

Chuyên đề 5:
CHUYỂN ĐỘNG CỦA VỆ TINH
VÀ HÀNH TINH TRONG HỆ MẶT TRỜI.
BA ĐỊNH LUẬT KÊ-PLÉ

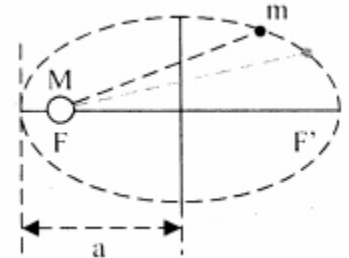
A. TÓM TẮT KIẾN THỨC

I. CHUYỂN ĐỘNG CỦA HÀNH TINH. BA ĐỊNH LUẬT KE-PLÉ

1. Định luật 1 (định luật về quỹ đạo)

Mọi hành tinh đều chuyển động trên các quỹ đạo elip trong đó Mặt Trời nằm tại một tiêu điểm.

(M: Mặt Trời; m: hành tinh; a: bán trục lớn)



2. Định luật 2 (định luật về diện tích)

Đường nối hành tinh với Mặt Trời quét những diện tích bằng nhau, trong những khoảng thời gian bằng nhau.

3. Định luật 3 (định luật về chu kì)

Bình phương của chu kì của bất kì hành tinh nào cũng tỉ lệ với lập phương của bán trục lớn của quỹ đạo của nó.

$$\frac{T^2}{a^3} = \text{const} \quad (5.1)$$

Định luật Ke-ple về chu kì đối với Hệ Mặt Trời

Hành tinh	Bán trục lớn (a, $10^{10}m$)	Chu kì (T, năm)	$\frac{T^2}{a^3}$
Sao Thủy	5,79	0,241	2,99
Sao Kim	10,8	0,651	3,00
Trái Đất	15,0	1	2,96
Sao Hoả	22,8	1,88	2,98
Sao Mộc	77,8	11,9	3,01
Sao Thổ	143	29,5	2,98
Sao Thiên Vương	287	84,0	2,98
Sao Hải Vương	450	165	2,99

II. CHUYỂN ĐỘNG CỦA VỆ TINH. TỐC ĐỘ VŨ TRỤ

1. Tốc độ vũ trụ cấp I: Là tốc độ ném ngang cần truyền cho vệ tinh để nó chuyển động tròn đều quanh Trái Đất.

$$v_1 = 7,9 \text{ (km/s)}$$

2. Tốc độ vũ trụ cấp II: Là tốc độ tối thiểu cần truyền cho vệ tinh để nó thoát ra khỏi Trái Đất và bay vòng quanh Mặt Trời.

$$v_{II} = 11,2 \text{ (km/s)}$$

3. Tốc độ vũ trụ cấp III: Là tốc độ tối thiểu cần truyền cho vệ tinh để nó thoát ra khỏi hệ Mặt Trời.

$$v_{III} = 16,7 \text{ (km/s)}$$

B. NHỮNG CHÚ Ý KHI GIẢI BÀI TẬP

▮ VỀ KIẾN THỨC VÀ KỸ NĂNG

- Hành tinh và vệ tinh chuyển động dưới tác dụng của lực xuyên tâm. Đó là lực luôn hướng về một tâm xác định nào đó. Ví dụ: Các hành tinh (Trái Đất, Sao Hỏa, Sao Kim,...) chuyển động quanh Mặt Trời dưới tác dụng của lực xuyên tâm là lực hấp dẫn của Mặt Trời; các vệ tinh nhân tạo chuyển động quanh Trái Đất dưới tác dụng của lực xuyên tâm là lực hấp dẫn của Trái Đất...
- Ngoài ba định luật Ke-ple, chuyển động của các hành tinh, vệ tinh cũng tuân theo các định luật cơ học như định luật II Niu-ơn; định luật vạn vật hấp dẫn; định luật bảo toàn cơ năng,... Thế năng ở đây là thế năng hấp dẫn:

$$W_t = -G \frac{mM}{r}.$$

- Người ta đã chứng minh được rằng cơ năng của hành tinh, vệ tinh quyết định quỹ đạo chuyển động của nó. Cụ thể:
 - + Nếu $W > 0$: quỹ đạo là đường hypebol.
 - + Nếu $W = 0$: quỹ đạo là đường parabol: Tốc độ vũ trụ cấp II.
 - + Nếu $W < 0$: quỹ đạo là đường tròn hoặc elip: Tốc độ vũ trụ cấp I.
- Khi quỹ đạo của hành tinh (quanh Mặt Trời), vệ tinh (quanh hành tinh) là đường tròn thì: $F_{hd} = F_{ht}$.

$$\Leftrightarrow G \frac{mM}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{1}{2}G \frac{mM}{r} \Rightarrow \begin{cases} W_d = -\frac{1}{2}W_t \\ W = \frac{1}{2}W_t < 0 \end{cases}$$

Và $v = \omega r = \frac{2\pi}{T}r \Rightarrow G \frac{mM}{r^2} = \frac{m \left(\frac{2\pi}{T}r \right)^2}{r}$. Từ đó:

+ Khối lượng Mặt Trời hoặc khối lượng hành tinh có vệ tinh: $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$.

+ Chu kì quay của hành tinh quanh Mặt Trời hoặc vệ tinh quanh hành tinh:

$$T = 2\pi r \sqrt{\frac{r}{GM}}.$$

$$+ \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = \text{const.}$$

- Khi quỹ đạo của hành tinh (quanh Mặt Trời), vệ tinh (quanh hành tinh) là elip thì:

$$+ \text{Cơ năng của hành tinh (vệ tinh): } W = -G \frac{mM}{2a} < 0, a: \text{bán trục lớn.}$$

$$+ \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = \text{const.}$$

- Các tốc độ vũ trụ cấp I, II:

- + Tốc độ vũ trụ cấp I:

$$\text{Từ } F_{hd} = F_{ht} \Leftrightarrow G \frac{mM}{(R+h)^2} = \frac{mv^2}{R+h} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} \approx \sqrt{\frac{GM}{R}}, (h \ll R).$$

$$\text{Với } g = \frac{GM}{R^2} \text{ nên } v_1 = \sqrt{gR} = \sqrt{9,8 \cdot 6,4 \cdot 10^6} = 7900(\text{m/s}) = 7,9(\text{km/s}).$$

(M, R là khối lượng và bán kính Trái Đất; m, h là khối lượng và độ cao của vật so với Trái Đất)

$$+ \text{Tốc độ vũ trụ cấp II: Từ } W = \frac{1}{2}mv^2 - G \frac{mM}{R} = 0.$$

$$\Rightarrow v_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = v_1 \sqrt{2} = 7,9 \sqrt{2} = 11,2(\text{km/s}).$$

(M, R là khối lượng và bán kính Trái Đất)

- Vệ tinh viễn thông cách tâm Trái Đất khoảng r: Ta có: $F_{hd} = F_{ht}$.

$$\Leftrightarrow G \frac{mM}{r^2} = mr\omega^2 = mr \frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow r = \sqrt[3]{G \frac{MT^2}{4\pi^2}}$$

(M là khối lượng Trái Đất; m, T là khối lượng và chu kỳ quay của vệ tinh)

□ VỀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. Với dạng bài tập về **ba định luật Ke-ple**. Phương pháp giải là:

- Sử dụng các công thức:

$$+ \text{Khối lượng Mặt Trời hoặc khối lượng của hành tinh có vệ tinh: } M = \frac{4\pi^2 a^3}{GT^2}.$$

a: bán trục lớn.

- + Chu kỳ quay của hành tinh quanh Mặt Trời và vệ tinh quanh hành tinh:

$$T = 2\pi a \sqrt{\frac{a}{GM}} \text{ hoặc } \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^2 = \left(\frac{a_1}{a_2} \right)^3$$

- + Độ cao vệ tinh địa tĩnh (đứng yên so với Trái Đất):

$$h = r - R = \sqrt[3]{G \frac{MT^2}{4\pi^2}} - R, \text{ r: khoảng cách từ vệ tinh đến tâm Trái Đất.}$$

- Một số chú ý: Đơn vị hệ SI: r, R, a, h(m); M(kg); T(s); các hằng số: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} (\text{Nm}^2/\text{kg}^2)$; $M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, $R = 6400 \text{ km}$, $T = 365 \text{ ngày (Trái Đất)}$; $M_{\text{MT}} = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ (Mặt Trời),...

2. Với dạng bài tập về **quỹ đạo và năng lượng của vệ tinh**. Phương pháp giải là:

- Sử dụng các công thức:

$$+ \text{ Động năng: } W_d = \frac{1}{2}mv^2; \text{ thế năng: } W_t = -G \frac{mM}{r}; \text{ cơ năng: } W = W_d + W_t; \text{ công: } A = -\Delta W_t.$$

$$+ \text{ Quỹ đạo: } W > 0: \text{ hypebol; } W = 0: \text{ parabol; } W < 0: \text{ đường tròn hoặc elip.}$$

- Một số chú ý: Đơn vị hệ SI: m, M(kg); r(m); v(m/s); W, A(J); r là khoảng cách giữa hai tâm của Mặt Trời – hành tinh; hành tinh – vệ tinh.

3. Với dạng bài tập về **xác định tốc độ vũ trụ**. Phương pháp giải là:

- Sử dụng các công thức:

$$+ \text{ Tốc độ vũ trụ cấp I: } v_I = \sqrt{\frac{GM}{R}}.$$

$$+ \text{ Tốc độ vũ trụ cấp II: } v_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = v_I \sqrt{2}.$$

- Một số chú ý: Đơn vị hệ SI: M(kg); R(m).

C. CÁC BÀI TẬP VẬN DỤNG

5.1. Tìm khối lượng Trái Đất, biết khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trăng là $r = 384000 \text{ km}$ và chu kì quay của Mặt Trăng quanh Trái Đất là $T = 27,5 \text{ ngày}$.

Bài giải

$$\text{Ta có: } M = \frac{4\pi^2 a^3}{GT^2}, \text{ với } a = r = 384000 \text{ km} = 3,84 \cdot 10^8 \text{ m;}$$

$$T = 27,5 \text{ ngày} = 27,5 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s.}$$

$$\Rightarrow M = \frac{4\pi^2 \cdot (3,84 \cdot 10^8)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot (27,5 \cdot 24 \cdot 3600)^2} = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

Vậy: Khối lượng Trái Đất là $M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.

5.2. Sao Thổ cách Mặt Trời gấp 6 lần khoảng cách từ Sao Hoả đến Mặt Trời. Hành tinh nào có:

- Chu kì quay lớn hơn?
- Vận tốc trên quỹ đạo lớn hơn?
- Vận tốc góc lớn hơn?

Bài giải

a) Hành tinh nào có chu kì quay lớn hơn?

Ta có: $\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} = \text{const}$

Gọi Sao Thổ là 1, Sao Hoả là 2. Ta có:

Vì $a_1 > a_2 \Rightarrow T_1 > T_2$ và: $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3} = \sqrt{6^3} = 14,7$.

Vậy: Sao Thổ có chu kì quay lớn gấp 14,7 lần Sao Hoả.

b) Hành tinh nào có vận tốc trên quỹ đạo lớn hơn?

Ta có:

Vì $a_1 > a_2 \Rightarrow v_1 < v_2$ và $\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{a_1}{a_2}} = \sqrt{6} = 2,45$.

Vậy: Sao Hoả có vận tốc trên quỹ đạo gấp 2,45 lần Sao Thổ.

c) Hành tinh nào có vận tốc góc lớn hơn?

Ta có: $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

Vì $T_1 > T_2 \Rightarrow \omega_1 < \omega_2$ và $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{T_1}{T_2} = 14,7$.

Vậy: Sao Thổ có vận tốc góc lớn gấp 14,7 lần Sao Hoả.

5.3. Một vệ tinh nhân tạo chuyển động tròn đều quanh Trái Đất ở độ cao $h = 670\text{km}$. Tính tốc độ dài của vệ tinh, cho bán kính Trái Đất là $R = 6370\text{km}$.

Bài giải

- Vì lực hấp dẫn giữa vệ tinh và Trái Đất chính là lực hướng tâm nên: $F_{hd} = F_{ht}$.

$$\Leftrightarrow G \frac{Mm}{(R+h)^2} = \frac{mv^2}{(R+h)} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} \quad (1)$$

- Mặt khác, trên mặt đất, ta có: $g = \frac{GM}{R^2}$ (2)

Suy ra: $v = R \sqrt{\frac{g}{R+h}} = 6370 \cdot \sqrt{\frac{9,8 \cdot 10^{-3}}{6370+670}} = 7,5(\text{km/s})$.

Vậy: Tốc độ dài của vệ tinh là $v = 7,5(\text{km/s})$.

5.4. Tính độ cao của một vệ tinh địa tĩnh ở phía trên xích đạo Trái Đất.

Bài giải

- Khoảng cách từ vệ tinh đến tâm Trái Đất: $r = \sqrt[3]{G \frac{MT^2}{4\pi^2}}$.

$$\Rightarrow r = \sqrt[3]{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot (24 \cdot 60 \cdot 60)^2}{4 \cdot 3,14^2}} = 4,225 \cdot 10^7 \text{ m} = 42250 \text{ km}$$

- Độ cao của vệ tinh so với Trái Đất: $h = r - R = 42250 - 6400 = 35850 \text{ km}$.

Vậy: Độ cao của một vệ tinh địa tĩnh bay trên xích đạo so với Trái Đất là $h = 35850 \text{ km}$.

5.5. Một trạm vũ trụ bay quanh Trái Đất trên quỹ đạo tròn có bán kính $R = 1,5R_0$, động cơ không hoạt động.

a) Tính vận tốc dài và chu kì quay của trạm.

b) Động cơ của trạm hoạt động trong thời gian ngắn để tăng vận tốc lên đến v_1 . Khi đó trạm chuyển sang quỹ đạo elip. Cho khoảng cách đến tâm Trái Đất nhỏ nhất là R_1 và lớn nhất là R_2 , với $R_2 = R_1$. Tính v_1 và chu kì chuyển động của trạm trên quỹ đạo elip.

Cho vận tốc vũ trụ cấp I là $v_I = 7,9 \text{ (km/s)}$; bán kính và khối lượng Trái Đất là $R_0 = 6400 \text{ km}$, $M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; bỏ qua lực cản của không khí.

Bài giải

a) Vận tốc và chu kì quay của trạm trên quỹ đạo tròn

- Trạm quay tròn quanh Trái Đất với lực hướng tâm chính là lực hấp dẫn nên:

$$G \frac{mM}{R^2} = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{\frac{GM}{1,5R_0}} = \frac{v_I}{\sqrt{1,5}} = \frac{7,9}{\sqrt{1,5}} = 6,45 \text{ (km/s)}$$

- Chu kì quay: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{v} R = \frac{2 \cdot 3,14}{6,45} \cdot 1,5 \cdot 6400 = 9347 \text{ s} \approx 156 \text{ phút}$

- Vậy: Vận tốc và chu kì quay của trạm trên quỹ đạo tròn là $v = 6,45 \text{ (km/s)}$ và $T = 156 \text{ phút}$.

b) Vận tốc và chu kì quay của trạm trên quỹ đạo elip

- Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho trạm: $W_1 = W_2$.

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 - G \frac{mM}{R_1} = \frac{1}{2}mv_2^2 - G \frac{mM}{R_2} \quad (1)$$

- Áp dụng định luật II Ke-ple: $\frac{1}{2}v_1 \Delta t \cdot R_1 = \frac{1}{2}v_2 \Delta t \cdot R_2$.

$$\Leftrightarrow v_1 \cdot R_1 = v_2 \cdot R_2 \quad (2); \quad R_2 = 2R_1 \quad (3)$$

- Từ (1), (2) và (3): $v_2 = \sqrt{\frac{GM}{3R_1}} = \sqrt{\frac{GM}{3 \cdot 1,5R_0}} = \frac{v_I}{\sqrt{4,5}} = \frac{7,9}{\sqrt{4,5}} = 3,724 \text{ (km/s)}$.

- Áp dụng định luật III Ke-ple: $\left(\frac{T_e}{T}\right)^2 = \left(\frac{a}{R}\right)^3 \Rightarrow T_e = T \sqrt{\left(\frac{a}{R}\right)^3}$.

Với: $a = \frac{R_1 + R_2}{2} = \frac{3R_1}{2} = 2,25R_0$

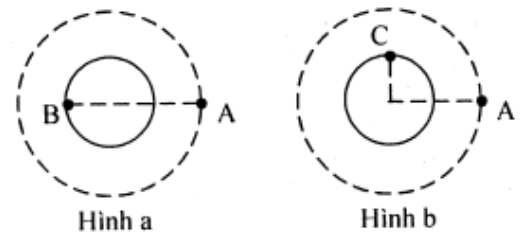
$\Rightarrow T_e = T \sqrt{\left(\frac{2,25R_0}{1,5R_0}\right)^3} = 156 \cdot \sqrt{1,5^3} = 286,6 \text{ phút.}$

Vậy: Vận tốc và chu kì quay của trạm trên quỹ đạo elip là $v_2 = 3,724(\text{km/s})$ và $T_e = 286,6 \text{ phút.}$

5.6. Con tàu vũ trụ với khối lượng $M = 12$ tấn đi quanh Mặt Trăng theo quỹ đạo tròn ở độ cao $h = 100\text{km}$. Để chuyển sang quỹ đạo hạ cánh, động cơ hoạt động trong một thời gian ngắn. Vận tốc khí phụt ra khỏi ống là $u = 10^4(\text{m/s})$. Bán kính của Mặt Trăng là $R_t = 1,7 \cdot 10^3 \text{ km}$, khối lượng Mặt Trăng là $M_t = 7,4 \cdot 10^{22} \text{ kg}$, gia tốc trọng trường trên bề mặt Mặt Trăng là $g_t = 1,7(\text{m/s}^2)$.

a) Phải tốn bao nhiêu nhiên liệu để động cơ hoạt động ở điểm A làm con tàu đáp xuống Mặt Trăng ở điểm B (hình a).

b) Trong phương án thứ hai, ở điểm A con tàu nhận xung lượng hướng về tâm của Mặt Trăng và chuyển sang quỹ đạo tiếp tuyến với Mặt Trăng ở điểm C (hình b). Trường hợp này tốn bao nhiêu nhiên liệu?



(Trích đề thi học sinh giỏi Quốc tế, Liên Xô – 1979)

Bài giải

a) Nhiên liệu để con tàu đáp xuống Mặt Trăng ở điểm B

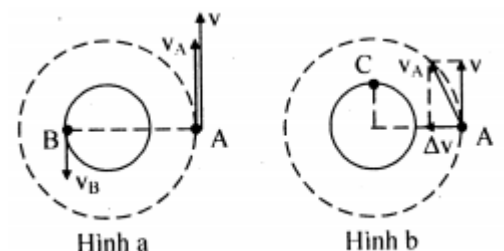
Gọi v là vận tốc con tàu trên quỹ đạo tròn; v_A, v_B là các vận tốc trên quỹ đạo hạ cánh. Quỹ đạo này là các quỹ đạo elip của chuyển động theo các định luật Ke-ple.

- Lực hướng tâm trên quỹ đạo tròn chính là lực hấp dẫn của Mặt Trăng:

$$\frac{Mv^2}{R_t + h} = G \frac{MM_t}{(R_t + h)^2} \quad (1)$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_t}{R_t + h}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,4 \cdot 10^{22}}{1,7 \cdot 10^6 + 0,1 \cdot 10^6}} = 1651(\text{m/s})$$

- Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho con tàu trên quỹ đạo elip, ta được:



$$-G \frac{MM_t}{R_t + h} + \frac{Mv_A^2}{2} = -G \frac{MM_t}{R_t} + \frac{Mv_B^2}{2}$$

$$\Leftrightarrow -G \frac{M_t}{R_t + h} + \frac{v_A^2}{2} = -G \frac{M_t}{R_t} + \frac{v_B^2}{2} \quad (2)$$

- Áp dụng định luật II Ke-ple, ta được: $v_A (R_t + h) = v_B R_t \quad (3)$

- Từ (2) và (3):

$$v_A = \sqrt{\frac{2GM_t R_t}{(R_t + h)(2R_t + h)}} = v \sqrt{\frac{2R_t}{2R_t + h}} = 1651 \sqrt{\frac{2,1 \cdot 7 \cdot 10^6}{2,1 \cdot 7 \cdot 10^6 + 0,1 \cdot 10^6}} = 1627 \text{ (m/s)}$$

- Độ biến thiên vận tốc: $\Delta v = v - v_A = 1651 - 1627 = 24 \text{ (m/s)}$.

- Gọi m là khối lượng nhiên liệu đã cháy. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng, ta được:

$$(M - m)\Delta v = m u \Rightarrow m = \frac{M \Delta v}{u} = \frac{12 \cdot 10^3 \cdot 24}{10^4} = 29 \text{ kg}; \Delta v \ll u.$$

Vậy: Nhiên liệu để con tàu đáp xuống Mặt Trăng ở điểm B là $m = 29 \text{ kg}$.

b) Nhiên liệu để con tàu đáp xuống Mặt Trăng ở điểm C

- Vì $\Delta \vec{v}' = \vec{v}_A' - \vec{v}$ vuông góc với $\vec{v}$ nên: $v_A'^2 = v^2 + \Delta v'^2 \quad (4)$

- Từ định luật bảo toàn động lượng, ta được:

$$v_C^2 - v_A'^2 = 2GM_t \left(\frac{1}{R_t} + \frac{1}{R_t + h} \right) = \frac{2GM_t h}{R_t (R_t + h)}.$$

$$\Leftrightarrow v_C^2 - (v^2 + \Delta v'^2) = \frac{2g_t h R_t}{(R_t + h)}; g_t = \frac{GM_t}{R_t^2}: \text{gia tốc trên Mặt Trăng}$$

- Áp dụng định luật II Ke-ple, ta được: $vR = v_C R_t$.

$$\Rightarrow v_C = \frac{R_t + h}{R_t} v = \frac{1,7 \cdot 10^6 + 0,1 \cdot 10^6}{1,7 \cdot 10^6} \cdot 1651 = 1749 \text{ (m/s)}$$

$$\text{Và } \Delta v' = \frac{h}{R_t} v = \frac{0,1 \cdot 10^6}{1,7 \cdot 10^6} \cdot 1651 = 97 \text{ (m/s)}$$

- Từ (4) $v_A' = \sqrt{v^2 + \Delta v'^2} = \sqrt{1651^2 + 97^2} = 1655 \text{ (m/s)}$.

- Khối lượng nhiên liệu: $m' = \frac{M \Delta v'}{u} = \frac{12 \cdot 10^3 \cdot 97}{10^4} = 116 \text{ kg}$.

Vậy: Nhiên liệu để con tàu đáp xuống Mặt Trăng ở điểm C là $m' = 116 \text{ kg}$.