**Bài 2. TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ**

**DẠNG 1: *Xác định biểu thức tích vô hướng, góc giữa hai vectơ.***

**Phương pháp giải.**

* Dựa vào định nghĩa 
* Sử dụng tính chất và các hằng đẳng thức của tích vô hướng của hai vectơ

**Câu 1.** Cho tam giác  đều cạnh bằng . Tính các tích vô hướng:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Hình vẽ | a) **Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |
| b)  **Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |

 | c)  **Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

**Câu 2.** Cho tam giác  có , ,  .

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Hình vẽ | a) Tính , rồi suy ra giá trị của góc .**Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |
| b) Tính .**Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 | c) Gọi  là điểm trên  sao cho . Tính .**Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

**Câu 3.** Chohìnhvuông **** cạnhbằng.Tínhtíchvôhướng.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Hình vẽ | Tính , rồi suy ra giá trị của góc .**Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

**Câu 4.** Chohìnhchữnhật **** có.Gọilàtrungđiểmcủacạnh ****

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Hình vẽ | a) Phân tích ,theovà.**Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |
| b) Tínhtíchvôhướng.**Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |  |

**Câu 5.** Chohìnhvuông **** cólàtrungđiểmcủađoạnthẳng **** vàlàđiểmthuộcđoạn **** saocho.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Hình vẽ | a) Phântíchtheovec-tơvà**Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |
| b) Chứngminhrằng.**Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |  |

**DẠNG 2: *Chứng minh các đẳng thức về tích vô hướng hoặc độ dài của đoạn thẳng.***

**Phương pháp giải.**

* Nếu trong đẳng thức chứa bình phương độ dài của đoạn thẳng thì ta chuyển về vectơ nhờ đẳng thức 
* Sử dụng các tính chất của tích vô hướng, các quy tắc phép toán vectơ
* Sử dụng hằng đẳng thức vectơ về tích vô hướng.

**Câu 1.** Cho  là trung điểm của đoạn thẳng  và  là điểm tùy ý. Chứng minh rằng : 

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Chú ý:**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 | **Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

**Câu 2.** Cho hình chữ nhật  có tâm  và  là một điểm bất kì. Chứng minh rằng:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a) **Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 | b) **Lời giải**

|  |
| --- |
|   |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

**Câu 3.** Cho tam giác  có trực tâm ,  là trung điểm của . Chứng minh rằng .

**Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

**Câu 4.** Cho tam giác  có trọng tâm  và , , . Chứng minh rằng:

.

**Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

**DẠNG 3: *Tìm tập hợp điểm thoả mãn đẳng thức về tích vô hướng hoặc tích độ dài.***

**Phương pháp giải.**

Ta sử dụng các kết quả cơ bản sau:

Cho ,  là các điểm cố định.  là điểm di động

* Nếu  với k là số thực dương cho trước thì tập hợp các điểm  là đường tròn tâm , bán kính .
* Nếu thì tập hợp các điểm  là đường tròn đường kính .
* Nếu  với  khác  cho trước thì tập hợp các điểm  là đường thẳng đi qua  và vuông góc với giá của vectơ 

**Câu 1.** Cho hai điểm ,  cố định có độ dài bằng  , vectơ  khác  và số thực  cho trước. Tìm tập hợp điểm  sao cho

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a) **Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 | b) **Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

**Câu 2.** Cho tam giác . Tìm tập hợp điểm  trong các trường hợp sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1.

**Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 | 1.

**Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |
| 1.

**Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |  |

**DẠNG 4: Biểu thức tọa độ của tích vô hướng.**

**Phương pháp giải.**

* Cho , . Khi đó

+ Tích vô hướng hai vectơ là 

+ Góc của hai vectơ được xác định bởi công thức

 

*Chú ý:* 

* Để xác định độ dài một vectơ đoạn thẳng ta sử dụng công thức

+ Nếu  thì 

+ Nếu ,  thì 

**Câu 1.** Cho tam giác  có , , .

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a) Chứng minh tam giác  vuông tại  .**Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 | b) Tính góc  của tam giác **Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |
| Xác định hình chiếu của  lên cạnh  **Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

**Câu 2.** Cho hai vectơ , 

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a) Tính cosin góc giữa hai vectơ  và **Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 | b) Xác định tọa độ của vectơ  biết  và **Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

**Câu 3.** Cho tam giác  có , , .

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a) Tìm tọa độ trực tâm tam giác **Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 | b) Tính tọa độ chân đường cao vẽ từ .**Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |
| c) Tính diện tích tam giác **Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |  |

**Câu 4.** Trong mặt phẳng toạ độ , cho các điểm , .Tìm trên trục  điểm  sao cho .

**Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

**Câu 5.** Cho. Tìm tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác 

**Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |