

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

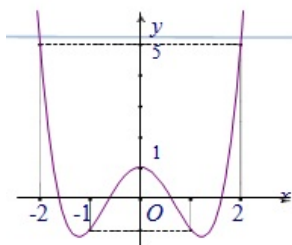
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	0	3	0	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(0; +\infty)$.

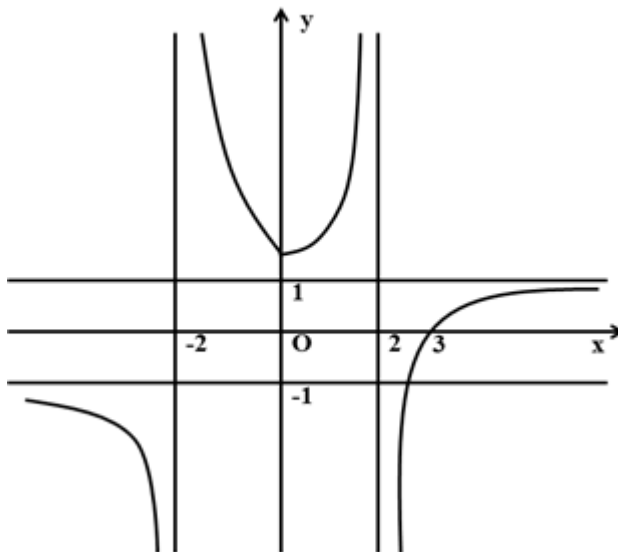
Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$.

- A. 1. B. 2. C. 5. D. 0.

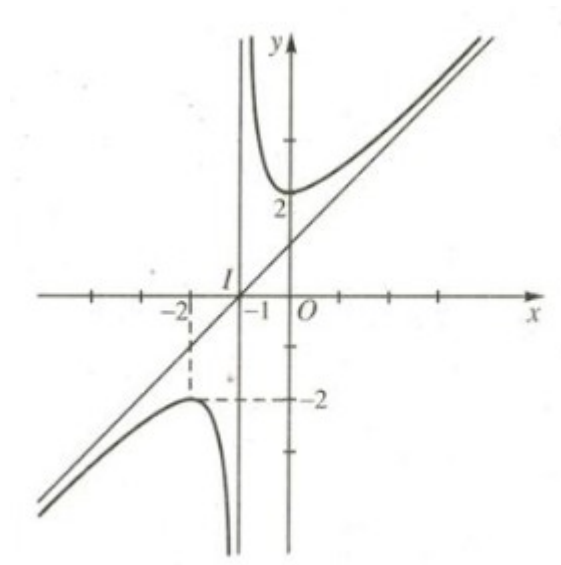
Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 4: Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2}$

B. $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$

C. $y = \frac{x^2 + 3x}{x - 2}$

D. $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$

Câu 5: Bảng biến thiên trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
y'		+	0	-	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-4	$\searrow$	$+\infty$
			$-\infty$	4	

A. $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$

B. $y = \frac{x^2 + 3x}{x + 1}$

C. $y = \frac{1 - x^2}{x}$

D. $y = \frac{x^2 + 2x + 5}{x + 1}$

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $\overrightarrow{AB} = (1; 3; 1)$ thì tọa độ của điểm B là:

A. $B(2; 5; 0)$

B. $B(0; -1; -2)$

C. $B(0; 1; 2)$

D. $B(-2; -5; 0)$

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $a = (2; -3; 3)$, $b = (0; 2; -1)$, $c = (3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của vector $u = 2a + 3b - 2c$.

A. $(10; -2; 13)$.

B. $(-2; 2; -7)$.

C. $(-2; -2; 7)$.

D. $(-2; 2; 7)$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $a = (2; m-1; 3)$, $b = (1; 3; -2n)$. Tìm m, n để các vector a, b cùng phương.

A. $m=7; n=-\frac{3}{4}$.

B. $m=7; n=-\frac{4}{3}$.

C. $m=4; n=-3$.

D. $m=1; n=0$.

Câu 9: Các ô tô đi trên một con đường có biển báo giới hạn tốc độ là 55 dặm một giờ được kiểm tra tốc độ bởi một hệ thống ra đa cảnh sát. Bảng phân phối tần số về tốc độ được cho bởi bảng sau:

Tốc độ (dặm/giờ)	[45;50)	[50;55)	[55;60)	[60;65)	[65;70)	[70;75)	[75;80)
Tần số	10	40	150	175	75	15	10

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

A. $\Delta_Q \approx 7,172$

B. $\Delta_Q = 16$

C. $\Delta_Q = 13,5$

D. $\Delta_Q = 35$

Câu 10: Thu nhập gia đình/năm của hai nhóm dân cư ở hai xã của một huyện được cho trong bảng sau: (đv: triệu đồng)

Thu nhập/năm	Số gia đình	
Lớp	Nhóm 1	Nhóm 2
[12,5;13,0)	4	2
[13,0;13,5)	40	20
[13,5;14,0)	73	42
[14,0;14,5)	0	10
[14,5;15,0)	3	16

Thu nhập của nhóm gia đình nào đồng đều hơn?

A. Nhóm 1.

B. Nhóm 2.

C. Cả hai nhóm.

D. Không thể xác định được nhóm nào đồng đều hơn.

Câu 11: Để chuẩn bị may đồng phục cho học sinh, người ta đo chiều cao của 36 học sinh trong một lớp học và thu được các số liệu thống kê ghép nhóm được trình bày trong bảng dưới đây.

Lớp số đo chiều cao (cm)	Tần số
$\dot{1}$	6
$\dot{1}$	12
[162;168)	13
[168;174]	5
Cộng	36

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên.

A. $R = 25$.

B. $R = 24$.

C. $R = 10$.

D. $R = 36$.

Câu 12: Để chuẩn bị may đồng phục cho học sinh, người ta đo chiều cao của 36 học sinh trong một lớp học và thu được các số liệu thống kê ghép nhóm được trình bày trong bảng dưới đây.

Lớp số đo chiều cao (cm)	Tần số
--------------------------	--------

$\bar{x}$ $\bar{s}$ $[162; 168)$ $[168; 174]$	6 12 13 5
Cộng	36

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên

A. $\Delta_Q = 36$

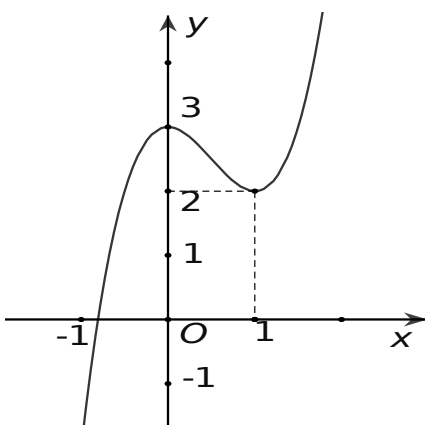
B. $\Delta_Q = 9$

C. $\Delta_Q \approx 8,65$

D. $\Delta_Q = 5$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



a). Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$

b). Hàm số đạt cực trị tại các điểm $x = 0$ và $x = 1$

c). Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$

d). Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$ và $(1; +\infty)$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$+$	$+$	0	$-$
y	$2 \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow 1$	$+\infty \nearrow 2 \searrow 3$		

a). Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 2

b). Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có ba đường tiệm cận ngang $y = 1; y = 2; y = 3$

c). Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng $(1; +\infty)$

d). Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(-1; 1; 2), B(1; 0; 3), C(0; 2; -2)$.

a). Tọa độ vector $\overrightarrow{BC} = (-1; 2; -5)$.

b). Tọa độ vector $\overrightarrow{AB} = 2i - j + k$.

c). Tọa độ điểm D là $D(-2; 3; -3)$.

d). Tọa độ vector $\overrightarrow{AD} = -i + 2j + 5k$.

Câu 4: Điều tra cân nặng của các học sinh lớp 11D cho trong bảng sau:

Cân nặng (kg)	[40,5; 45,5)	[45,5; 50,5)	[50,5; 55,5)	[55,5; 60,5)	[60,5; 65,5)	[65,5; 70,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

a). Mẫu số liệu trên có khoảng biến thiên là 30.

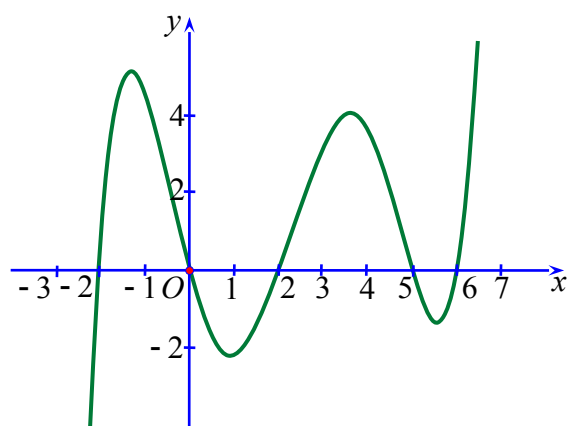
b). Mẫu số liệu trên có: $Q_1 \approx 40,1; Q_3 \approx 50,39$.

c). Khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = 7$.

d). Mẫu số liệu trên có trung vị là 51,75.

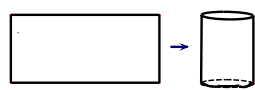
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbf{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $y = f(x)$ có mấy cực tiểu?

Câu 2: Bạn Hiền là một học sinh lớp 12, bố bạn là một thợ hàn. Bố bạn định làm một chiếc thùng hình trụ từ một mảnh tôn có chu vi 120 cm theo cách dưới đây:



Bằng kiến thức đã học em giúp bố bạn Hiền chọn mảnh tôn để làm được chiếc thùng có thể tích lớn nhất, khi đó chiều dài, rộng của mảnh tôn lần lượt là bao nhiêu?

Câu 3: Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức $f(t) = \frac{26t + 10}{t + 5}$ (được tính bằng nghìn người) (Nguồn: Giải tích 12 nâng cao, NXBGD Việt Nam, 2020). Xem $y = f(t)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[0; +\infty)$. Đồ thị hàm số $y = f(t)$ có đường tiệm cận ngang là $y = a$. Giá trị của a là bao nhiêu?

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau và $AD = 2, AB = AC = 1$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng BC và G là trọng tâm của tam giác ABD . Tính độ dài BI .

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(4; 2; 1)$, $B(-2; -1; 4)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$.

Câu 6:

Chiều dài của 60 lá dương xỉ trưởng thành được mô tả trong bảng sau:

Lớp của chiều dài (cm)	Tần số
[10;20)	8
[20;30)	18
[30;40)	24
[40;50)	10

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là:

ĐÁP ÁN

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

1.B	2.C	3.A	4.D	5.D	6.A	7.B.B	8.A	9.A	10.A
11.B	12.C								

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu	Câu	Câu	Câu
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) Đ	b) Đ	b) S
c) Đ	c) Đ	c) Đ	c) S
d) S	d) S	d) S	d) Đ

PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	3	40;20	26	$\frac{1}{3}$	(0;0;3)	14,03

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	0	3	0	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; +\infty)$

B. $(0; 1)$

C. $(-1; 0)$

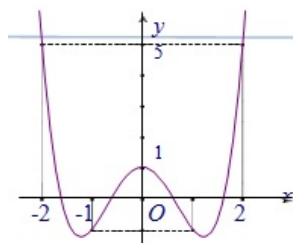
D. $(0; +\infty)$

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$.

A. 1.

B. 2.

C. 5.

D. 0.

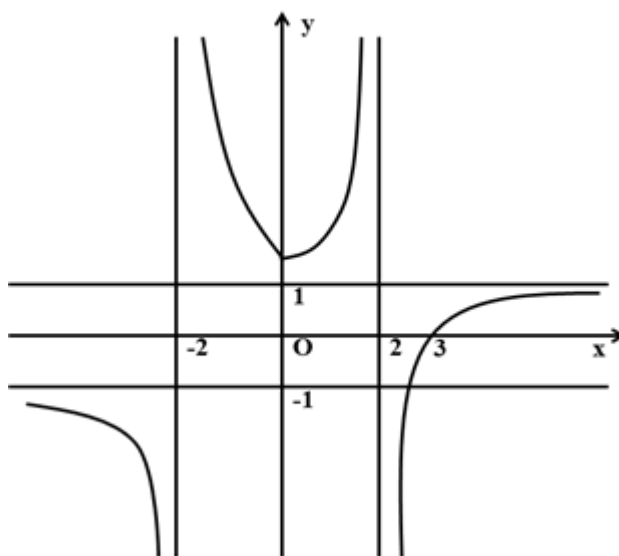
Lời giải

Chọn C.

$$\max_{[-1; 2]} f(x) = f(2) = 5$$

Từ đồ thị ta có:

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A.** 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A.

Từ đồ thị hàm số ta thấy:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ nên đường thẳng $y = -1$ là một đường tiệm cận ngang.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ nên đường thẳng $y = 1$ là một đường tiệm cận ngang.

Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y = \pm 1$.

Tương tự

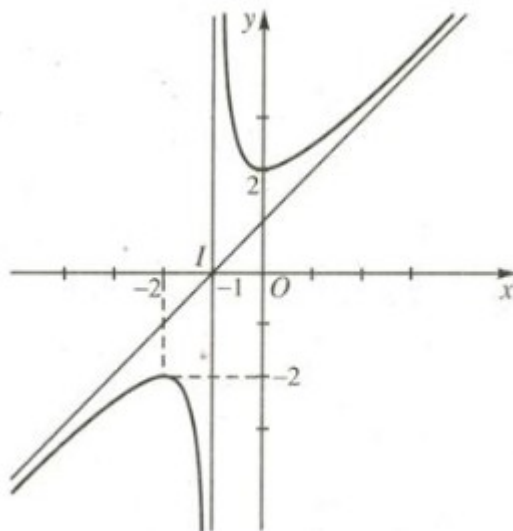
$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$ nên đường thẳng $x = -2$ là đường tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$ nên đường thẳng $x = 2$ là đường tiệm cận đứng.

Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng là $x = \pm 2$.

Vậy đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

Câu 4: Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2}$

B. $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$

C. $y = \frac{x^2 + 3x}{x - 2}$

D. $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào đồ thị, ta có tiệm cận đứng $x = -1$ suy ra loại đáp án A và C

đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0; 2)$ suy ra loại đáp án B

Vậy đáp án D đúng

Câu 5: Bảng biến thiên trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$		
y'		+	0	-	-	0	+
y			-4		$+\infty$		$+\infty$
	$-\infty$	$\nearrow$	$\searrow$		$\searrow$	$\nearrow$	4

A. $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$

B. $y = \frac{x^2 + 3x}{x + 1}$

C. $y = \frac{1 - x^2}{x}$

D. $y = \frac{x^2 + 2x + 5}{x + 1}$

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có tiệm cận đứng $x = -1$ suy ra loại đáp án C

Hàm số có điểm cực đại $(-3; -4)$ và cực tiểu $(1; 4)$ suy ra loại đáp án A và B

Vậy đáp án D đúng

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $\vec{AB} = (1; 3; 1)$ thì tọa độ của điểm B là:
A. $B(2; 5; 0)$ **B.** $B(0; -1; -2)$ **C.** $B(0; 1; 2)$ **D.** $B(-2; -5; 0)$

Lời giải

Chọn A

Gọi $B(x; y; z)$

$$\text{Có } \vec{AB} = (1; 3; 1) = (x - 1; y - 2; z + 1) \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow B(2; 5; 0)$$

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $a = (2; -3; 3)$, $b = (0; 2; -1)$, $c = (3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của vector $u = 2a + 3b - 2c$.

A. $(10; -2; 13)$ **B.** $(-2; 2; -7)$ **C.** $(-2; -2; 7)$ **D.** $(-2; 2; 7)$

Lời giải

Chọn B.

Câu 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các vector $a = (2; m - 1; 3)$, $b = (1; 3; -2n)$. Tìm m, n để các vector a, b cùng phương.

A. $m = 7; n = -\frac{3}{4}$ **B.** $m = 7; n = -\frac{4}{3}$ **C.** $m = 4; n = -3$ **D.** $m = 1; n = 0$

Lời giải

Chọn A.

Các vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương khi và chỉ khi tồn tại số thực dương k sao cho $\vec{a} = k\vec{b}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 = k \\ m - 1 = 3k \\ 3 = k(-2n) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = k \\ m - 1 = 6 \\ 3 = 2(-2n) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = k \\ m = 7 \\ n = -\frac{3}{4} \end{cases}$$

Câu 9: Các ô tô đi trên một con đường có biển báo giới hạn tốc độ là 55 dặm một giờ được kiểm tra tốc độ bởi một hệ thống radar cảnh sát. Bảng phân phối tần số về tốc độ được cho bởi bảng sau:

Tốc độ (dặm/giờ)	[45;50)	[50;55)	[55;60)	[60;65)	[65;70)	[70;75)	[75;80)
Tần số	10	40	150	175	75	15	10

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

A. $\Delta_Q \approx 7,172$ **B.** $\Delta_Q = 16$ **C.** $\Delta_Q = 13,5$ **D.** $\Delta_Q = 35$

Lời giải

Khoảng tứ phân vị: $Q_1 \approx 57,292; Q_3 \approx 64,464; \Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 7,172$.

Câu 10: Thu nhập gia đình/năm của hai nhóm dân cư ở hai xã của một huyện được cho trong bảng sau: (đv: triệu đồng)

Thu nhập/năm	Số gia đình	
Lớp	Nhóm 1	Nhóm 2
[12, 5; 13, 0)	4	2
[13, 0; 13, 5)	40	20
[13, 5; 14, 0)	73	42
[14, 0; 14, 5)	0	10
[14, 5; 15, 0)	3	16

Thu nhập của nhóm gia đình nào đồng đều hơn?

A. Nhóm 1.

B. Nhóm 2.

C. Cả hai nhóm.

D. Không thể xác định được nhóm nào đồng đều hơn.

Lời giải

Khoảng biến thiên của cả hai nhóm đều như nhau: $R = x_{k+1} - x_1 = 15,0 - 12,5 = 2,5$

Ta xét khoảng tứ phân vị của hai nhóm trên:

Nhóm 1 có: $Q_1 = 13,325; Q_3 \approx 13,815; \Delta_{Q(1)} = Q_3 - Q_1 \approx 0,49$.

Nhóm 2 có: $Q_1 \approx 13,506; Q_3 = 14,175; \Delta_{Q(2)} = Q_3 - Q_1 \approx 0,669$.

Ta thấy $0,49 < 0,669$ nên nhóm 1 đồng đều hơn.

Câu 11: Để chuẩn bị may đồng phục cho học sinh, người ta đo chiều cao của 36 học sinh trong một lớp học và thu được các số liệu thống kê ghép nhóm được trình bày trong bảng dưới đây.

Lớp số đo chiều cao (cm)	Tần số
$\dot{1}$	6
$\dot{1}$	12
[162; 168)	13

[168; 174]	5
Cộng	36

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên.

A. $R = 25$.

B. $R = 24$.

C. $R = 10$.

D. $R = 36$.

Lời giải

Khoảng biến thiên : $R = x_{k+1} - x_1 = 174 - 150 = 24$.

Câu 12: Để chuẩn bị may đồng phục cho học sinh, người ta đo chiều cao của 36 học sinh trong một lớp học và thu được các số liệu thống kê ghép nhóm được trình bày trong bảng dưới đây.

Lớp số đo chiều cao (cm)	Tần số
$\dot{1}$	6
$\dot{1}$	12
[162; 168)	13
[168; 174]	5
Cộng	36

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên

A. $\Delta_Q = 36$

B. $\Delta_Q = 9$

C. $\Delta_Q \approx 8,65$

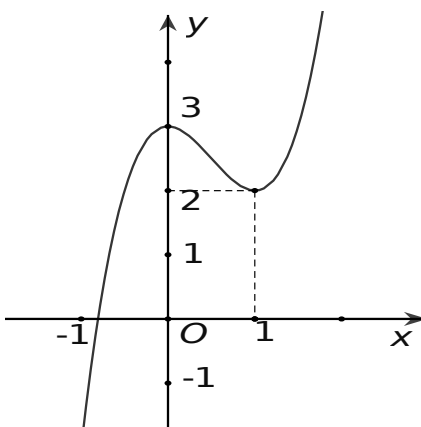
D. $\Delta_Q = 5$

Lời giải

Khoảng tứ phân vị: $Q_1 = 157,5; Q_3 \approx 166,15; \Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 8,65$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$

B. Hàm số đạt cực trị tại các điểm $x = 0$ và $x = 1$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$ và $(1; +\infty)$

Lời giải

Từ đồ thị, ta thấy

- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$ **ĐÚNG**
- B.** Hàm số đạt cực trị tại các điểm $x=0$ và $x=1$ **ĐÚNG**
- C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(1;+\infty)$ **ĐÚNG**
- D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$ và $(1;+\infty)$ **SAI**

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$	
y'	+		+	+	0	-
y	$2 \nearrow +\infty$		$-\infty \nearrow 1$	$+\infty \nearrow 2 \searrow 3$		

- A.** Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 2
- B.** Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có ba đường tiệm cận ngang $y=1; y=2; y=3$
- C.** Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trong khoảng $(1;+\infty)$
- D.** Hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta có

- A.** Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 2 **ĐÚNG**
- B.** Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có ba đường tiệm cận ngang $y=1; y=2; y=3$ **ĐÚNG**
- C.** Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trong khoảng $(1;+\infty)$ **ĐÚNG**
- D.** Hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị. **SAI**

$\lim_{x \rightarrow -2^-} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -2^+} y = -\infty$ suy ra $x=-2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty$ suy ra $x=0$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị của hàm số có 2 đường tiệm cận đứng.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(-1; 1; 2), B(1; 0; 3), C(0; 2; -2)$.

A. Tọa độ vector $\vec{BC} = (-1; 2; -5)$.

B. Tọa độ vector $\vec{AB} = 2i - j + k$.

C. Tọa độ điểm D là $D(-2; 3; -3)$.

D. Tọa độ vector $\vec{AD} = -i + 2j + 5k$.

Lời giải

A. Tọa độ vector $\vec{BC} = (-1; 2; -5)$. **ĐÚNG**

B. Tọa độ vector $\vec{AB} = 2i - j + k$. **ĐÚNG**

C. Tọa độ điểm D là $D(-2; 3; -3)$. **ĐÚNG**

D. Tọa độ vector $\vec{AD} = -i + 2j + 5k$. **SAI**

$$\vec{BC} = (-1; 2; -5)$$

$$\vec{AB} = (2; -1; 1)$$

Gọi tọa độ điểm D là $(x; y; z)$

$$\vec{AB} = (2; -1; 1)$$

$$\vec{DC} = (-x; 2-y; -2-z)$$

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\vec{DC} = \vec{AB}$

Suy ra
$$\begin{cases} -x = 2 \\ 2-y = -1 \\ -2-z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \\ z = -3 \end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm D là $D(-2; 3; -3)$.

$$\vec{AD} = -i + 2j - 5k$$

Câu 4: Điều tra cân nặng của các học sinh lớp 11D cho trong bảng sau:

Cân nặng (kg)	[40,5; 45,5)	[45,5; 50,5)	[50,5; 55,5)	[55,5; 60,5)	[60,5; 65,5)	[65,5; 70,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

A. Mẫu số liệu trên có khoảng biến thiên là 30. **ĐÚNG**

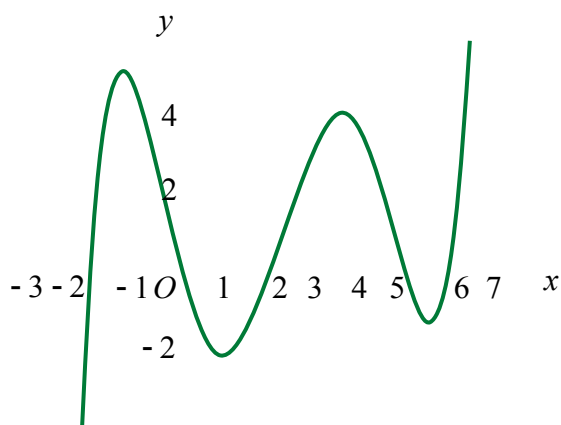
B. Mẫu số liệu trên có: $Q_1 \approx 40,1; Q_3 \approx 50,39$. **SAI**

C. Khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = 7$. **SAI**

D. Mẫu số liệu trên có trung vị là 51,75. **ĐÚNG**

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbf{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $y = f(x)$ có mấy cực tiểu ?

Lời giải

Đáp án: 3.

Số cực trị là số giao điểm của đồ thị $y = f'(x)$ với trục ox và qua giao điểm đó $f'(x)$ phải đổi dấu

Từ đồ thị:

+ Qua nghiệm $x = -2$ đồ thị $y = f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương nên $x = -2$ là hoành độ cực tiểu của đồ thị $y = f(x)$.

+ Qua nghiệm $x = 2$ đồ thị $y = f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương nên $x = 2$ là hoành độ cực tiểu của đồ thị $y = f(x)$.

+ Qua nghiệm $x=5$ đồ thị $y=f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương nên $x=5$ là hoành độ cực tiểu của đồ thị $y=f(x)$.

Vậy Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 3 điểm cực tiểu.

Câu 2: Bạn Hiền là một học sinh lớp 12, bố bạn là một thợ hàn. Bố bạn định làm một chiếc thùng hình trụ từ một mảnh tôn có chu vi 120 cm theo cách dưới đây:



Bằng kiến thức đã học em giúp bố bạn Hiền chọn mảnh tôn để làm được chiếc thùng có thể tích lớn nhất, khi đó chiều dài, rộng của mảnh tôn lần lượt là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: chiều dài là 40 cm; chiều rộng là 20 cm.

Gọi một chiều dài là $x(cm)$ ($0 < x < 60$), khi đó chiều còn lại là $60-x(cm)$, giả sử quắn cạnh có chiều dài là x lại

thì bán kính đáy là $r = \frac{x}{2\pi}; h = 60-x$.

$$V = \pi r^2 h = \frac{-x^3 + 60x^2}{4\pi}.$$

Ta có:

$$f(x) = -x^3 + 60x^2, x \in (0; 60)$$

Xét hàm số:

$$f'(x) = -3x^2 + 120x; f'(x) = 0 \hat{=} \begin{cases} x = 0 \\ x = 40 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên, ta thấy $f(x) = -x^3 + 60x^2, x \in (0; 60)$ lớn nhất khi $x=40$. $60-x=20$.

Khi đó chiều dài là 40 cm; chiều rộng là 20 cm.

Câu 3: Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức $f(t) = \frac{26t+10}{t+5}$ ($f(t)$

được tính bằng nghìn người) (Nguồn: Giải tích 12 nâng cao, NXBGD Việt Nam, 2020). Xem $y = f(t)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[0; +\infty)$. Đồ thị hàm số $y = f(t)$ có đường tiệm cận ngang là $y = a$. Giá trị của a là bao nhiêu?

Lời giải

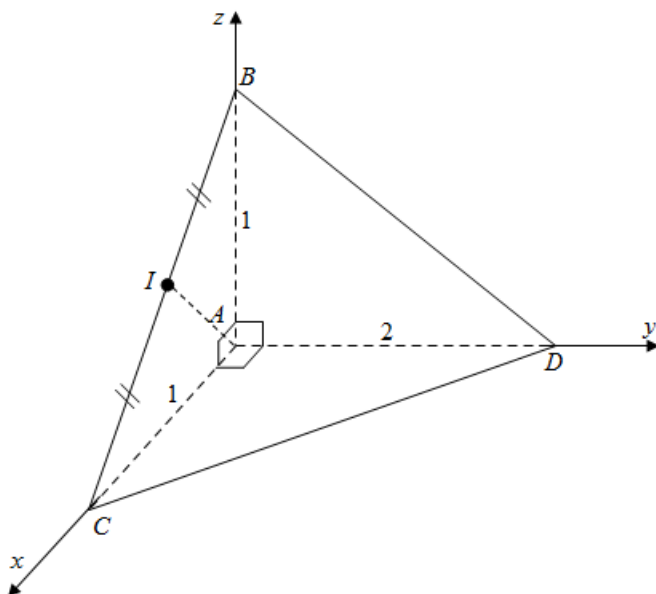
Trả lời: 26

Ta có: $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{26t + 10}{t + 5} = 26$. Nên đồ thị hàm số $f(t)$ có đường tiệm cận ngang là $y = 26$. Vậy $a = 26$.

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau và $AD = 2, AB = AC = 1$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng BC và G là trọng tâm của tam giác ABD . Tính độ dài BI .

Lời giải

Đáp án: $BI = \frac{1}{3}$



Vì tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau, nên ta chọn hệ trục tọa độ $Axyz$ như hình vẽ (với A là gốc tọa độ, đường thẳng AC nằm trên trục Ax , AD nằm trên trục Ay và AB nằm trên trục Az).

Từ đó suy ra: $A(0;0;0)$, $B(0;0;1)$ vì $B \in Az$, $C(1;0;0)$ vì $C \in Ax$, $D(0;2;0)$ vì $D \in Ay$.

Vì I là trung điểm của BC nên $I\left(\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}\right)$.

G là trọng tâm của tam giác $ABD \Rightarrow G\left(\frac{1}{6}; 0; \frac{1}{2}\right)$

Độ dài BI là: $BI = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right)^2 + (0 - 0)^2 + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{3}$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(4; 2; 1)$, $B(-2; -1; 4)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn đẳng thức $\overline{AM} = 2\overline{MB}$.

Gọi điểm $M(x; y; z)$. Khi đó: $\overline{AM} = 2\overline{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 4 = 2(-2 - x) \\ y - 2 = 2(-1 - y) \\ z - 1 = 2(4 - z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 3 \end{cases}$.

Vậy $M(0; 0; 3)$.

Câu 6:

Chiều dài của 60 lá dương xỉ trưởng thành được mô tả trong bảng sau:

Lớp của chiều dài (cm)	Tần số
[10;20)	8
[20;30)	18
[30;40)	24
[40;50)	10

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là $Q_1 \approx 23,89; Q_3 \approx 37,92; \Delta_Q \approx 14,03$.