

[1]

**Bài 1. (2,0 điểm).**

Cho biểu thức  $A = \left( \frac{1}{x-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+1}{x-1} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{x-2\sqrt{x}+1}$  với  $x > 0, x \neq 1$ .

1. Rút gọn biểu thức  $A$  và tính giá trị của  $A$  khi  $x = 7 - 4\sqrt{3}$ .
2. Tìm  $x$  để  $|3A - 1| > 3A - 1$ .
3. So sánh  $A$  với 1.

**Bài 2. (2,0 điểm).**

Cho hàm số  $y = f(x) = (2m - 1)x + m - 4$ , đồ thị hàm số là đường thẳng  $(d)$ .

1. Tìm điều kiện của  $m$  để  $f(\sqrt{2019}) > f(\sqrt[3]{2019})$ .
2. Tìm  $m$  để đường thẳng  $(d)$  cắt đường thẳng  $y = 3x - 1$  tại điểm có hoành độ bằng 2.
3. Tìm các giá trị nguyên dương  $m$  để đường thẳng  $(d)$  tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 4,5 (đơn vị diện tích).

**Bài 3. (2,0 điểm).**

Cho hệ phương trình  $\begin{cases} x - (a + 3)y = 0, \\ (a - 2)x + 4y = a - 1. \end{cases}$  ( $a$  là tham số).

1. Giải hệ phương trình với  $a = 2$ .
2. Tìm  $a$  để hệ có nghiệm duy nhất  $(x; y)$  thỏa mãn  $2x + 3y > 5$ .
3. Tìm tất cả các giá trị nguyên  $a$  để hệ có nghiệm duy nhất  $(x; y)$  với  $x, y$  là số nguyên.

**Bài 4. (3,5 điểm).**

Cho đường tròn tâm  $O$ , bán kính  $R$ . Từ một điểm  $M$  trên đường thẳng  $d$  (khoảng cách từ  $O$  đến đường thẳng  $d < R\sqrt{2}$ ) ta vẽ hai tiếp tuyến  $MA, MB$  đến  $(O; R)$ ,  $A$  và  $B$  là hai tiếp điểm;  $AB$  cắt  $OM$  tại  $N$ .

1. Chứng minh bốn điểm  $M, A, O, B$  cùng thuộc một đường tròn và  $OM \cdot ON = R^2$ .
2.  $OM$  cắt  $(O; R)$  tại  $I$ , tính tỉ số  $\frac{IM}{IN}$  khi  $\cos \widehat{ABO} = \frac{1}{3}$ .
3. Chứng minh khi  $M$  di chuyển trên  $d$  thì tâm đường tròn nội tiếp tam giác  $MAB$  di chuyển trên một đường cố định.
4. Trên nửa mặt phẳng bờ  $OA$  có chứa điểm  $M$  vẽ tia  $Ox \perp OM$ , tia này cắt  $MB$  tại  $K$ , xác định vị trí điểm  $M$  để tam giác  $MOK$  có diện tích nhỏ nhất.

**Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).**

1. Cho các số thực dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $abc = 1$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$S = \frac{1}{2ab + ac + 3} + \frac{1}{2ac + bc + 3} + \frac{1}{2bc + ab + 3}.$$

2. Giải phương trình  $9 + 3\sqrt{x(3-2x)} = 7\sqrt{x} + 5\sqrt{3-2x}$ .

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: .....; Số báo danh: .....

[2]

**Bài 1. (2,0 điểm).**

Cho biểu thức  $B = \left( \frac{\sqrt{x}}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} \right) : \frac{x\sqrt{x}+1}{(x-4)\sqrt{x}}$ .

1. Rút gọn biểu thức  $B$  và tìm  $x$  để  $2B^2 > 3B$ .
2. Tìm tất cả các giá trị  $x$  để  $B$  nhận giá trị nguyên.

**Bài 2. (2,0 điểm).**

Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng  $d: y = 2x + m - 5$ .

1. Tìm điều kiện của  $m$  để đường thẳng  $d$  tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân.
2. Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  vuông góc với  $(d)$  và cắt Ox tại điểm có hoành độ bằng 3.
3. Tìm giá trị  $m$  để đường thẳng  $d$  cắt đường thẳng  $y = x + 2m$  tại điểm  $M(x;y)$  sao cho  $M$  nằm trên đường tròn tâm O, bán kính  $R = 5\sqrt{2}$ .

**Bài 3. (1,5 điểm).**

Cho hệ phương trình  $\begin{cases} x + ay = 3a, \\ ax - y = a^2 - 2. \end{cases}$  ( $a$  là tham số).

Tìm  $a$  để hệ có nghiệm duy nhất  $(x;y)$  thỏa mãn

1. Điểm  $K(x;y)$  nằm trong góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng tọa độ.
2.  $x^2 - 3x - 5y > a$ .

**Bài 4. (1,0 điểm).**

1. Giải phương trình  $\sqrt{x} + \sqrt{2x-1} = 2$ .
2. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 3(x+y) - 5(x-2y) = 1, \\ 7(x+2y) - 3(x-y) = 4. \end{cases}$

**Bài 5. (3,0 điểm).**

Cho nửa đường tròn  $(O;R)$ , đường kính  $AB$ . Kẻ hai tiếp tuyến  $Ax, By$  của  $(O;R)$  trên cùng một nửa mặt phẳng bờ là  $AB$ . Từ một điểm  $M$  nằm trên nửa đường tròn ( $M$  khác  $A$  và  $B$ ) kẻ tiếp tuyến  $mn$  với  $(O;R)$ ,  $mn$  cắt  $Ax, By$  tương ứng tại  $C$  và  $D$ ;  $OC$  cắt  $MA$  tại  $P$  và  $OD$  cắt  $MB$  tại  $Q$ .

1. Chứng minh tam giác  $COD$  vuông tại O.
2. Chứng minh  $MPOQ$  là hình chữ nhật và  $AC \cdot BD = PQ^2$ .
3. Gọi  $I$  là giao điểm của  $BC$  và  $AD$ , chứng minh  $MI \perp AB$ .
4. Biết rằng bốn điểm  $C, D, Q, P$  cùng thuộc một đường tròn tâm  $T$ . Tính bán kính của đường tròn  $(T)$  theo  $R$  nếu  $AC + BD = 10$ .

**Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).**

1. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x^3 - y^3 + x^2 + y^2 + xy + 1 = y - x, \\ \sqrt{2x+y} + \sqrt{3x+2y+2} = 3x^2 - y + 4. \end{cases}$
2. Cho  $x, y, z$  là các số thực dương thỏa mãn  $x + y + z = 1$ . Chứng minh  $2(x^2 + y^2 + z^2) + 9xyz \geq 1$ .

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....;Số báo danh:.....

[3]

**Bài 1. (2,0 điểm).**

Cho biểu thức  $P = \frac{x\sqrt{x}-3}{x-2\sqrt{x}-3} - \frac{2(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+3}{3-\sqrt{x}}$  với  $x \geq 0; x \neq 9$ .

1. Rút gọn biểu thức  $P$  và tìm  $x$  để  $P - \sqrt{x} = 5$ .
2. Tính giá trị biểu thức  $P$  khi  $x^2 = 28 - 16\sqrt{3}$ .
3. Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P$ .

**Bài 2. (2,0 điểm).**

Cho đường thẳng  $d: y = (m-3)x - m + 5$  ( $m$  là tham số).

1. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ  $O$  đến đường thẳng  $d$  khi  $m = 2$ .
2. Tìm  $m$  để đường thẳng  $d$  và hai đường thẳng  $y = x + 2; y = 3x - 4$  đồng quy.
3. Tìm  $m$  để đường thẳng  $d$  cắt đường thẳng  $y = mx + 2m - 4$  tại điểm  $M(x;y)$  sao cho  $2x + y$  đạt giá trị lớn nhất.

**Bài 3. (2,0 điểm).**

Cho hệ phương trình  $\begin{cases} x - 2y = a + 1, \\ 3x + y = 7a + 3. \end{cases}$  ( $a$  là tham số).

1. Giải hệ phương trình khi  $a = 2y + 1$ .
2. Chứng minh hệ luôn có nghiệm duy nhất  $(x;y)$  với mọi giá trị  $a$ .
  - a) Tìm  $a$  để  $x^2 = 5y + 1$ .
  - b) Tìm  $a$  để điểm  $M(x;y)$  nằm trên đường thẳng  $2x - 3y = 10$ .

**Bài 4. (3,5 điểm).**

Cho đoạn thẳng  $AB$  và  $O$  là trung điểm của nó. Vẽ về một phía của  $AB$  các đường thẳng  $Ax, By$  cùng vuông góc với  $AB$ . Các điểm  $M, N$  theo thứ tự dịch chuyển trên  $Ax, By$  sao cho  $\widehat{MON} = 90^\circ$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $MN$ .

1. Chứng minh  $AB$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(I; IO)$  và  $MO$  là phân giác của  $\widehat{AMN}$ .
2. Chứng minh  $MN$  là tiếp tuyến của đường tròn đường kính  $AB$  và  $AM.BN$  không đổi.
3. Tìm vị trí điểm  $M$  để  $MA + BN$  nhỏ nhất.
4. Kẻ  $OH \perp MN$  tại  $H$ . Xác định vị trí điểm  $H$  để diện tích tam giác  $AHB$  lớn nhất.

**Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).**

1. Cho các số dương  $a, b, c$  có tích bằng 1. Chứng minh bất đẳng thức

$$\frac{1}{\sqrt{a+2b+6}} + \frac{1}{\sqrt{b+2c+6}} + \frac{1}{\sqrt{c+2a+6}} \leq 1.$$

2. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 3x^2 - 2y^2 - xy + 12x - 17y - 15 = 0, \\ \sqrt{2-x} + \sqrt{6-x-x^2} = y + \sqrt{2y+5} - \sqrt{y+4}. \end{cases}$

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

**Bài 1. (1,5 điểm).**

Cho biểu thức  $Q = \left( \frac{4\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} + \frac{8x}{4-x} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}-1}{x-2\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$  với  $x > 0; x \neq 4; x \neq 9$ .

1. Rút gọn  $Q$  và tính giá trị của  $Q$  khi  $x - 10\sqrt{x} + 9 = 0$ .
2. Với  $x > 9$ , tìm giá trị nhỏ nhất của  $Q$ .

**Bài 2. (2,0 điểm).**

1. Tìm điều kiện của  $m$  để hàm số  $y = (m^2 - 3m + 2)x + 4$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .
2. Viết phương trình đường thẳng  $d$  biết  $d$  cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng  $-4$ .
3. Tính chiều cao  $OH$  của tam giác  $OAB$  biết rằng  $A(1;2)$ ,  $B(3;4)$ ,  $O$  là gốc tọa độ.

**Bài 3. (1,5 điểm).**

Cho hệ phương trình  $\begin{cases} ax - y = a + 1, \\ 3x - (a + 2)y = 2. \end{cases}$  ( $a$  là tham số).

Khi hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(x;y)$ .

1. Tìm hệ thức liên hệ giữa  $x$  và  $y$  độc lập với  $a$ .
2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $T = y^2 - 3x - 2y + \frac{4x}{ay}$ .

**Bài 4. (1,5 điểm).**

1. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x\sqrt{x} - y\sqrt{y} = 0, \\ \sqrt{2x-1} = x + 2y - 2. \end{cases}$
2. Rút gọn biểu thức  $P = 2\sqrt{9-4\sqrt{5}} - \frac{3}{\sqrt{5}-2} + \sqrt{21+8\sqrt{5}}$ .

**Bài 5. (3,0 điểm).**

Cho đường tròn  $(O;R)$ , từ điểm  $A$  cố định thuộc  $(O;R)$  vẽ tiếp tuyến  $xy$ , từ điểm  $M$  trên  $xy$  vẽ tiếp tuyến  $MB$  với  $(O;R)$ . Hai đường cao  $AD$  và  $BE$  của tam giác  $MAB$  cắt nhau tại  $H$ ,  $MO$  cắt  $AB$  tại  $K$ .

1. Chứng minh  $OM$  là trung trực của  $AB$  và  $O, M, H$  thẳng hàng.
2. Chứng minh  $\angle AOBH$  là hình thoi và  $OK \cdot OM$  có giá trị không đổi.
3. Khi điểm  $M$  di chuyển trên  $xy$  thì điểm  $H$  di chuyển trên đường nào?

**Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).**

1. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x^3 - y^3 - 3(2x^2 - y^2 + 2y) + 15x = 10, \\ \sqrt{x^2 + y - 5} + 3\sqrt{y} - \sqrt{3x^2 - 6y + 13} = 0. \end{cases}$
2. Cho các số thực không âm  $a, b, c$  thỏa mãn  $ab + bc + ca = 3$ . Chứng minh  $a^3 + b^3 + c^3 + 7abc \geq 10$ .

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....;Số báo danh:.....

[5]

**Bài 1. (2,5 điểm).**

Cho biểu thức  $P = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right) : \left( \frac{2}{x} - \frac{2-x}{x\sqrt{x}+x} \right)$  với  $0 < x \neq 1$ .

1. Rút gọn biểu thức  $P$ .
2. Tìm điều kiện của  $x$  để  $P > 4$ .
3. Tồn tại hay không các số thực  $m, n$  sao cho  $2018P = \sqrt{1 - \frac{1}{m^2 + n^2 + 1}}$  ?

**Bài 2. (2,0 điểm).**

Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng  $d: y = (2m-1)x + m - 5$ ,  $m$  là tham số.

1. Tìm  $m$  để đường thẳng  $d$  cắt đường thẳng  $y = (2m-5)x + m - 8$  tại điểm có hoành độ dương.
2. Tính khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ O đến đường thẳng  $d$ .
3. Tìm  $m$  để đường thẳng  $d$  cắt đường thẳng  $y = x + 2$  tại điểm  $M(x;y)$  thỏa mãn đồng thời
  - $M$  thuộc góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng tọa độ.
  - Biểu thức  $T = x^3 - 3y + 10$  đạt giá trị lớn nhất.

**Bài 3. (1,5 điểm).**

1. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 6x + 5y = 11xy, \\ 3x + 4y = 7xy. \end{cases}$
2. Cho  $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$ , tính  $Q = \sin x \cos x + \sqrt{2}$ .
3. Cho  $K = \sqrt{9 - 4\sqrt{5}} + x + 2\sqrt{x} + m + 2$ . Tìm giá trị tham số  $m$  để  $K_{\min} = \sqrt{5}$ .

**Bài 4. (3,5 điểm).**

Cho nửa đường tròn (O;R) đường kính AB. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB chứa đường tròn vẽ các tiếp tuyến Ax, By với nửa đường tròn. Trên nửa đường tròn lấy điểm C bất kỳ, vẽ tiếp tuyến của (O) tại C cắt Ax, By lần lượt tại D và E.

1. Chứng minh  $AD + BE \geq AB$ .
2. AC cắt DO tại M, BC cắt OE tại N. Tìm vị trí của điểm C trên nửa đường tròn để MN là phân giác góc  $\widehat{CMO}$ .
3. Chứng minh tổng  $MO \cdot DM + ON \cdot NE$  có giá trị không đổi.
4. AN cắt CO tại H, khi C di chuyển trên nửa đường tròn (O;R) thì điểm H di chuyển trên đường nào? Vì sao?

**Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).**

1. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} (\sqrt{x+1} - 1)(\sqrt{y^2 + 1} + y) = \sqrt{x}, \\ 2x^3(y^2 + 1) = 2 + (x+1)xy. \end{cases}$
2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $S = \sqrt{(x-1)^2 + y^2} + \sqrt{(x+1)^2 + y^2} + |y-2|$ .

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....;Số báo danh:.....

[6]

**Bài 1. (1,5 điểm).**

Cho biểu thức  $D = \left( \frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}{a-b} \right) \cdot \frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}$  với  $a \geq 0; b \geq 0; a \neq b$ .

1. Rút gọn biểu thức  $D$ .
2. Tính giá trị của  $D$  khi  $a^2 - 5ab + 4b^2 = 0$ .
3. Tìm số thực  $k$  nhỏ nhất sao cho  $D < k$  với điều kiện xác định của bài toán.

**Bài 2. (2,0 điểm).**

Trong hệ tọa độ Oxy cho hai điểm  $A(-2;1)$  và  $B(1;2)$ , đường thẳng  $\Delta$  đi qua hai điểm  $A, B$ .

1. Viết phương trình đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(2;5)$  và song song với đường thẳng  $\Delta$ .
2. Chứng minh tam giác  $OAB$  vuông cân tại  $O$ .
3. Tính diện tích tam giác  $OAB$  theo ba cách khác nhau.

**Bài 3. (1,0 điểm).**

Cho hệ phương trình  $\begin{cases} x - 2y = 3, \\ x + my = m + 4. \end{cases}$  ( $m$  là tham số).

1. Giải hệ phương trình với  $m = 3$ .
2. Tìm  $m$  để hệ có nghiệm duy nhất  $(x;y)$  sao cho điểm  $M(x;y)$  nằm trên đường tròn tâm  $O$ , bán kính  $R = \frac{3}{\sqrt{5}}$ .

**Bài 4. (2,0 điểm).**

1. Giải phương trình  $\sqrt{x} + \sqrt{2x-3} = \sqrt{3(x-1)}$ .
2. Cho góc nhọn  $x$  thỏa mãn  $\tan x = 2$ . Tính  $\sin x \cos x$ .

**Bài 5. (3,0 điểm).**

Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ ,  $AB < AC$ . Vẽ đường tròn  $(B;BA)$  cắt đường thẳng  $AH$  tại  $D$ ,  $D$  khác  $A$ . Vẽ đường kính  $AK$  của đường tròn  $(B;BA)$ . Từ  $K$  vẽ tia  $Kx$  vuông góc với  $AK$ ,  $Kx$  cắt  $AD$  tại  $N$ .

1. Chứng minh  $H$  là trung điểm của  $AD$  và  $CD$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(B;BA)$ .
2. Chứng minh  $DN \cdot DC = DB \cdot DK$ .
3. Từ điểm  $M$  thuộc cung nhỏ  $AD$  của đường tròn  $(B;BA)$  vẽ tiếp tuyến cắt  $AC$  và  $CD$  lần lượt tại  $E$  và  $F$ . Chứng minh rằng nếu  $S_{ABDC} = 4S_{EBF}$  thì  $CE + CF = 3EF$ .

**Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).**

1. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 2\sqrt{x+3y+2} - 3\sqrt{y} = \sqrt{x+2}, \\ \sqrt{y-1} - \sqrt{4-x} = x^2 - 8. \end{cases}$
2. Tìm tất cả các bộ ba số  $(x;y;z)$  thỏa mãn  $x\sqrt{4-y^2} + y\sqrt{5-z^2} + z\sqrt{6-x^2} = 7,5$ .

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....;Số báo danh:.....

**Bài 1. (2,0 điểm).**

- Rút gọn biểu thức  $B = \frac{4\sqrt{6} - 2\sqrt{10}}{2\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} + 3\sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$ .
- Giải hệ phương trình  $\begin{cases} (x - y)(x^2 + y^2 + 1) = 0, \\ x - \sqrt{x} + 2\sqrt{y} - 2 = 0. \end{cases}$

**Bài 2. (2,0 điểm).**

Cho biểu thức  $P = \left( \frac{x+3}{x-1} + \frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} + \frac{1}{1+\sqrt{x}} \right) \cdot \left( \frac{x\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1} + \sqrt{x} \right)$  với  $0 \leq x \neq 1$ .

- Rút gọn  $P$ .
- Tìm giá trị nguyên  $x$  để biểu thức  $\frac{P}{2}$  có giá trị nguyên.

**Bài 3. (2,0 điểm).**

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng  $d: y = (m-1)x + 3m - 2$ ,  $m$  là tham số.

- Tìm  $m$  để đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(1;5)$ .
- Tìm  $m$  để đường thẳng  $d$  vuông góc với đường thẳng  $2x - 3y + 1 = 0$ .
- Tìm  $m$  để  $d$  tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông có góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ .

**Bài 4. (3,5 điểm).**

Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , vẽ đường tròn tâm  $O$  đường kính  $AC$ . Đường tròn  $(O)$  cắt  $BC$  tại điểm thứ hai là  $I$ . Kẻ  $OM$  vuông góc với  $BC$  tại  $M$ ,  $AM$  cắt  $(O)$  tại điểm thứ hai là  $N$ .

- Chứng minh  $AI^2 = BI \cdot CI$  và  $AM \cdot MN = CM^2$ .
- Từ  $I$  kẻ  $IH$  vuông góc với  $AC$  tại  $H$ . Gọi  $K$  là trung điểm của  $IH$ . Tiếp tuyến tại  $I$  của  $(O)$  cắt  $AB$  tại  $P$ . Chứng minh ba điểm  $C, K, P$  thẳng hàng.
- Chứng minh  $OI$  là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $IMN$ .

**Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).**

- Giải phương trình  $\sqrt{x-3} + \sqrt{x-2} = \sqrt{x^2 - 3x - 2}$ .
- Cho bốn số thực dương  $a, b, c, d$  thỏa mãn  $a + b + c + d = 4$ . Chứng minh

$$\frac{a}{1+b^2c} + \frac{b}{1+c^2a} + \frac{c}{1+d^2a} + \frac{d}{1+a^2b} \geq 2.$$

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: .....; Số báo danh: .....

**Bài 1. (1,5 điểm).**

Cho biểu thức  $P = \frac{2\sqrt{x}-3}{x+2\sqrt{x}} : \left( \frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{4}{x-4} \right)$  với  $x > 0; x \neq 4$ .

1. Rút gọn biểu thức  $P$ .
2. Tính giá trị của  $P$  khi  $x$  thỏa mãn  $3x - 4\sqrt{x} + 1 = 0$ .
3. Tìm  $x$  để  $P$  nhận giá trị dương.

**Bài 2. (1,5 điểm).**

Cho hệ phương trình  $\begin{cases} x - my = 3, \\ mx - (2m - 1)y = 4. \end{cases}$  ( $m$  là tham số).

1. Giải hệ phương trình với  $m = 2$ .
2. Chứng minh rằng khi  $m \neq 1$ , hệ đã cho có nghiệm duy nhất  $(x; y)$  thỏa mãn  $(x-3)(x-2y) + y^2 = 4y$ .

**Bài 3. (1,5 điểm).**

Cho hàm số  $y = f(x) = (3a-1)x + a - 2$ , đồ thị là đường thẳng  $d$ .

1. Tìm  $a$  để hàm số đã cho nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .
2. Tìm  $a$  để đường thẳng  $d$  cắt tia  $Oy$ .
3. Tìm  $a$  để đường thẳng  $d$  song song với đường thẳng đi qua hai điểm  $A(1;4)$ ,  $B(2;7)$ .

**Bài 4. (1,5 điểm).**

1. Rút gọn biểu thức  $K = \frac{5\sqrt{5} - 2\sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} - \sqrt{11 - 2\sqrt{10}} - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$ .

2. Cho góc nhọn  $\alpha$  thỏa mãn  $\sin \alpha = 2 \cos \alpha$ . Tính  $\tan \alpha + 4 \cot \alpha$ .

**Bài 5. (3,5 điểm).**

Cho nửa đường tròn tâm  $O$  đường kính  $AB = 2R$ . Từ một điểm  $M$  nằm trên nửa đường tròn vẽ tiếp tuyến  $xy$ , vẽ  $AD$  và  $BC$  vuông góc với  $xy$  lần lượt tại  $D$  và  $C$ .

1. Chứng minh  $MC = MD$  và  $ADCB$  là hình thang vuông.
2. Chứng minh  $AD + BC$  có giá trị không đổi khi  $M$  di động trên nửa đường tròn.
3. Chứng minh đường tròn đường kính  $CD$  tiếp xúc đồng thời với  $AD$ ,  $BC$ ,  $AB$ .
4. Tìm vị trí của điểm  $M$  trên nửa đường tròn ( $O$ ) để tứ giác  $ABCD$  có diện tích lớn nhất.

**Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).**

1. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x^2 y + 2y + x = 4xy, \\ \frac{1}{x^2} + \frac{1}{xy} + \frac{x}{y} = 3. \end{cases}$

2. Giải phương trình  $(\sqrt{x+3} - \sqrt{x+1})(x^2 + \sqrt{x^2 + 4x + 3}) = 2x$ .

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

**Bài 1. (2,0 điểm).**

Cho biểu thức  $Q = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right)$  với  $0 < x \neq 1$ .

1. Rút gọn biểu thức  $Q$  và tính giá trị  $Q$  khi  $x = 6 - 2\sqrt{5}$ .
2. Tìm điều kiện tham số  $m$  để tồn tại  $x$  thỏa mãn  $Q\sqrt{x} = m + \sqrt{x}$ .

**Bài 2. (2,0 điểm).**

Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng  $d: y = 3x - 2m + 1$ ,  $m$  là tham số, O là gốc tọa độ.

1. Cho điểm  $H(0;4)$ . Tìm  $m$  để đường thẳng  $d$  và đoạn thẳng  $OH$  có điểm chung.
2. Đường thẳng  $d$  cắt đường thẳng  $y = 2x + m - 5$  tại điểm  $M(x;y)$ .
  - a) Chứng minh  $M$  luôn thuộc một đường thẳng cố định khi  $m$  thay đổi.
  - b) Tìm  $m$  sao cho  $x - y < m^2 + 15$ .

**Bài 3. (2,0 điểm).**

1. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 4(x+y) - 5(x-y) = 8, \\ x^2 + y^2 = 2. \end{cases}$$
2. Cho góc nhọn  $\alpha$  thỏa mãn  $2\sin\alpha + 3\cos\alpha = \frac{18}{5}$ . Tính  $\cot\alpha$ .

**Bài 4. (3,5 điểm).**

Cho đường tròn tâm O bán kính  $R$ , đường kính  $AB$ . Qua điểm  $A$  kẻ tiếp tuyến  $Ax$  với  $(O;R)$ . Trên tia  $Ax$  lấy điểm  $C$  sao cho  $AC > R$ . Từ điểm  $C$  kẻ tiếp tuyến  $CM$  với đường tròn  $(O;R)$ ,  $M$  là tiếp điểm.

1. Chứng minh bốn điểm  $A, C, O, M$  cùng thuộc một đường tròn và  $MB \parallel OC$ .
2. Gọi  $K$  là giao điểm thứ hai của  $BC$  với  $(O;R)$ . Chứng minh  $BC \cdot BK = 4R^2$ .
3. Chứng minh  $CM^2 = CK \cdot CB$  và  $\widehat{CMK} = \widehat{MBC}$ .
4.  $AM$  cắt  $OC$  tại  $E$ ,  $AK$  cắt  $OC$  tại  $F$ . Chứng minh  $\widehat{CEK} = \widehat{CAK}$  và  $FC \cdot FA = FK \cdot FE$ .

**Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).**

1. Cho ba số thực  $a, b, c \in [1;2]$  có tổng bằng 4. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A = \sqrt{5a-1} + \sqrt{5b-1} + \sqrt{5c-1}.$$

2. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 5x^2y - 4xy^2 + 3y^3 - 2(x+y) = 0, \\ xy(x^2 + y^2) + 2 = (x+y)^2 \end{cases}$$

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....;Số báo danh:.....

**Bài 1. (1,5 điểm).**

Cho biểu thức  $K = \left( \frac{2}{\sqrt{x}-1} - \frac{5}{x+\sqrt{x}-2} \right) : \left( 1 + \frac{3-x}{x+\sqrt{x}-2} \right)$ .

1. Rút gọn biểu thức  $K$  và tìm  $x$  sao cho  $K = \frac{\sqrt{x}}{5} - 1$ .
2. Tìm các giá trị của  $x$  để  $K$  nhận giá trị nguyên.

**Bài 2. (2,0 điểm).**

Trong hệ tọa độ Oxy cho ba điểm  $A(0;4)$ ,  $B(6;0)$ ,  $C(3;2)$ ; O là gốc tọa độ.

1. Viết phương trình đường thẳng  $AB$  và tìm tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $OAB$ .
2. Chứng minh đường thẳng  $OC$  chia tam giác  $OAB$  thành hai phần có diện tích bằng nhau.
3. Tìm tọa độ điểm  $D$  thuộc trục hoành sao cho  $S_{AOC} = 2S_{AOD}$ .

**Bài 3. (1,5 điểm).**

1. Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi  $34m$ . Nếu tăng chiều dài thêm  $3m$  và tăng chiều rộng thêm  $2m$  thì diện tích tăng thêm  $45m^2$ . Hãy tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn.
2. Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 2a$ ;  $AD = a$ ,  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ .

Tính  $\cos \widehat{BAC} : \sin \widehat{ADM}$ .

**Bài 4. (1,5 điểm).**

1. Giải phương trình  $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = \sqrt{x - 2}$ .
2. Tìm  $m$  để đường thẳng  $2x - 5y + 4 = 0$  vuông góc với đường thẳng  $y = (m - 1)x + 5$ .

**Bài 5. (3,0 điểm).**

Cho điểm  $E$  thuộc nửa đường tròn tâm O, đường kính  $MN = 2R$ . Kẻ tiếp tuyến tại  $N$  của nửa đường tròn tâm O, tiếp tuyến này cắt đường thẳng  $ME$  tại  $D$ .

1. Chứng minh tam giác  $MEN$  vuông tại  $E$  và  $DE \cdot DM = DN^2$ .
2. Kẻ  $OI \perp ME$  tại  $I$ . Chứng minh bốn điểm  $N, O, I, D$  cùng thuộc một đường tròn.
3. Đường tròn đường kính  $OD$  cắt nửa đường tròn tâm O tại điểm thứ hai là  $A$ , chứng minh  $DA$  là tiếp tuyến của nửa đường tròn tâm O.
4. Chứng minh  $\widehat{DAM} + \widehat{MEA} = 180^\circ$ .

**Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).**

1. Tìm tất cả các bộ ba số  $(x; y; z)$  thỏa mãn

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{y-2} + \sqrt{z-3} + 1 = 2\sqrt[4]{x+y+z-6}.$$

2. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 3x + 8, \\ x^2 + 3y\sqrt{x+1} = 4x + 9. \end{cases}$$

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: .....; Số báo danh: .....

**Bài 1. (2,0 điểm).**

Cho biểu thức  $A = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} - \frac{2\sqrt{x}+7}{x-4} \right) : \left( \frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + 1 \right)$  với  $x \geq 0; x \neq 4$ .

1. Rút gọn biểu thức  $A$  và tìm  $x$  để  $A \geq -2$ .
2. Tính giá trị của  $A$  khi  $x = 9 - 4\sqrt{5}$ .
3. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A$ .

**Bài 2. (2,0 điểm).**

Trong hệ tọa độ  $Oxy$  cho bốn điểm  $A(1;3)$ ,  $B(2;5)$ ,  $C(2;0)$ ,  $D(4;-1)$ ;  $O$  là gốc tọa độ.

1. Viết phương trình các đường thẳng  $AC$  và  $BD$ , chứng minh  $AC \parallel BD$ .
2. Chứng minh các đường thẳng  $AB$ ,  $CD$  và trục tung đồng quy tại điểm  $E$ .
3. Viết phương trình đường thẳng  $d$  đi qua  $E$  và tạo với trục tung một góc  $60^\circ$ .

**Bài 3. (2,0 điểm).**

1. Giải phương trình  $\sqrt{9x-9} + \frac{1}{2}\sqrt{25x-25} = 4\sqrt{x-1} + 1$ .
2. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x - y = 2, \\ x^2 + y^2 = 10. \end{cases}$
3. Không dùng máy tính, hãy tính  $P = \sin^2 35^\circ + \tan 17^\circ + \sin^2 55^\circ - \cot 73^\circ - \frac{\cot 47^\circ}{\tan 43^\circ}$ .

**Bài 4. (3,5 điểm).**

Cho nửa đường tròn  $(O)$ , đường kính  $AB$  và điểm  $C$  thuộc nửa đường tròn đó. Từ  $C$  kẻ  $CH$  vuông góc với  $AB$  tại  $H$ . Gọi  $M$  là hình chiếu vuông góc của  $H$  trên  $AC$ ,  $N$  là hình chiếu vuông góc của  $H$  trên  $BC$ .

1. Chứng minh  $HMCN$  là hình chữ nhật.
2. Chứng minh  $MN$  là tiếp tuyến của đường tròn đường kính  $BH$ .
3. Chứng minh  $MN$  vuông góc với  $CO$ .
4. Tìm vị trí điểm  $C$  trên nửa đường tròn đường kính  $AB$  để độ dài đoạn thẳng  $MN$  lớn nhất.

**Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).**

1. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} \sqrt{y^2-4x} + \sqrt{y^2+x} = (8x-y^2+5)\sqrt{x}, \\ 8x-3y+7 = \sqrt{5y-4} + \sqrt{11y+5}. \end{cases} \quad (x; y \in \mathbb{R}).$

2. Cho các số thực dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $a^2 + b^2 + c^2 = 2$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$D = \frac{ab+bc+ca}{abc} - (a+b+c).$$

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

**Bài 1. (1,5 điểm).**

Cho biểu thức  $P = \left( \frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \right) : \frac{2(x-\sqrt{x}+1)}{x-1}$  với  $0 < x \neq 1$ .

1. Rút gọn biểu thức  $P$  và tìm  $x$  sao cho  $P = \frac{\sqrt{x}-1}{3}$ .

2. Tìm điều kiện của  $x$  để  $P$  nhận giá trị âm.

**Bài 2. (2,0 điểm).**

Trong hệ tọa độ  $Oxy$  cho ba điểm  $A(3;1)$ ,  $C(5;3)$ ,  $B(8;0)$ ;  $O$  là gốc tọa độ.

1. Chứng minh điểm  $C$  nằm trên đường tròn đường kính  $AB$ .
2. Tìm  $m$  để đường thẳng  $y = (m-5)x + 2$  vuông góc với đường thẳng  $AB$ .
3. Tính độ dài chiều cao  $OH$  của tam giác  $OBC$ .

**Bài 3. (1,5 điểm).**

Cho hệ phương trình  $\begin{cases} mx - y = 1, \\ x + my = m + 6. \end{cases}$  ( $m$  là tham số).

1. Giải hệ phương trình khi  $m = 2$ .
2. Tìm  $m$  để hệ có nghiệm duy nhất  $(x;y)$  thỏa mãn  $3x - y = 1$ .

**Bài 4. (1,5 điểm).**

1. Giải phương trình  $\sqrt{x} + \sqrt{3-x} = \sqrt{3}$ .
2. Cho góc nhọn  $x$  thỏa mãn  $2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$ . Tính  $\sin x \cos x$ .

**Bài 5. (3,0 điểm).**

Cho đường tròn  $(O;R)$  đường kính  $AB$ . Vẽ hai tiếp tuyến  $Ax$ ,  $By$  với  $(O)$ . Trên đường tròn  $(O)$  lấy điểm  $M$  sao cho  $MA > MB$ . Tiếp tuyến tại  $M$  của  $(O)$  cắt  $Ax$  tại  $C$  và cắt  $By$  tại  $D$ .

1. Chứng minh  $CD = AC + BD$  và  $AC \cdot BD$  không đổi.
2. Đường thẳng  $BC$  cắt  $(O)$  tại  $F$ . Gọi  $T$  là trung điểm của  $BF$ , vẽ tia  $OT$  cắt  $By$  tại  $E$ . Chứng minh  $EF$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$ .
3. Qua điểm  $M$  vẽ đường thẳng song song với  $AC$  và cắt  $BC$  tại  $N$ . Trên đoạn thẳng  $AC$  lấy điểm  $K$  sao cho  $4AK = 3AC$ . Trên đoạn thẳng  $BD$  lấy điểm  $I$  sao cho  $4BI = BD$ . Chứng minh ba điểm  $K, N, I$  thẳng hàng.

**Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).**

1. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x^2 + y^2 + 1 = \sqrt{2x^2 + x + 2x}, \\ 3x^2 - x + \frac{1}{2} = y\sqrt{x^2 + x}. \end{cases}$

2. Cho các số thực dương  $x, y, z$  thỏa mãn  $x + y + z = 1$ . Chứng minh

$$\frac{1}{1-xy} + \frac{1}{1-yz} + \frac{1}{1-xz} \leq \frac{27}{8}.$$

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: .....; Số báo danh: .....

**Bài 1. (2,0 điểm).**

Cho biểu thức  $P = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right)$ .

1. Tìm điều kiện xác định và rút gọn  $P$ .
2. Tìm các giá trị  $x$  để  $P < 0$ .
3. Tìm điều kiện của tham số  $m$  để tồn tại  $x$  thỏa mãn  $P\sqrt{x} = m - \sqrt{x}$ .

**Bài 2. (2,0 điểm).**

Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng  $d: y = (m^2 - m + 2)x + 2$ ,  $m$  là tham số,  $O$  là gốc tọa độ.

1. Chứng minh đường thẳng  $d$  luôn có hướng đi lên với mọi giá trị  $m$ .
2. Tìm  $m$  để đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(1;4)$ .
3. Tìm  $m$  để  $d$  cắt đường thẳng  $y = (m^2 - m)x + 2m + 4$  tại điểm  $N$  có hoành độ  $x$  thỏa mãn  $1 < x < 4$ .

**Bài 3. (2,0 điểm).**

1. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 6(x+2y) - (x-7y) = 1, \\ 2(x-2y) - (2x-5y) = 3. \end{cases}$$
2. Cho góc nhọn  $x$  thỏa mãn  $\tan x = 2$ . Tính  $M = \frac{3\sin x - 2\cos x}{\sin x + 5\cos x}$ .

**Bài 4. (3,5 điểm).**

Cho đường tròn  $(O;R)$  và một điểm  $H$  cố định nằm ngoài đường tròn. Qua  $H$  kẻ đường thẳng  $d$  vuông góc với đoạn thẳng  $OH$ . Từ một điểm  $S$  trên đường thẳng  $d$  kẻ hai tiếp tuyến  $SA, SB$  với đường tròn  $(O)$  ( $A$  và  $B$  là hai tiếp điểm). Gọi  $M, N$  lần lượt là giao điểm của đoạn thẳng  $SO$  với đoạn thẳng  $AB$  và đường tròn  $(O;R)$ .

1. Chứng minh bốn điểm  $S, A, O, B$  cùng nằm trên một đường tròn.
2. Chứng minh  $OM \cdot OS = R^2$ .
3. Chứng minh  $N$  là tâm đường tròn nội tiếp tam giác  $SAB$ .
4. Khi  $S$  di chuyển trên đường thẳng  $d$  thì điểm  $M$  di chuyển trên đường nào?

**Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).**

1. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \frac{x^3}{x^2 + xy + 2y^2} + \sqrt{x^2 - xy + y^2} = \frac{17x + 3y}{16}, \\ \sqrt{3xy - 2} + \sqrt{x + y - 1} = 2. \end{cases}$$
2. Cho ba số thực  $x, y, z$  thỏa mãn  $0 < x < 1; 0 < y < 1; 0 < z < 1$  và  $xyz = (1-x)(1-y)(1-z)$ .  
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x^2 + y^2 + z^2$ .

-----HẾT-----

**Bài 1. (1,5 điểm).**

Cho biểu thức  $A = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}$  với  $x > 0; x \neq 1$ .

1. Rút gọn biểu thức  $A$  và tính giá trị của  $A$  khi  $x = 6 - 2\sqrt{5}$ .
2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A$ .

**Bài 2. (2,0 điểm).**

Cho đường thẳng  $d: y = (m+2)x + n - 5$ ;  $m$  và  $n$  là tham số,  $O$  là gốc tọa độ.

1. Tìm  $m$  và  $n$  để đường thẳng  $d$  đi qua hai điểm  $A(1;3)$ ,  $B(2;8)$ .
2. Tìm  $m$  và  $n$  để đường thẳng  $d$  song song với đường thẳng  $y = 6x + 9$ .
3. Khi  $n = 6$ , tìm  $m$  để đường thẳng  $d$  cắt đường thẳng  $y = 2 - x$  tại điểm  $C(x;y)$  sao cho biểu thức  $T = x^4 + 4y + 10$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Bài 3. (1,5 điểm).**

Cho hệ phương trình  $\begin{cases} 3x + 2y = a + 8, \\ 2x - y = 2a - 1. \end{cases}$  ( $a$  là tham số thực).

1. Giải hệ phương trình với  $a = -4$ .
2. Chứng minh rằng với mọi  $a$  hệ luôn có nghiệm duy nhất  $(x;y)$  và điểm  $M(x;y)$  luôn nằm trên một đường thẳng cố định.

**Bài 4. (1,5 điểm).**

1. Giải phương trình  $\sqrt{x^2 - x + 1} = 2x - 1$ .
2. Cho  $\tan \alpha = 3$ . Tính  $P = \frac{\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha}{\sin^3 \alpha + 2 \cos^3 \alpha}$ .

**Bài 5. (3,0 điểm).**

Cho nửa đường tròn  $(O;R)$  đường kính  $AB$ . Vẽ tiếp tuyến  $Bx$  của  $(O)$ . Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ  $AB$  có chứa  $Bx$ , lấy điểm  $M$  thuộc  $(O)$ ,  $M$  khác  $A$  và  $B$  sao cho  $MA > MB$ . Tia  $AM$  cắt  $Bx$  tại  $C$ , từ  $C$  kẻ tiếp tuyến thứ hai  $CD$  với  $(O)$ ,  $D$  là tiếp điểm.

1. Chứng minh  $OC$  vuông góc với  $BD$  và bốn điểm  $O, B, C, D$  cùng thuộc một đường tròn.
2. Chứng minh  $\widehat{CMD} = \widehat{CDA}$ .
3. Kẻ  $MH$  vuông góc với  $AB$  tại  $H$ . Tìm vị trí của  $M$  để chu vi tam giác  $OMH$  đạt giá trị lớn nhất.

**Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).**

1. Giải phương trình  $\sqrt{x} + \sqrt[4]{x(1-x)^2} + \sqrt[4]{(1-x)^3} = \sqrt{1-x} + \sqrt[4]{x^2(1-x)} + \sqrt[4]{x^3}$ .
2. Chứng minh với mọi số thực  $x$  ta có  $\left(\frac{12}{5}\right)^x + \left(\frac{15}{4}\right)^x + \left(\frac{20}{3}\right)^x \geq 3^x + 4^x + 5^x$ .

**HẾT**

**Bài 1. (2,0 điểm).**

Cho biểu thức  $E = \left( \frac{\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}$ .

- Rút gọn biểu thức  $E$ .
- Tính giá trị biểu thức  $E$  khi  $x = \sqrt{4-\sqrt{7}} + \sqrt{4+\sqrt{7}}$ .
- So sánh  $\sqrt{E}$  và  $E$  khi  $x > 1$ .

**Bài 2. (2,0 điểm).**

Cho hệ phương trình  $\begin{cases} x - my = m + 2, \\ mx + 2y = 2m. \end{cases}$  ( $m$  là tham số).

- Giải hệ phương trình với  $m = 3$ .
- Chứng minh với mọi giá trị  $m$ , hệ luôn có nghiệm duy nhất  $(x; y)$  thỏa mãn  $(x-2)^2 + 2y(y+1) = 0$ .

**Bài 3. (2,0 điểm).**

Trong hệ tọa độ Oxy cho hai đường thẳng  $d_1 : y = 3x - m + 4$ ;  $d_2 : y = x - 4m + 3$ .

- Tìm  $m$  để đường thẳng  $d_2$  song song với đường thẳng  $y = x - m^2 + 3$ .
- Tìm  $m$  để  $d_1$  tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng  $\frac{4\sqrt{10}}{3}$ .
- Tìm  $m$  để hai đường thẳng đã cho cắt nhau tại một điểm nằm trên đường thẳng  $y = 4x - 2$ .

**Bài 4. (3,5 điểm).**

Cho đường tròn (O) và điểm M nằm ngoài đường tròn. Qua M kẻ các tiếp tuyến MA, MB tới đường tròn (O) với A, B là các tiếp điểm.

- Chứng minh bốn điểm A, B, M, O cùng thuộc một đường tròn.
- Kẻ đường kính AC của đường tròn (O). Chứng minh  $OM \parallel CB$ .
- Vẽ BK vuông góc với AC tại K. Chứng minh  $CK \cdot OM = OB \cdot CB$ .
- Tiếp tuyến tại C của đường tròn (O) cắt AB tại D. Chứng minh OD vuông góc với CM.

**Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).**

1. Chứng minh  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{(n+1)\sqrt{n}} < 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

2. Cho ba số thực dương  $x, y, z$  thỏa mãn  $x + y + z \leq 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$F = \sqrt{2x^2 + \frac{1}{y^2}} + \sqrt{2y^2 + \frac{1}{z^2}} + \sqrt{2z^2 + \frac{1}{x^2}}.$$

-----HẾT-----

**Bài 1. (1,5 điểm).**

Cho biểu thức  $Q = \frac{8\sqrt{x}+9}{x+\sqrt{x}-6} + \frac{\sqrt{x}+3}{2-\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}$  với  $x \geq 0; x \neq 4$ .

1. Rút gọn biểu thức  $Q$  và so sánh  $Q$  với 1,5.
2. Tìm tất cả các giá trị  $m$  sao cho tồn tại  $x$  để  $Q = m$ .

**Bài 2. (2,0 điểm).**

Cho hàm số  $f(x) = 2x - 1$ .

1. Chứng minh  $f(\sqrt{2019}) > f(\sqrt[3]{2017})$  theo hai cách khác nhau.
2. Vẽ đồ thị  $d$  của hàm số và tính diện tích tam giác tạo bởi  $d$  với hai trục tọa độ.
3. Tìm giá trị của  $R$  để đường tròn  $(O;R)$  tiếp xúc với đồ thị  $d$ .

**Bài 3. (1,5 điểm).**

1. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x - y = 1, \\ x^3 + y = 1. \end{cases}$
2. Hai người thợ cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 3 giờ, người thợ thứ hai làm trong 6 giờ thì họ làm được 25% khối lượng công việc. Hỏi mỗi người thợ làm một mình thì xong công việc đó trong bao lâu ?

**Bài 4. (1,5 điểm).**

1. Cho  $\cot x = 2$ , tính  $M = \frac{\sin^2 x - \sin x \cos x}{\cos^2 x + 4 \sin x \cos x}$ .
2. Giải phương trình  $\sqrt{x^2 - 3x + 4} + \sqrt{5} = \sqrt{9 + 4\sqrt{5}}$ .

**Bài 5. (3,0 điểm).**

Cho đường tròn  $(O;R)$ , hai tiếp tuyến tại  $A$  và  $B$  của đường tròn cắt nhau tại  $M$ , đoạn thẳng  $MO$  cắt đường tròn tại  $I$  và cắt  $AB$  tại  $K$ .

1. Chứng minh  $4OK \cdot OM = AB^2$  và  $I$  là tâm đường tròn nội tiếp tam giác  $MAB$ .
2. Gọi  $H$  là trực tâm tam giác  $MAB$ , tứ giác  $AOBH$  là hình gì ?
3. Xác định độ dài đoạn thẳng  $MO$  sao cho  $AOBH$  là hình vuông.

**Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).**

1. Giải phương trình  $(\sqrt{4x^4 - 12x^3 + 9x^2 + 16} - 2x^2 + 3x)(\sqrt{x+3} + \sqrt{x-1}) = 8$ .
2. Cho ba số thực  $a, b, c$ . Chứng minh bất đẳng thức

$$\sqrt{a^2 + (1-b)^2} + \sqrt{b^2 + (1-c)^2} + \sqrt{c^2 + (1-a)^2} \geq \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

**HẾT**

**Bài 1. (2,0 điểm).**

Cho biểu thức  $P = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$ .

- Rút gọn biểu thức  $P$ .
- Tính giá trị của  $P$  khi  $x = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$ .
- Tìm giá trị nhỏ nhất của  $\frac{1}{P}$ .

**Bài 2. (2,0 điểm).**

Trong hệ tọa độ Oxy cho hai điểm  $A(1;3)$ ,  $B(4;7)$ ; O là gốc tọa độ.

- Viết phương trình đường thẳng  $d$  đi qua hai điểm  $A, B$ .
- Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  đi qua O và chia tam giác  $OAB$  thành hai phần có diện tích bằng nhau.
- Tìm  $m$  để đường thẳng  $y = 2x - 3m + 5$  và đoạn thẳng  $AB$  có điểm chung.

**Bài 3. (2,0 điểm).**

Cho hệ phương trình  $\begin{cases} x + 2y = m^2 + 2m + 2, \\ 2x - my = 4. \end{cases}$  ( $m$  là tham số).

- Giải hệ với  $m = 3$ .
- Với  $m \neq -2$  chứng minh hệ có nghiệm duy nhất  $(x;y)$  thỏa mãn  $x - y + z^2 \geq 1$  với mọi số thực  $z$ .

**Bài 4. (3,5 điểm).**

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính  $AB = 2R$  và một điểm  $M$  thuộc nửa đường tròn ( $M$  khác  $A$  và  $B$ ). Kẻ tiếp tuyến  $Ax$  với đường tròn tại điểm  $A$ . Tia phân giác của góc  $\widehat{ABM}$  cắt (O) tại  $N$  và cắt tiếp tuyến  $Ax$  tại  $Q$ . Giao điểm của  $AM$  và  $BN$  là  $H$ , giao điểm của  $AN$  và  $BM$  là  $S$ .

- Chứng minh tam giác  $ABS$  cân.
- Chứng minh  $SA \cdot SN = SB \cdot SM$  và  $AN \cdot AS = AH \cdot AM$ .
- Chứng minh  $AQSH$  là hình thoi.
- Khi điểm  $M$  chuyển động trên nửa đường tròn, chứng minh  $SQ$  luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.

**Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).**

- Giải hệ phương trình  $\begin{cases} (x-4)\sqrt{y-3} + (y-1)\sqrt{x+2} = 7\sqrt{6}, \\ 12x\sqrt{y-4} + 4\sqrt{2} \cdot y\sqrt{x-2} = 5xy. \end{cases}$

- Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $Q = |x+2| + 2\left|\frac{x^2-1}{3x}\right|$ .

-----HẾT-----

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**

**ĐỀ KIỂM TRA CHẤT LƯỢNG HỌC KỲ I**

**THÁI BÌNH**

**MÔN THI: TOÁN 9**

[18]

**Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)**

**Bài 1. (1,5 điểm).**

Cho biểu thức  $A = \left( \frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} - \frac{x\sqrt{x}-y\sqrt{y}}{x-y} \right) : \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 + \sqrt{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ .

1. Rút gọn  $A$  và chứng minh  $A$  luôn nhận giá trị không âm.
2. So sánh  $A$  và  $\sqrt{A}$ .

**Bài 2. (2,0 điểm).**

Trong hệ tọa độ cho hai đường thẳng  $d_1 : y = mx - m + 6$ ;  $d_2 : y = 3x - 2m + 4$ .

1. Tìm  $m$  để đường thẳng  $d_1$  vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm  $A(1;4)$ ,  $B(2;5)$ .
2. Tìm  $m$  để hai đường thẳng đã cho và đường thẳng  $x = 6$  đồng quy.
3. Tính khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ  $O$  đến đường thẳng  $d_1$ .

**Bài 3. (1,5 điểm).**

1. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x^3 - y^3 = 0, \\ 3x + y = 4. \end{cases}$
2. Giải và biện luận hệ phương trình  $\begin{cases} x - ay = 1, \\ ax + y = a + 2. \end{cases}$  theo tham số  $a$ .

**Bài 4. (1,5 điểm).**

1. Cho tam giác  $ABC$  nhọn, đường cao  $AH$ .  $M$  và  $N$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $H$  trên  $AB$  và  $AC$ . Chứng minh  $AH(\cot B + \cot C) = BC$ .
2. Giải phương trình  $x - \sqrt{x} + \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1,25$ .

**Bài 5. (3,0 điểm).**

Cho nửa đường tròn tâm  $O$  đường kính  $BC$  và điểm  $A$  chuyển động trên nửa đường tròn. Gọi  $H$  là hình chiếu của  $A$  trên  $BC$ . Nửa đường tròn tâm  $I$  đường kính  $BH$  cắt  $AB$  tại  $D$ , nửa đường tròn tâm  $K$  đường kính  $HC$  cắt  $AC$  tại  $E$ .

1. So sánh  $DE$  với  $AH$  và chứng minh  $AB \cdot AD = AC \cdot AE$ .
2. Chứng minh  $DE$  là tiếp tuyến chung của hai nửa đường tròn tâm  $I$  và  $K$ .
3. Gọi  $T$  là trung điểm của  $IK$ , chứng minh  $T$  là trung điểm của  $OH$ .
4. Tìm vị trí điểm  $A$  trên nửa đường tròn để tứ giác  $DIKE$  có chu vi lớn nhất.

**Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).**

1. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x^3 + 2x^2 + x - 3 = y, \\ y^3 + 2y^2 + y - 3 = z, \\ z^3 + 2z^2 + z - 3 = x. \end{cases}$

2. Cho  $x > 0, y > 0$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A = (1+x) \left(1 + \frac{y}{x}\right) \left(1 + \frac{9}{\sqrt{y}}\right)^2$ .

**HẾT**

**Bài 1. (2,0 điểm).**

Cho biểu thức  $A = \left( \sqrt{x} + \frac{y - \sqrt{xy}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \right) \cdot \frac{x\sqrt{xy} + y\sqrt{xy}}{\sqrt{xy}(x - y)}$  với  $x \geq 0; y \geq 0; x \neq y$ .

1. Rút gọn biểu thức  $A$ .
2. Tính giá trị biểu thức  $A$  khi  $x = 4 + 2\sqrt{3}; y = 4 - 2\sqrt{3}$ .
3. Chứng minh  $2A > \sqrt{x} + \sqrt{y}$ .

**Bài 2. (2,0 điểm).**

1. Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm  $A(1;2), B(3;8)$ .
2. Tìm điểm cố định  $M(x;y)$  mà đường thẳng  $d: y = (m - 4)x + 2m - 7$  luôn luôn đi qua.
3. Chứng minh với mọi giá trị  $m$  thì hai đường thẳng  $mx - y = 3; x + my = 9$  luôn cắt nhau tại điểm  $N(x;y)$  và  $N(x;y)$  nằm trên một đường thẳng cố định.

**Bài 3. (2,0 điểm).**

1. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 3, \\ 5x + y = 6xy. \end{cases}$
2. Tìm  $m$  để hệ phương trình  $\begin{cases} x - y = 1, \\ x^2 - y + 2 = m. \end{cases}$  có nghiệm.

**Bài 4. (3,5 điểm).**

Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn tâm  $O$  đường kính  $BC$ . Kẻ dây  $AD$  vuông góc với  $BC$ ,  $E$  là giao điểm của  $DB$  và  $CA$ . Qua  $E$  kẻ đường thẳng vuông góc với  $BC$  cắt  $BC$  và  $AB$  lần lượt tại  $H$  và  $F$ ,  $I$  là trung điểm của  $AB$ .

1. Chứng minh tam giác  $HF$  cân và  $AB$  là tia phân giác trong của  $\widehat{HAD}$ .
2. Chứng minh  $AC \cdot CE = CB \cdot CH$  và ba điểm  $C, D, F$  thẳng hàng.
3. Chứng minh  $AH$  là tiếp tuyến của  $(O)$  và  $OI$  vuông góc với  $AB$ .

**Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).**

1. Giải phương trình  $x^4 + 6x^3 + 14x^2 + 12x = (x^3 + 2x + 8)\sqrt{x^2 + \frac{8}{x}}$ .

2. Cho ba số thực dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $a + b + c = 1$ . Chứng minh  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{21}{1 + 36abc}$ .

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

**Bài 1. (2,0 điểm).**

Cho biểu thức  $P = \left( \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{3x+3}{9-x} \right) \cdot \left( \frac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}+1} + 1 \right)$  với  $x \geq 0; x \neq 9$ .

1. Rút gọn biểu thức  $P$ .
2. Tìm điều kiện của  $x$  để  $P \geq -\frac{1}{2}$ .
3. Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P$ .

**Bài 2. (2,0 điểm).**

Cho đường thẳng  $d: y = mx + n (m \neq 0)$ .

1. Tìm  $m$  và  $n$  để đường thẳng  $d$  đi qua hai điểm  $M(1;3), N(-4;6)$ .
2. Tìm  $m$  và  $n$  để đường thẳng  $d$  song song với đường thẳng  $y = 5x - 2n + 3$ .
3. Tìm giá trị của  $m$  và  $n$  để đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $K(1;2)$  và cắt hai trục tọa độ  $Ox, Oy$  lần lượt tại  $A, B$  sao cho biểu thức  $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Bài 3. (2,0 điểm).**

1. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} (x-2y)(x^2+y^2+2) = 0, \\ x^2-5y^3+y = 0. \end{cases}$
2. Tính  $S = 3\sin^2 43^\circ - \tan 38^\circ + 3\cos^2 47^\circ + \cot 52^\circ - \frac{\tan 28^\circ}{\cot 62^\circ}$ .

**Bài 4. (3,5 điểm).**

Cho đường tròn  $(O)$  đường kính  $AB = 2R$ . Qua  $A$  và  $B$  lần lượt kẻ hai tiếp tuyến  $d$  và  $d'$  với đường tròn. Từ một điểm  $M$  trên đường thẳng  $d$  vẽ tia  $MO$  cắt đường thẳng  $d'$  tại  $P$ . Từ  $O$  vẽ một tia vuông góc với  $MP$  và cắt đường thẳng  $d'$  ở  $D$ .

1. Chứng minh  $O$  là trung điểm của  $MP$  và tam giác  $MDP$  cân.
2. Hạ  $OI$  vuông góc  $MD$  tại  $I$ , chứng minh  $I$  thuộc  $(O)$  và  $DM$  là tiếp tuyến của  $(O)$ .
3. Chứng minh tích  $AM \cdot BD$  không phụ thuộc vị trí của điểm  $M$ .
4. Tính diện tích tứ giác  $AMDB$  theo  $R$  khi  $MO = 2R$ .

**Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).**

1. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x^3 - x^2 + x - xy = y^3 + y^2 + y + 1, \\ x^3 - 9y^2 + 6x - 18y - 15 = 3\sqrt{6x^2 + 2}. \end{cases}$
2. Tìm tất cả các bộ số nguyên  $(x;y)$  thỏa mãn  $2018x - y + 1 = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$ .

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....