2 = 0$ tại $T(1; -1)$ có PT $3(x - 1) - (y + 1) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - 4 = 0 \Rightarrow -3a + b = 4$

Giải hệ ta được: $a = b = -2, c = -2$.

Vậy phương trình đường tròn $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 2 = 0$

Nhận xét: Một lần nữa ta thấy hiệu quả của tính chất bán kính tại tiếp điểm vuông góc với tiếp tuyến.

Bài 2. Cho $d: x - 7y + 10 = 0$, (C): $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ và $A(1; -2)$.

Lập phương trình (C_1) đi qua giao điểm của d và (C) và A.

Hướng dẫn

Toạ độ giao điểm là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x - 7y + 10 = 0 \\ x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7y - 10 \\ 50y^2 - 150y + 100 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1, x = -3 \\ y = 2, x = 4 \end{cases}$$

Vậy có 2 giao điểm $B(-3; 1), C(4; 2)$.

Phương trình đường tròn đi qua 3 điểm A, B, C là:

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{25}{2} \text{ hay } x^2 + y^2 - x - 3y - 10 = 0.$$

Bài 3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn

(C): $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$. CMR điểm $M(2; 1)$ nằm trong (C). Viết phương trình đường thẳng qua M cắt (C) tại A, B sao cho M là trung điểm của AB .

Hướng dẫn

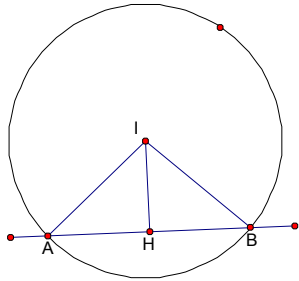
+ (C) có tâm $I(1; 2), R = 3$.

+ $IM = \sqrt{2} < 3 = R$ nên điểm M nằm trong (C) .

+ $\triangle IAB$ cân tại I có M là trung điểm AB nên $IM \perp AB$ do đó PT $AB: x - y - 1 = 0$.

2.3.3.2. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn

Bài 1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $I\left(1; \frac{1}{4}\right)$ và đường thẳng $d: 2x - 5y + 21 = 0$. Lập phương trình đường tròn (C) có tâm I sao cho (C) cắt d theo dây cung $AB = \sqrt{29}$? Viết phương trình các tiếp tuyến của (C) tại A và tại B
Hướng dẫn



$$\text{Kẻ } IH \perp d \Rightarrow R = IA = \sqrt{\frac{AB^2}{4} + IH^2}$$

$$IH = d(I, d) = \frac{\left|2 \cdot 1 - 5 \cdot \frac{1}{4} + 21\right|}{\sqrt{2^2 + 5^2}} = \frac{3\sqrt{29}}{4} \Rightarrow R = \sqrt{\frac{377}{16}}$$

$$\text{Vậy phương trình } (C) \text{ là } (x - 1)^2 + \left(y - \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{377}{16}$$

$$\text{Hay } x^2 + y^2 - 2x - \frac{1}{2}y - \frac{45}{2} = 0.$$

A, B là giao điểm của (C) và d nên $A(2; 5), B(-3; 3)$.

$\vec{IA} = \left(1; \frac{19}{4}\right)$ là véc tơ pháp tuyến của tiếp tuyến tại A

nên có PT:

$$1(x - 2) + \frac{19}{4}(y - 5) = 0 \text{ hay } 4x + 19y - 103 = 0.$$

Tương tự có tiếp tuyến tại B là $11x + 16y - 15 = 0$.

2.3.3.3. Các bài toán về vị trí tương đối, tương giao

Cho đường tròn $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 25$ và điểm $M(1; 1)$

a. CMR M nằm trong đường tròn.

b. Kẻ dây cung AB qua M và vuông góc với IM . Tính độ dài AB .

Hướng dẫn

$$\text{a. } I(3; 1), M(1; 1) \Rightarrow \vec{IM} = (-2; 0) \Rightarrow IM = 2 < R = 5.$$

b. **Cách 1.** Phương trình đường thẳng AB qua M và nhận IM là véc tơ pháp tuyến là: $-2(x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

$$MA^2 = R^2 - IM^2 = 25 - 4 = 21 \Rightarrow MA = \sqrt{21} \Rightarrow AB = 2\sqrt{21}.$$

Cách 2. Tọa độ A, B thỏa mãn hệ:

$$\begin{cases} x = 1 \\ (x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ (y - 1)^2 = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \pm \sqrt{21} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } A(1; 1 - \sqrt{21}), B(1; 1 + \sqrt{21}) \Rightarrow AB = 2\sqrt{21}.$$

2.3.4. Câu hỏi mức độ vận dụng cao:

2.3.4.1. Phương trình đường tròn

Bài 1. (ĐH B – 2005).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2;0), B(6;4)$. Viết phương trình đường tròn (C) tiếp xúc với trục hoành tại điểm A và có khoảng cách từ tâm của (C) đến điểm B bằng 5.

Hướng dẫn

$$I(a;b) \Rightarrow \overline{IA}(2-a;0-b) \perp Ox \Leftrightarrow \overline{IA}(2-a;-b) \perp i(1;0) \\ \Leftrightarrow 2-a=0 \Leftrightarrow a=2 \text{ do đó } I(2;b)$$

$$IB=5 \Leftrightarrow (6-2)^2 + (b-4)^2 = 25 \Leftrightarrow (b-4)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} b=7 \\ b=1 \end{cases}$$

Với $b=7 \Rightarrow IA=7$ PT đường tròn là $(x-2)^2 + (y-7)^2 = 49$

Với $b=1 \Rightarrow IA=1$ PT đường tròn là $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$

Bài 2. Trong hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 2y - 23 = 0$. Viết phương trình đường thẳng qua $A(7;3)$ cắt (C) tại B, C sao cho $AB - 3AC = 0$.

Hướng dẫn

Gọi H là trung điểm BC , (C) có tâm $I(1;-1), R=5$

$$AB \cdot AC = AI^2 - R^2 \Leftrightarrow 3AC^2 = 27 \Leftrightarrow AC=3, AB=9 \Rightarrow AH=6 \Rightarrow IH=4$$

Lập PT đường thẳng qua $(7;3)$ có $n=(a;b)$ cách I một đoạn bằng 4.

$$a(x-7)+b(y-3)=0.$$

$$d(I,\Delta)=4 \Leftrightarrow |3a+2b|=2\sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow a=0, a=-12, b=5.$$

Vậy phương trình là $y=3, -12x+5y+69=0$.

Bài 3. Trong hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 2y - 23 = 0$. Viết phương trình đường thẳng qua $A(7;3)$ cắt (C) tại B, C sao cho $AB - 3AC = 0$.

Hướng dẫn

Gọi H là trung điểm BC . (C) có tâm $I(1;-1), R=5$

Có

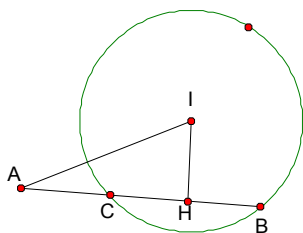
$$AB \cdot AC = AI^2 - R^2 \Leftrightarrow 3AC^2 = 27 \Leftrightarrow AC=3, AB=9 \Rightarrow AH=$$

Lập PT đường thẳng qua $(7;3)$ có $n=(a;b)$ cách I một đoạn bằng 4

$$a(x-7)+b(y-3)=0.$$

$$d(I,\Delta)=4 \Leftrightarrow |3a+2b|=2\sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow a=0, a=-12, b=5$$

Vậy phương trình là $y=3, -12x+5y+69=0$.



Bài 4. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$. Tìm M thuộc trục tung sao cho qua M kẻ được hai tiếp tuyến của (C) mà góc giữa hai tiếp tuyến đó bằng 60° .

Hướng dẫn

(C) có tâm $I(3;0)$ và bán kính $R = 2$; $M \in Oy \Rightarrow M(0;m)$

Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA và MB (A và B là hai tiếp điểm)

Vậy $\begin{cases} \angle AMB = 60^\circ & (1) \\ \angle AMB = 120^\circ & (2) \end{cases}$ Vì MI là phân giác của $\angle AMB$

$$(1) \Leftrightarrow \angle AMI = 30^\circ \Leftrightarrow MI = \frac{IA}{\sin 30^\circ} \Leftrightarrow MI = 2R \Leftrightarrow \sqrt{m^2 + 9} = 4 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{7}$$

$$(2) \Leftrightarrow \angle AMI = 60^\circ \Leftrightarrow MI = \frac{IA}{\sin 60^\circ} \Leftrightarrow MI = \frac{2\sqrt{3}}{3}R \Leftrightarrow \sqrt{m^2 + 9} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ Vô nghiệm}$$

Vậy có hai điểm $M_1(0;\sqrt{7})$ và $M_2(0;-\sqrt{7})$.

2.3.4.2. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn

Tìm m để hệ phương trình sau có đúng hai nghiệm $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2(m+1) \\ (x+y)^2 = 4 \end{cases}$

$$(x+y)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=2 & d_1 \\ x+y=-2 & d_2 \end{cases}$$

$$(C_m): x^2 + y^2 = 2(m+1) \quad (m \geq -1)$$

Để hệ có hai nghiệm thì (C_m) phải tiếp xúc với d_1, d_2

$$R = OH = d(O, d_1) = d(O, d_2) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{2(m+1)} = \sqrt{2} \Leftrightarrow m = 0$$

Nhận xét: Đây là bài toán khéo léo chuyển về sự tương giao của đường thẳng và đường tròn.

2.3.4.3. Các bài toán về vị trí tương đối, tương giao

Bài 1.(ĐH D-2003). Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ và đường thẳng $d: x - y - 1 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C') đối xứng với đường tròn (C) qua d . Tìm toạ độ các giao điểm của (C) và (C') .

Hướng dẫn

+ Đường tròn có tâm $I(1;2), R=2$

+ Đường thẳng Δ qua I và vuông góc với $d \Rightarrow \Delta: x + y + 3 = 0$

+ H là giao điểm của d và $\Delta \Rightarrow H(2;1)$.

+ I' đối xứng với I qua H nên $I'(3;0)$ do đó $(C'): (x-3)^2 + y^2 = 4$

+ Tọa độ giao điểm là H nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} (x-3)^2 + y^2 = 4 \\ (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)^2 + y^2 = 4 \\ x-y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y-1+3)^2 + y^2 = 4 \\ x=y+1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (y-2)^2 + y^2 = 4 \\ x=y+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y^2 - 4y = 0 \\ x=y+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=0, x=1 \\ y=2, x=3 \end{cases}$$

Bài 2. (ĐH D–2006 CB). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ và đường thẳng $d: x - y + 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên d sao cho đường tròn tâm M , có bán kính gấp đôi bán kính đường tròn (C) , tiếp xúc ngoài với đường tròn (C) .

Hướng dẫn

+ $(C): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1 \Rightarrow I(1;1), R=1$

+ $M \in d \Rightarrow M(m; m+3)$

+ $(I,1)$ tiếp xúc với M

$$\Leftrightarrow IM = 1 + 2 = 3 \Leftrightarrow (m-1)^2 + (m+2)^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 + 2m - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \Rightarrow M(1;4) \\ m=-2 \Rightarrow M(-2;1) \end{cases}$$

Bài 3. (ĐHB–2009 CB). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-2)^2 + y^2 = \frac{4}{5}$ và hai đường thẳng $\Delta_1: x-y=0, \Delta_2: x-7y=0$.

Xác định tọa độ tâm K và tính bán kính của đường tròn (C_1) biết đường tròn (C_1) tiếp xúc với các đường thẳng Δ_1, Δ_2 và tâm K thuộc đường tròn (C) .

Hướng dẫn

Gọi $K(a;b)$

$$+ K \in (C) \Leftrightarrow (a-2)^2 + b^2 = \frac{4}{5} \quad (1)$$

$$+ \text{đường tròn } (C_1) \text{ tiếp xúc với các đường thẳng } \Delta_1, \Delta_2 \Leftrightarrow d(K, \Delta_1) = d(K, \Delta_2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{|a-b|}{\sqrt{2}} = \frac{|a-7b|}{\sqrt{50}} \Leftrightarrow 25(a-b)^2 = (a-7b)^2 \quad (2)$$

$$\text{Từ (2) ta có } 24a^2 - 36ab - 24b^2 = 0 \Leftrightarrow 2a^2 - 3ab - 2b^2 = 0 \Leftrightarrow (a-2b)(2a+b) = 0$$

Với $a=2b$ thay vào (1) ta có:

$$4b^2 - 8b + b^2 + \frac{16}{5} = 0 \Leftrightarrow 5b^2 - 8b + \frac{16}{5} = 0 \Leftrightarrow b = \frac{4}{5} \Rightarrow a = \frac{8}{5}$$

Với $b=-2a$ thay vào (1) ta có $a^2 - 4a + 4a^2 + \frac{16}{5} = 0 \Leftrightarrow 5a^2 - 4a + \frac{16}{5} = 0$ vô nghiệm.

Vậy $K\left(\frac{8}{5}; \frac{4}{5}\right), R = \frac{2\sqrt{2}}{5}$.

Bài 4. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai đường tròn:

$(C): x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$, và $(C'): x^2 + y^2 + 4x - 5 = 0$ cùng đi qua $M(1; 0)$.

Viết phương trình đường thẳng qua M cắt hai đường tròn $(C), (C')$ lần lượt tại A, B sao cho: $MA = 2MB$.

Hướng dẫn

+) Gọi tâm và bán kính của $(C), (C')$ lần lượt là $I(1; 1), I'(-2; 0)$ và $R = 1, R' = 3$, đường thẳng d qua M có phương trình

$$a(x - 1) + b(y - 0) = 0 \Leftrightarrow ax + by - a = 0, (a^2 + b^2 \neq 0) \quad (*)$$

+) Gọi H, H' lần lượt là trung điểm của AM, BM .

Khi đó ta có: $MA = 2MB \Leftrightarrow \sqrt{IA^2 - IH^2} = 2\sqrt{I'A^2 - I'H'^2}$

$$\Leftrightarrow 1 - (d(I; d))^2 = 4[9 - (d(I'; d))^2], IA > IH.$$

$$\Leftrightarrow 4(d(I'; d))^2 - (d(I; d))^2 = 35 \Leftrightarrow 4 \cdot \frac{9a^2}{a^2 + b^2} - \frac{b^2}{a^2 + b^2} = 35$$

$$\Leftrightarrow \frac{36a^2 - b^2}{a^2 + b^2} = 35 \Leftrightarrow a^2 = 36b^2$$

$$\text{Để thấy } b \neq 0 \text{ nên chọn } b = 1 \Rightarrow \begin{cases} a = -6 \\ a = 6 \end{cases}.$$

Kiểm tra điều kiện $IA > IH$ rồi thay vào $(*)$ ta có hai đường thẳng thỏa mãn.

Một số bài tập trắc nghiệm:

Bài 1. Phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn

I. $x^2 + y^2 - 4x + 15y - 12 = 0$

II. $x^2 + y^2 - 3x + 4y + 20 = 0$

III. $2x^2 + 2y^2 - 4x + 6y + 1 = 0$

A. Chỉ I

B. Chỉ II

C. Chỉ III

D. Chỉ I và III

Bài 2. Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$. Hỏi mệnh đề nào sau đây **Sai**

A. (C) có tâm $I(2; 0)$

B. (C) có bán kính $R = 1$

C. (C) cắt trục Ox tại hai điểm

D. (C) cắt trục Oy tại hai điểm

Bài 3. Phương trình $\begin{cases} x = 2 + 4\sin t \\ y = -3 + 4\cos t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ là phương trình đường tròn có

A. Tâm $I(-2; 3)$, bán kính $R = 4$

B. Tâm $I(2; -3)$, bán kính $R = 4$

C. Tâm $I(-2; 3)$, bán kính $R = 16$

D. Tâm $I(2; -3)$, bán kính $R = 16$

Bài 4. Cho hai điểm $A(-4; 2)$ và $B(2; -3)$. Tập hợp điểm $M(x; y)$ thỏa mãn

$MA^2 + MB^2 = 31$ có phương trình là

A. $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 1 = 0$

B. $x^2 + y^2 - 6x - 5y + 1 = 0$

C. $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 22 = 0$

D. $x^2 + y^2 + 2x + 6y - 22 = 0$

Bài 5. Có một đường tròn đi qua hai điểm A(1 ; 3), B(-2 ; 5) và tiếp xúc với đường thẳng d: $2x - y + 4 = 0$. Khi đó

- A. Phương trình đường tròn là $x^2 + y^2 - 3x + 2y - 8 = 0$
- B. Phương trình đường tròn là $x^2 + y^2 + 3x - 4y + 6 = 0$
- C. Phương trình đường tròn là $x^2 + y^2 - 5x + 7y + 9 = 0$
- D. Không có đường tròn nào thỏa mãn bài toán.

Bài 6. Đường tròn (C) tiếp xúc với trục tung tại điểm A(0 ; -2) và đi qua điểm B(4 ; -2) có phương trình là

- A. $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 4$
- B. $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 4$
- C. $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 4$
- D. $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 4$

Bài 7. Tâm của đường tròn qua 3 điểm A(2; 1), B(2; 5), C(- 2; 1) thuộc đường thẳng có phương trình.

- A. $x - y + 3 = 0$
- B. $x - y - 3 = 0$
- C. $x + y - 3 = 0$
- D. $x + y + 3 = 0$.

Bài 8. Cho đường tròn (C): $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 9$. Phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua điểm A(-5 ; 1) là

- A. $x + y - 3 = 0$ và $x - y - 2 = 0$
- B. $x = 5$ và $y = -1$
- C. $2x - y - 3 = 0$ và $3x + 2y - 2 = 0$
- D. $3x - 2y - 2 = 0$ và $2x + 3y + 5 = 0$

Bài 9. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 5 = 0$. Phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng d: $x + 2y - 15 = 0$ là

- A. $x + 2y = 0$ và $x + 2y - 10 = 0$
- B. $x - 2y = 0$ và $x + 2y + 10 = 0$
- C. $x + 2y - 1 = 0$ và $x + 2y - 3 = 0$
- D. $x - 2y - 1 = 0$ và $x - 2y - 3 = 0$

Bài 10. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 6x - 2y + 5 = 0$ và đường thẳng d đi qua điểm A(-4 ; 2), cắt (C) tại hai điểm M, N sao cho A là trung điểm của MN. Phương trình của đường thẳng d là.

- A. $x - y + 6 = 0$;
- B. $7x - 3y - 34 = 0$;
- C. $7x - 3y + 30 = 0$;
- D. $7x - y + 35 = 0$.

Bài 11. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 6 = 0$ và đường thẳng d: $x - 2y - 3 = 0$ Đường thẳng d' song song với đường thẳng d và chắn trên (C) một dây cung có độ dài bằng $2\sqrt{3}$ có phương trình là

- A. $4x - 3y + 8 = 0$
- B. $4x - 3y - 8 = 0$ hoặc $4x - 3y - 18 = 0$
- C. $4x - 3y - 8 = 0$
- D. $4x + 3y + 8 = 0$

Bài 12. Tìm giao điểm của hai đường tròn

$$C_1: x^2 + y^2 - 4 = 0 \text{ và } C_2: x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$$

- A. $(\sqrt{2}; \sqrt{2})$ và $(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$
- B. $(0 ; 2)$ và $(0; -2)$
- C. $(1 ; 2)$ và $(\sqrt{3}; \sqrt{2})$
- D. $(2 ; 0)$ và $(-2; 0)$

Bài 13. Một đường tròn có tâm I (3; -2) tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x - 5y + 1 = 0$. Hỏi bán kính đường tròn đó bằng bao nhiêu?

- A. 6
- B. $\sqrt{26}$
- C. $\frac{14}{\sqrt{26}}$
- D. $\frac{7}{13}$

Bài 14. Với giá trị nào của m đường thẳng $\Delta: 4x + 3y + m = 0$ tiếp xúc với đường tròn $C: x^2 + y^2 - 9 = 0$

A. $m = -3$ B. $m = 3$ và $m = -3$ C. $m = 3$ D. $m = 15$ và $m = -15$

(Bảng đáp án phần phụ lục)

2.4. Hiệu quả của sáng kiến.

2.4.1. Kết quả thực nghiệm

Để kiểm nghiệm hiệu quả của đề tài nghiên cứu tôi tiến hành giảng dạy theo nội dung của đề tài ở lớp 10B₅ (lớp thực nghiệm) và giảng dạy theo giáo án thông thường tại lớp 10B₃ (lớp đối chứng) - trường THPT Nguyễn Hoàng tỉ lệ học sinh tương đối đồng đều.

Kết quả thực nghiệm thông qua điểm số của bài kiểm tra 45 phút (ở phần phụ lục). Kết quả thu được như bảng sau:

Lớp	Sĩ số	Điểm TB (5 đến 6,4)		Điểm khá (6,5 đến 7,9)		Điểm giỏi (từ 8 trở lên)	
		SL	%	SL	%	SL	%
10B ₃ (Lớp đối chứng)	45	26	57,8	15	33,3	4	8,9
10B ₅ (Lớp thực nghiệm)	45	8	17,7	28	62,3	9	20

Nhận xét: Thông qua bảng trên cho thấy: Lớp thực nghiệm khi sử dụng dạy học theo nội dung của đề tài thì tỉ lệ đạt khá, giỏi cao hơn so với lớp đối chứng và tỉ lệ đạt trung bình giảm so với lớp đối chứng. Cụ thể là:

- Loại giỏi lớp đối chứng là 20% so với lớp thực nghiệm là 8,9%
- Loại khá lớp đối chứng là 62,3% so với lớp thực nghiệm là 33,3%
- Loại trung bình lớp đối chứng là 57,8% so với lớp thực nghiệm là 17,7%

2.4.2. Kết quả chung

Sáng kiến kinh nghiệm của tôi đã giải quyết được những vấn đề sau:

- Giúp học sinh có cái nhìn tổng quát và có hệ thống về bài tập phương trình đường tròn chương trình lớp 10 THPT, từ đó có kĩ năng giải thành thạo các bài toán thuộc chủ đề này.

- Tạo cho học sinh có thói quen tiếp thu kiến thức từ các bài tập cơ bản nâng cao dần tổng quát bài, biết được bài toán trong các đề thi, dần hình thành cho các em khả năng làm việc độc lập, sáng tạo, phát huy tối đa tính tích cực của học sinh theo đúng tinh thần phương pháp mới của Bộ Giáo dục và Đào tạo. Điều quan trọng là tạo cho các em niềm tin, hứng thú khi học tập bộ môn.

Đề tài này đã được bản thân tôi và các đồng nghiệp cùng đơn vị áp dụng trong quá trình dạy học, đặc biệt là trong quá trình bồi dưỡng học sinh giỏi và ôn tập cho học sinh chuẩn bị thi THPT quốc gia. Qua thực tế giảng dạy chuyên đề này tôi thấy các em học sinh không những nắm vững được phương pháp, biết cách vận dụng vào các bài toán cụ thể mà còn rất hứng thú khi học tập chuyên đề này. Khi học trên lớp và qua các lần thi thử đại học, số học sinh làm được bài về đường tròn cao hơn hẳn các năm trước và tốt hơn nhiều so với các em không được học đề tài này.

3. KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

3.1. Kết luận.

Sau một thời gian nghiên cứu và được sự giúp đỡ đóng góp ý kiến của đồng nghiệp đề tài hoàn thành với một số ưu nhược điểm sau:

3.1.1. Ưu điểm.

- Sáng kiến đã đạt được những yêu cầu đặt ra ở phần đặt vấn đề.
- Tìm hiểu và đưa ra hệ thống bài tập tương đối đầy đủ có lời giải chi tiết.
- Phần lớn bài tập đưa ra phù hợp với trình độ nhận thức của học sinh lớp 10 THPT. Bên cạnh đó đề tài đưa ra bài tập khó dành cho học sinh giỏi.
- Giúp học sinh có những bài tập tương tự để phát triển tư duy.

3.1.2. Nhược điểm.

- Hệ thống bài tập chưa phong phú.
- Chưa khai thác sâu các vấn đề đặt ra.

3.1.3. Hướng phát triển.

Do thời gian thực hiện đề tài có hạn nên tôi chỉ đưa ra được một số bài toán để làm sáng tỏ nội dung của đề tài. Tôi sẽ cố gắng dành nhiều thời gian nghiên cứu hơn nữa để bổ sung thêm bài tập là nguồn tài liệu cho bản thân và đồng nghiệp trong quá trình dạy học.

3.2. Kiến nghị.

Qua quá trình áp dụng sáng kiến này tôi thấy để có thể đạt được kết quả cao giáo viên cần lưu ý một số vấn đề sau:

- Dành thời gian để nghiên cứu tài liệu SGK, SGV và tài liệu tham khảo.
- Giáo viên nên khai thác vấn đề ở nhiều khía cạnh khác nhau để củng cố và rèn luyện khả năng tư duy học sinh.

Với tư tưởng luôn học hỏi cầu tiến bộ, hoàn thành tốt nhiệm vụ giáo dục và mong muốn góp sức cho sự nghiệp giáo dục. Vậy kính mong quý thầy(cô) góp ý, bổ sung để đề tài ngày một hoàn thiện hơn và có tác dụng hơn nữa trong quá trình dạy học.

**XÁC NHẬN CỦA THỦ TRƯỞNG
ĐƠN VỊ**

Thanh Hóa, ngày 22 tháng 05 năm 2017
Tôi xin cam đoan đây là SKKN của
mình viết, không sao chép nội dung của
người khác.

Lê Thị Thanh Thủy

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. *Khai thác tiềm năng sách giáo khoa Hình học 10 THPT hiện hành qua một số dạng bài tập điển hình nhằm phát triển năng lực tư duy sáng tạo cho học sinh.* - Luận văn thạc sĩ Khoa học sư phạm - Phạm Xuân Chung, 2001.
2. *Rèn luyện khả năng sáng tạo toán học ở trường phổ thông* - NXB Giáo dục - Hoàng Chúng, 1969.
3. *Những cơ sở của Tâm lý học sư phạm* - NXB Giáo dục - Crutexki V.A, 1980.
4. *Tâm lý năng lực Toán học của học sinh* - Crutexki V.A - NXB Giáo dục, 1973.
5. *Sáng tạo Toán học* - NXB Giáo dục - G. Polya, 1978.
6. *Hình học 10* - Trần Văn Hạo, Nguyễn Mộng Hy - NXB Giáo dục, 2012.
7. *Rèn luyện tư duy qua việc giải bài tập toán* - Nguyễn Thái Hoà - NXB Giáo dục, 2001.
8. *Dạy học sáng tạo môn toán ở trường phổ thông* - Trần Luận - Nghiên cứu giáo dục, 1995.
9. *Phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh thông qua hệ thống bài tập toán* - Trần Luận - Nghiên cứu giáo dục, 1995.
10. *Phương pháp dạy học Hình học ở trường THPT* - Đào Tam - NXB Đại học sư phạm Hà Nội, 2005.
11. Các tài liệu sưu tầm trên mạng Internet, báo Toán học tuổi trẻ, Đề thi Đại học môn Toán các năm.

PHỤ LỤC

1. BẢNG ĐÁP ÁN BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
D	D	B	A	B	C	A	B	A	A	B	C	C	D

2. ĐỀ KIỂM TRA LỚP 10 - MÔN TOÁN

Thời gian: 45 phút

MA TRẬN MỤC TIÊU GIÁO DỤC VÀ MỨC ĐỘ NHẬN THỨC

Chủ đề	Nhận biết 1	Thông hiểu 2	Vận dụng 3	Tổng
Phương trình đường tròn	2 2.0	0 0	0 0	2 2.0
Phương trình tiếp tuyến	0 0.0	1 2.0	1 2	2 4.0
Vị trí tương đối	2 2	0 0	1 2	3 4
Tổng	4 4	1 2	2 4	7 10.0

ĐỀ VÀ ĐÁP ÁN BÀI KIỂM TRA LỚP 10 - MÔN TOÁN

Thời gian: 45 phút

Bài 1. Cho đường tròn $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 25$ và điểm $M(1; 1)$

- Tìm tâm và bán kính của đường tròn.
- CMR M nằm trong đường tròn.
- Kẻ dây cung AB qua M và vuông góc với IM . Tính độ dài đoạn thẳng AB .

Bài 2. Cho đường tròn đường tròn $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$, điểm $A(-1; 2)$.

- Tìm tâm và bán kính của đường tròn
- CMR A nằm ngoài đường tròn.
- Kẻ tiếp tuyến AT với đường tròn, T là tiếp điểm. Tính độ dài AT .
- Viết PTTT AT kẻ từ A với đường tròn.

Đáp án

Bài 1. Cho đường tròn $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 25$ và điểm $M(1; 1)$

- (1 điểm) Tìm tâm và bán kính của đường tròn.
- (1 điểm) CMR M nằm trong đường tròn.
- (2 điểm) Kẻ dây cung AB qua M và vuông góc với IM . Tính độ dài AB .

Hướng dẫn

a) $I(3;1), M(1;1) \Rightarrow \overline{IM} = (-2;0) \Rightarrow IM = 2 < R = 5$.

b) **Cách 1.** Phương trình đường thẳng AB qua M và nhận IM là véc tơ pháp tuyến là :
 $-2(x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

$$MA^2 = R^2 - IM^2 = 25 - 4 = 21 \Rightarrow MA = \sqrt{21} \Rightarrow AB = 2\sqrt{21}.$$

Cách 2. Toạ độ A, B thoả mãn hệ

$$\begin{cases} x = 1 \\ (x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ (y - 1)^2 = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \pm \sqrt{21} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } A(1; 1 - \sqrt{21}), B(1; 1 + \sqrt{21}) \Rightarrow AB = 2\sqrt{21}.$$

Bài 2. Cho đường tròn đường tròn $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$, điểm $A(-1; 2)$.

- (1 điểm). Tìm tâm và bán kính của đường tròn
- (1 điểm). CMR A nằm ngoài đường tròn.
- (2 điểm). Kẻ tiếp tuyến AT với đường tròn, T là tiếp điểm. Tính độ dài AT .
- (2 điểm). Viết PTTT AT kẻ từ A với đường tròn.

Hướng dẫn

a) $I(2;1), R = \sqrt{4+1+4} = 3, A(-1;2) \Rightarrow \overline{AI} = (3;-1) \Rightarrow AI = \sqrt{10} > R = 3$ do đó A ngoài đường tròn.

b) $AT^2 = AI^2 - IT^2 = 10 - 9 = 1 \Rightarrow AT = 1$.

c) PT d qua $A(-1; 2)$ có dạng $a(x+1) + b(y-2) = 0 \Leftrightarrow ax + by + a - 2b = 0$
 d tiếp xúc (C)

$$\Leftrightarrow \frac{|2a + b + a - 2b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 3 \Leftrightarrow (3a - b)^2 = 9(a^2 + b^2) \Leftrightarrow b(8b + 6a) = 0 \Leftrightarrow b = 0, a = -\frac{4b}{3}$$

$$b = 0 \text{ PTTT là } x = -1, \quad a = -\frac{4}{3}b \text{ thì PTTT là } 4x - 3y + 10 = 0.$$