

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH

Câu I (2 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{x}{x-1}$.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
2. Tìm m để đường thẳng d: $y = -x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt.

Câu II (2 điểm)

1. Giải phương trình $\sin 3x - \sqrt{3} \cos 3x = 2 \sin 2x$.
2. Tìm giá trị của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases} x - my = 1 \\ mx + y = 3 \end{cases}$ có nghiệm (x; y) thỏa mãn $xy < 0$.

Câu III (2 điểm)

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm A(1; 1; 3) và đường thẳng d có phương trình

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{2}.$$

1. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng d.
2. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng d sao cho tam giác MOA cân tại đỉnh O.

Câu IV (2 điểm)

1. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P): $y = -x^2 + 4x$ và đường thẳng d: $y = x$.
2. Cho hai số thực x, y thay đổi và thỏa mãn $x^2 + y^2 = 2$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2(x^3 + y^3) - 3xy$.

PHẦN RIÊNG ————— Thí sinh chỉ được làm 1 trong 2 câu: V.a hoặc V.b —————

Câu V.a. Theo chương trình KHÔNG phân ban (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, tìm điểm A thuộc trục hoành và điểm B thuộc trục tung sao cho A và B đối xứng với nhau qua đường thẳng d: $x - 2y + 3 = 0$.
2. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của $\left(2x + \frac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^{18}$ ($x > 0$).

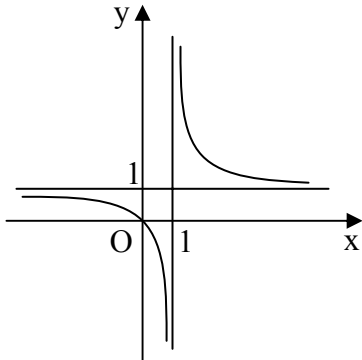
Câu V.b. Theo chương trình phân ban (2 điểm)

1. Giải phương trình $\log_2^2(x+1) - 6 \log_2 \sqrt{x+1} + 2 = 0$.
2. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang, $\widehat{BAD} = \widehat{ABC} = 90^\circ$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD. Chứng minh rằng BCNM là hình chữ nhật và tính thể tích của khối chóp S.BCNM theo a.

-----Hết-----

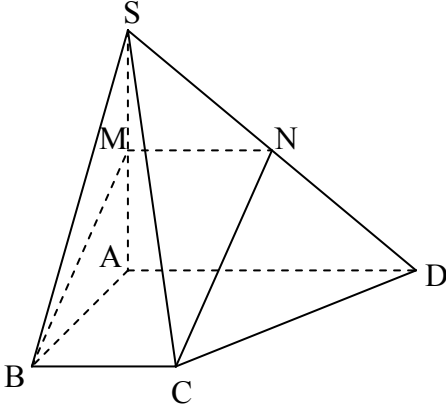
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Câu	Nội dung	Điểm												
I		2,00												
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1,00 điểm)													
	Ta có $y = 1 + \frac{1}{x-1}$. • Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. • Sự biến thiên: $y' = -\frac{1}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in D$.	0,25												
	Bảng biến thiên: <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">x</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$-\infty$</td> <td style="border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">1</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">y'</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> <td style="border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">y</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">1 \searrow</td> <td style="border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$+\infty \searrow$ 1</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y'	-		-	y	1 \searrow	$-\infty$	$+\infty \searrow$ 1	0,25
x	$-\infty$	1	$+\infty$											
y'	-		-											
y	1 \searrow	$-\infty$	$+\infty \searrow$ 1											
	Hàm số không có cực đại và cực tiểu.													
	• Tiệm cận: Tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = 1$.	0,25												
	• Đồ thị: 	0,25												
2	Tìm m để d : $y = -x + m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt (1,00 điểm)													
	Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là $\frac{x}{x-1} = -x + m \Leftrightarrow x^2 - mx + m = 0$ (1) (do $x=1$ không là nghiệm). Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.	0,50												
	Điều kiện là : $\Delta = m^2 - 4m > 0 \Leftrightarrow m > 4$ hoặc $m < 0$. Vậy $m > 4$ hoặc $m < 0$.	0,50												
II		2,00												
1	Giải phương trình lượng giác (1,00 điểm)													
	Phương trình đã cho $\Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin 3x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 3x = \sin 2x$ $\Leftrightarrow \sin \left(3x - \frac{\pi}{3} \right) = \sin 2x$	0,50												

	$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - \frac{\pi}{3} = 2x + k2\pi \\ 3x - \frac{\pi}{3} = \pi - 2x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{4\pi}{15} + k\frac{2\pi}{5} \quad (k \in \mathbb{Z}).$ <p>Vậy nghiệm của phương trình đã cho là:</p> $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{4\pi}{15} + k\frac{2\pi}{5} \quad (k \in \mathbb{Z}).$	0,50
2	<p>Tìm m để hệ phương trình có nghiệm thỏa mãn $xy < 0$ (1,00 điểm)</p> <p>Từ phương trình thứ nhất của hệ ta có $x = my + 1$ (1). Thay vào phương trình thứ hai ta có: $m(my + 1) + y = 3 \Leftrightarrow y = \frac{3-m}{m^2+1}$ (2).</p> <p>Thay (2) vào (1) ta có $x = \frac{3m+1}{m^2+1}$.</p> <p>Xét điều kiện $xy < 0$: $xy < 0 \Leftrightarrow \frac{(3m+1)(3-m)}{(m^2+1)^2} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < -\frac{1}{3} \end{cases}$.</p> <p>Vậy $m > 3$ hoặc $m < -\frac{1}{3}$.</p>	0,50
III		2,00
1	<p>Viết phương trình mặt phẳng (P) ... (1,00 điểm)</p> <p>Vector chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (1; -1; 2)$.</p> <p>Do (P) vuông góc với d nên (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n}_p = (1; -1; 2)$.</p> <p>Phương trình mặt phẳng (P) là:</p> $1.(x-1) - 1.(y-1) + 2.(z-3) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z - 6 = 0.$	0,50
2	<p>Tìm tọa độ điểm M thuộc d sao cho ΔMOA cân tại đỉnh O (1,00 điểm)</p> <p>+) $M \in d \Rightarrow M(t; -t; 1+2t)$.</p> <p>+) ΔMOA cân tại đỉnh O $\Leftrightarrow OM = OA$ và M, O, A không thẳng hàng.</p> $OM = OA \Leftrightarrow t^2 + t^2 + (2t+1)^2 = 11 \Leftrightarrow t = 1 \text{ hoặc } t = -\frac{5}{3}.$ <p>+) Với $t = 1$ ta có $M(1; -1; 3)$. Với $t = -\frac{5}{3}$ ta có $M\left(-\frac{5}{3}; \frac{5}{3}; -\frac{7}{3}\right)$.</p> <p>+) Thử lại: cả hai điểm M tìm được đều thỏa mãn điều kiện M, O, A không thẳng hàng.</p> <p>Vậy có hai điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán là $M_1(1; -1; 3)$ và $M_2\left(-\frac{5}{3}; \frac{5}{3}; -\frac{7}{3}\right)$.</p>	0,25
IV		2,00
1	<p>Tính diện tích hình phẳng (1,00 điểm)</p> <p>Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường đã cho là:</p> $-x^2 + 4x = x \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = 3.$ <p>Diện tích của hình phẳng cần tìm là:</p> $S = \int_0^3 -x^2 + 4x - x dx = \int_0^3 -x^2 + 3x dx.$	0,25
		0,25

	<p>Do $0 \leq x \leq 3$ nên $-x^2 + 3x \geq 0$. Suy ra</p> $S = \int_0^3 (-x^2 + 3x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 3\frac{x^2}{2} \right) \Big _0^3 = \frac{9}{2}.$ <p>Vậy $S = \frac{9}{2}$ (đvdt).</p>	0,50											
2	<p>Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $P = 2(x^3 + y^3) - 3xy$ (1,00 điểm)</p>												
	<p>Ta có: $P = 2(x + y)(x^2 + y^2 - xy) - 3xy = 2(x + y)(2 - xy) - 3xy$.</p> <p>Đặt $x + y = t$. Do $x^2 + y^2 = 2$ nên $xy = \frac{t^2 - 2}{2}$. Suy ra</p> $P = 2t \left(2 - \frac{t^2 - 2}{2} \right) - 3 \frac{t^2 - 2}{2} = -t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 6t + 3.$	0,25											
	<p>Do $(x + y)^2 \geq 4xy$ nên $t^2 \geq 2(t^2 - 2) \Leftrightarrow -2 \leq t \leq 2$.</p>	0,25											
	<p>Xét $f(t) = -t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 6t + 3$ với $t \in [-2; 2]$.</p> <p>Ta có: $f'(t) = -3t^2 - 3t + 6$</p> $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \in [-2; 2] \\ t = 1 \in [-2; 2]. \end{cases}$ <p>Bảng biến thiên:</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">t</td> <td style="padding: 5px;">-2</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">2</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">f'(t)</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">-</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">f(t)</td> <td style="padding: 5px;">-7</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{13}{2}$</td> <td style="padding: 5px;">1</td> </tr> </table> <p>Vậy $\max P = \frac{13}{2}$, $\min P = -7$.</p>	t	-2	1	2	f'(t)	+	0	-	f(t)	-7	$\frac{13}{2}$	1
t	-2	1	2										
f'(t)	+	0	-										
f(t)	-7	$\frac{13}{2}$	1										
V.a		2,00											
1	<p>Tìm $A \in Ox, B \in Oy$... (1,00 điểm)</p>												
	<p>+) $A \in Ox, B \in Oy \Rightarrow A(a; 0), B(0; b), \overline{AB} = (-a; b)$.</p>	0,25											
	<p>+) Vector chỉ phương của d là $\vec{u} = (2; 1)$.</p> <p>Tọa độ trung điểm I của AB là $\left(\frac{a}{2}; \frac{b}{2} \right)$.</p>	0,25											
	<p>+) A, B đối xứng với nhau qua d khi và chỉ khi</p> $\begin{cases} \overline{AB} \cdot \vec{u} = 0 \\ I \in d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a + b = 0 \\ \frac{a}{2} - b + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 4. \end{cases}$ <p>Vậy $A(2; 0), B(0; 4)$.</p>	0,50											

2	Tìm số hạng không chứa x trong khai triển ... (1,00 điểm)	
	Số hạng tổng quát trong khai triển Newton của $\left(2x + \frac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^{18}$ là $T_{k+1} = C_{18}^k \cdot (2x)^{18-k} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^k = C_{18}^k \cdot 2^{18-k} \cdot x^{18-\frac{6k}{5}}$	0,50
	Số hạng không chứa x ứng với k thỏa mãn: $18 - \frac{6k}{5} = 0 \Leftrightarrow k = 15$. Vậy số hạng cần tìm là $T_{16} = C_{18}^{15} \cdot 2^3 = 6528$.	0,50
V.b		2,00
1	Giải phương trình logarit (1,00 điểm)	
	Điều kiện $x > -1$. Phương trình đã cho tương đương với $\log_2^2(x+1) - 3\log_2(x+1) + 2 = 0.$	0,25
	Đặt $t = \log_2(x+1)$ ta được $t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$ hoặc $t = 2$.	0,25
	Với $t = 1$ ta có $\log_2(x+1) = 1 \Leftrightarrow x+1 = 2 \Leftrightarrow x = 1$ (thỏa mãn điều kiện). Với $t = 2$ ta có $\log_2(x+1) = 2 \Leftrightarrow x+1 = 4 \Leftrightarrow x = 3$ (thỏa mãn điều kiện). Vậy nghiệm của phương trình đã cho là: $x = 1, x = 3$.	0,50
2	Chứng minh BCNM là hình chữ nhật và tính ... (1,00 điểm)	
	+) MN là đường trung bình của $\Delta SAD \Rightarrow MN \parallel AD$ và $MN = \frac{1}{2}AD$ $\Rightarrow MN \parallel BC$ và $MN = BC \Rightarrow BCNM$ là hình bình hành (1). 	0,25
	+) $BC \perp AB, BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp BM$ (2). Từ (1) và (2) suy ra BCNM là hình chữ nhật.	0,25
	+) Ta có: $S_{BCNM} = 2S_{\Delta BCM} \Rightarrow V_{S.BCNM} = 2V_{S.BCM}$. $V_{S.BCM} = V_{C.SBM} = \frac{1}{3}CB \cdot S_{\Delta SBM} = \frac{1}{6}CB \cdot S_{\Delta SAB} = \frac{1}{6}CB \cdot \frac{1}{2}SA \cdot AB = \frac{a^3}{6}$ Vậy $V_{S.BCNM} = \frac{a^3}{3}$ (đvtt).	0,50

Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì được đủ điểm từng phần như đáp án quy định.

-----Hết-----