

BÀI 24. PHÉP CHIẾU VUÔNG GÓC. GÓC ĐƯỜNG THẲNG VỚI MẶT PHẲNG

CHƯƠNG 7. QUAN HỆ VUÔNG GÓC

PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

1. PHÉP CHIẾU VUÔNG GÓC

Phép chiếu song song lên mặt phẳng (P) theo phương Δ vuông góc với (P) được gọi là phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng (P) .

Chú ý

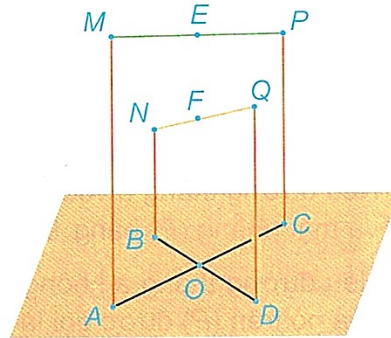
- Vì phép chiếu vuông góc lên một mặt phẳng là một trường hợp đặc biệt của phép chiếu song song nên nó có mọi tính chất của phép chiếu song song.
- Phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng (P) còn được gọi đơn giản là phép chiếu lên mặt phẳng (P) . Hình chiếu vuông góc Z' của hình Z trên mặt phẳng (P) còn được gọi là hình chiếu của Z trên mặt phẳng (P) .

Định lí ba đường vuông góc:

Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) không vuông góc với nhau. Khi đó, một đường thẳng b nằm trong mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng a khi và chỉ khi b vuông góc với hình chiếu vuông góc a' của a trên (P) .

Lưu ý: Định lí ba đường vuông góc cho phép chuyển việc kiểm tra tính vuông góc giữa a và b (có thể chéo nhau) sang kiểm tra tính vuông góc giữa b và a' (cùng thuộc mặt phẳng (P)).

Ví dụ 1. Trên một sân phẳng nằm ngang, tại các điểm A, B, C, D , người ta dựng các cột thẳng đứng AM, BN, CP, DQ và nối các sợi dây thẳng giữa M và P, N và Q như Hình 7.35.



Hình 7.35

- a) Hãy chỉ ra hình chiếu của các dây MP và NQ trên sân.
- b) Chứng minh rằng nếu $BD \perp AC$ thì $BD \perp MP$.
- c) Chứng minh rằng nếu $ABCD$ là một hình bình hành thì các trung điểm E, F tương ứng của các đoạn thẳng MP và NQ có cùng hình chiếu trên sân.

Giải

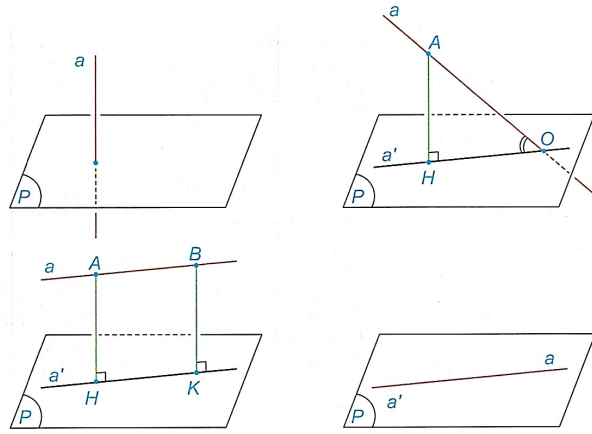
- a) Do các cột có phương thẳng đứng và sân thuộc mặt phẳng nằm ngang nên các cột vuông góc với sân. Vậy A, B, C, D tương ứng là hình chiếu của M, N, P, Q trên sân. Do đó AC, BD tương ứng là hình chiếu của MP, NQ trên sân.
- b) Nếu $BD \perp AC$, mà AC là hình chiếu của MP trên sân và BD thuộc sân nên theo định lí ba đường vuông góc ta có $BD \perp MP$.
- c) Nếu $ABCD$ là một hình bình hành thì các đoạn thẳng AC, BD có chung trung điểm O . Do EO là đường trung bình của hình thang $ACPM$ nên $EO \parallel MA$. Mặt khác, MA vuông góc với sân nên EO cũng vuông

góc với sân. Vậy O là hình chiếu của E trên sân. Tương tự, O cũng là hình chiếu của F trên sân. Vậy E và F có cùng hình chiếu trên sân.

2. GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẺANG VÀ MẶT PHẺANG

Nếu đường thẳng a vuông góc với mặt phẳng (P) thì ta nói rằng góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng 90° .

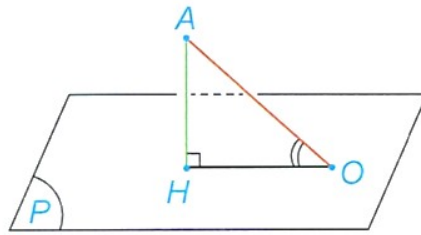
Nếu đường thẳng a không vuông góc với mặt phẳng (P) thì góc giữa a và hình chiếu a' của nó trên (P) được gọi là góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) .



Hình 7.38

Chú ý. Nếu α là góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) thì $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$.

Nhận xét. Cho điểm A có hình chiếu H trên mặt phẳng (P) . Lấy điểm O thuộc mặt phẳng (P) , O không trùng H . Khi đó góc giữa đường thẳng AO và mặt phẳng (P) bằng góc AOH (H.7.39).



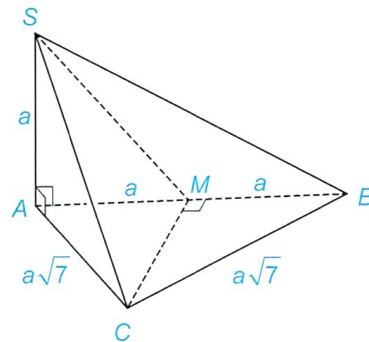
Hình 7.39

Ví dụ 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$, $CA = CB = a\sqrt{7}$, $AB = 2a$.

a) Gọi α là góc giữa SB và (ABC) . Tính $\tan \alpha$.

b) Tính góc giữa SC và (SAB) .

Giải. (H.7.40)



Hình 7.40

a) Do $SA \perp (ABC)$ nên $\alpha = \angle SBA$. Tam giác SAB vuông tại A nên $\tan \alpha = \tan \angle SBA = \frac{SA}{AB} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$.

b) Gọi M là trung điểm của AB . Tam giác ABC cân tại C nên $CM \perp AB$.

Mặt khác, từ $SA \perp (ABC)$ ta có $CM \perp SA$. Do đó $CM \perp (SAB)$.

Vậy góc giữa SC và (SAB) bằng \widehat{ESM} .

Tam giác SAC vuông tại A nên $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + 7a^2} = a\sqrt{8}$.

Ta có $AM = \frac{1}{2}AB = a$. Do đó, tam giác SAM vuông cân tại A và $SM = a\sqrt{2}$.

Tam giác CMS vuông tại M và $\cos \widehat{ESM} = \frac{SM}{SC} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{8}} = \frac{1}{2}$.

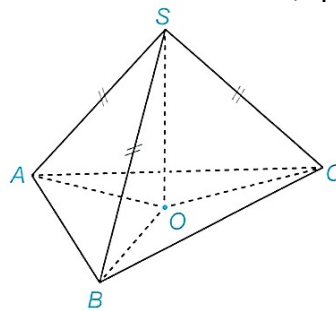
Vậy $\widehat{ESM} = 60^\circ$ và do đó góc giữa SC và (SAB) bằng 60° .

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

Dạng 1. Xác định góc giữa đường thẳng với mặt phẳng

Câu 1. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$. Gọi O là hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) (H.7.36).

- Chứng minh rằng O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .
- Xác định hình chiếu của đường thẳng SA trên mặt phẳng (ABC) .
- Chứng minh rằng nếu $AO \perp BC$ thì $SA \perp BC$.
- Xác định hình chiếu của các tam giác SBC, SCA, SAB trên mặt phẳng (ABC) .



Hình 7.36

Câu 2. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B .

- Xác định hình chiếu của điểm S trên mặt phẳng (ABC) .
- Xác định hình chiếu của tam giác SBC trên mặt phẳng (ABC) .
- Xác định hình chiếu của tam giác SBC trên mặt phẳng (SAB) .

Câu 3. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh $a, SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$.

- Tính góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$.
- Tính góc giữa BD và mặt phẳng (SAC) .
- Tìm hình chiếu của SB trên mặt phẳng (SAC) .

Câu 4. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại $B, SA = AB = BC = a$.

- Xác định hình chiếu của A trên mặt phẳng (SBC) .
- Tính góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) .

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh bằng $3a$, các cạnh bên SA, SB, SC bằng nhau và bằng $2a\sqrt{3}$. Tính góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) .

Câu 6. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC cân tại A , góc BAC bằng 120° và $AB = 2a$. Hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của BC , biết $AA' = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa đường thẳng AA' và mặt phẳng (ABC) .

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau và bằng a . Tính cosin của góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (BCD) .

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a, SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{2}$.

a) Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$.

b) Tính tang của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) .

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, đáy là tam giác ABC vuông cân tại B , biết $AB = a, SA = a\sqrt{6}$.

a) Tính tang của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) .

b) Tính sin của góc giữa đường thẳng AC và mặt phẳng (SBC) .

Câu 10. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $AA' = a\sqrt{2}$, hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ trùng với trung điểm của $B'D'$. Tính góc giữa đường thẳng AA' và mặt phẳng $(A'B'C'D')$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O và các cạnh đều bằng a .

a) Chứng minh rằng $SO \perp (ABCD)$.

b) Tính góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBD) .

c) Gọi M là trung điểm của cạnh SC và α là góc giữa đường thẳng OM và mặt phẳng (SBC) . Tính $\sin \alpha$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$.

Gọi H, I, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A trên các cạnh SB, SC và SD . Chứng minh rằng:

a) $BC \perp (SAB)$, $CD \perp (SAD)$, $BD \perp (SAC)$.

b) $SC \perp (AHK)$ và điểm I thuộc mặt phẳng (AHK) .

c) $HK \perp (SAC)$ và $HK \perp AI$.

Câu 13. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB \perp CD$ và $AC \perp BD$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A xuống mặt phẳng (BCD) . Chứng minh rằng H là trực tâm của ΔBCD và $AD \perp BC$.

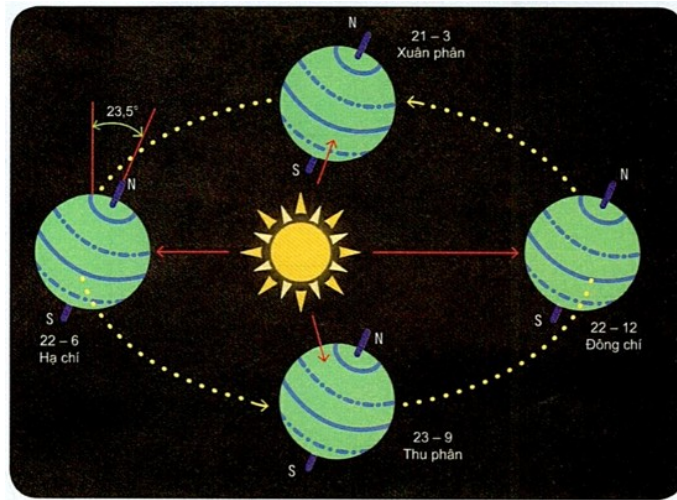
Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD), AB \perp AD, SA = AD = a\sqrt{3}$, $AB = a$. Tính số đo của:

a) Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$.

b) Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAB) .

Dạng 2. Ứng dụng

Câu 15. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Tâm Trái Đất chuyển động quanh Mặt Trời theo quỹ đạo là một đường elip nhận tâm Mặt Trời làm tiêu điểm. Trong quá trình chuyển động, Trái Đất lại quay quanh trục Bắc Nam. Trục này có phương không đổi và luôn tạo với mặt phẳng chứa quỹ đạo một góc khoảng $66,5^\circ$. (Theo nationalgeographic.org).



Hình 7.41

- Giải thích vì sao hình chiếu của trục Trái Đất trên mặt phẳng quỹ đạo (P) cũng có phương không đổi.
- Giải thích vì sao có hai thời điểm trong năm mà tại đó hình chiếu của trục Trái Đất trên mặt phẳng (P) thuộc đường thẳng nối tâm Mặt Trời và tâm Trái Đất.

Câu 16. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho điểm S nằm ngoài mặt phẳng (P) , có hình chiếu H trên (P) . Với mỗi điểm M bất kì (không trùng H) trên mặt phẳng (P) , ta gọi đoạn thẳng SM là đường xiên, đoạn thẳng HM là hình chiếu trên (P) của đường xiên đó. Chứng minh rằng:

- Hai đường xiên SM và SM' bằng nhau khi và chỉ khi hai hình chiếu HM và HM' tương ứng của chúng bằng nhau;
- Đường xiên SM lớn hơn đường xiên SM' nếu hình chiếu HM lớn hơn hình chiếu HM' .

Câu 17. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Trong một khoảng thời gian đầu kể từ khi cất cánh, máy bay bay theo một đường thẳng. Góc cất cánh của nó là góc giữa đường thẳng đó và mặt phẳng nằm ngang nơi cất cánh. Hai máy bay cất cánh và bay thẳng với cùng độ lớn vận tốc trong 5 phút đầu, với các góc cất cánh lần lượt là $10^\circ, 15^\circ$. Hỏi sau 1 phút kể từ khi cất cánh, máy bay nào ở độ cao so với mặt đất (phẳng, nằm ngang) lớn hơn?

Chú ý. Độ cao của máy bay so với mặt đất là khoảng cách từ máy bay (coi là một điểm) đến hình chiếu của nó trên mặt đất.

Câu 18. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Hãy nêu cách đo góc giữa đường thẳng chứa tia sáng mặt trời và mặt phẳng nằm ngang tại một vị trí và một thời điểm.

Chú ý. Góc giữa đường thẳng chứa tia sáng mặt trời lúc giữa trưa với mặt phẳng nằm ngang tại vị trí đó được gọi là góc Mặt Trời. Giữa trưa là thời điểm ban ngày mà tâm Mặt Trời thuộc mặt phẳng chứa kinh tuyến đi qua điểm đang xét. Góc Mặt Trời ảnh hưởng tới sự hấp thụ nhiệt từ Mặt Trời của Trái Đất, tạo nên các mùa trong năm trên Trái Đất.

Câu 19. Một chiếc cột cao $3m$ được dựng vuông góc với mặt đất phẳng. Dưới ánh nắng mặt trời, bóng của cột trên mặt đất dài $5m$. Tính góc giữa đường thẳng chứa tia nắng mặt trời và mặt đất (tính gần đúng theo đơn vị độ, làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Câu 20. Một con diều được thả với dây căng, tạo với mặt đất một góc 60° . Đoạn dây diều (từ đầu ở mặt đất đến đầu ở con diều) dài $10m$. Hỏi hình chiếu vuông góc trên mặt đất của con diều cách đầu dây diều trên mặt đất bao nhiêu centimet (lấy giá trị nguyên gần đúng)?

Câu 21. Một máy nước nóng sử dụng năng lượng mặt trời như ở Hình 20 có các ống hấp nhiệt chân không dài $1,8m$ được đặt trên sân thượng của một toà nhà. Khi tia nắng mặt trời chiếu vuông góc với sân thượng, bóng nắng của các ống hấp nhiệt chân không trên mặt sân dài $1,2m$. Các ống hấp nhiệt chân không đó tạo với mặt sân thượng một góc bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Hình 20

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh bằng 2 , cạnh bên SA bằng 3 và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm của cạnh bên SB và N là hình chiếu vuông góc của A trên SO . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $AC \perp (SDO)$ B. $AM \perp (SDO)$ C. $SA \perp (SDO)$ D. $AN \perp (SDO)$

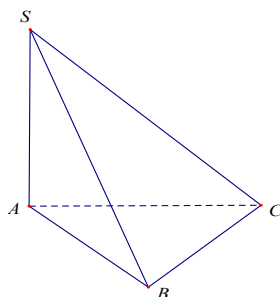
Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và H là hình chiếu vuông góc của S lên BC . Hãy chọn khẳng định **đúng**.

- A. $BC \perp SC$ B. $BC \perp AH$ C. $BC \perp AB$ D. $BC \perp AC$

Câu 3. Cho tứ diện $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh SB và SC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $AM \perp SC$ B. $AM \perp MN$ C. $AN \perp SB$ D. $SA \perp BC$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$; tam giác ABC đều cạnh a và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ bên). Tìm góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) .



- A. 60° . B. 45° . C. 135° . D. 90° .

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy là góc giữa hai đường thẳng nào dưới đây?

- A. SB và AB . B. SB và SC . C. SA và SB . D. SB và BC .

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:

- A. $\arcsin \frac{3}{5}$. B. 45° . C. 60° . D. 30° .

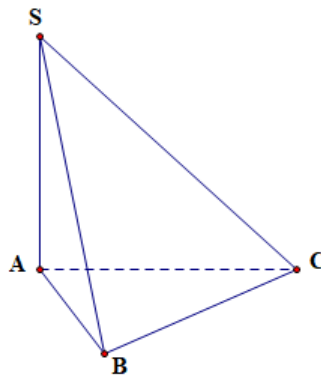
Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh $a, SA \perp (ABCD), SA = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$.

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 8. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = \sqrt{3}$ và $AA' = 1$. Góc tạo bởi giữa đường thẳng AC' và (ABC) bằng

- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 75° .

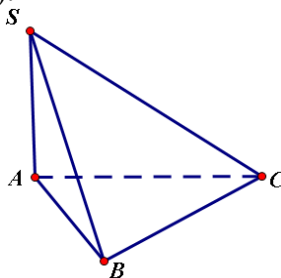
Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$, tam giác ABC vuông tại B , $AB = a$ và $BC = \sqrt{3}a$ (minh họa như hình vẽ bên).



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 90° . B. 30° . C. 60° . D. 45° .

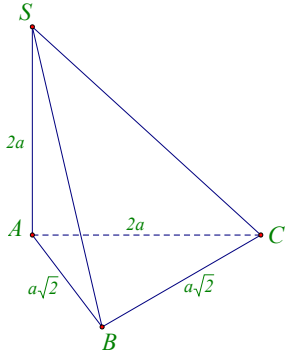
Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = \sqrt{2}a$. Tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = a$ (minh họa như hình vẽ bên).



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = a\sqrt{2}$ (minh họa như hình vẽ bên).



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

- A. 60° . B. 90° . C. 30° . D. 45° .

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C , $AC = a$, $BC = \sqrt{2}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

- A. 60° . B. 90° . C. 30° . D. 45° .

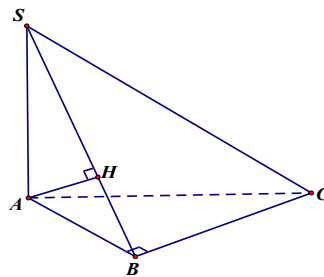
Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB = a$ và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

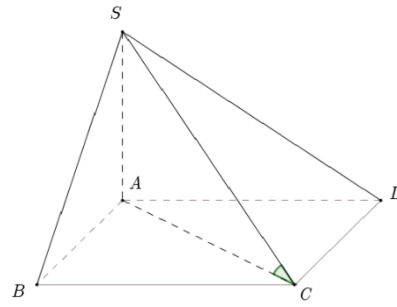
- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABC$ tam giác ABC vuông tại B cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) . Gọi H là hình chiếu của A trên SB . Mệnh đề nào sau đây SAI?



- A. Các mặt bên của hình chóp các tam giác vuông
 B. $\triangle SBC$ vuông.
 C. $AH \perp SC$
 D. Góc giữa đường thẳng SC với mặt phẳng (ABC) là góc SCB

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a, AD = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = 3a$. Gọi φ là góc giữa SC và $(ABCD)$ (tham khảo hình vẽ bên). Khi đó $\tan \varphi$ bằng



- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. D. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC . Biết tam giác SBC là tam giác đều. Gọi α là số đo của góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) . Tính $\tan \alpha$.

- A. 1. B. $\sqrt{3}$. C. 0. D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 19. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng

- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc mặt đáy và $SA = a$. Gọi φ là góc tạo bởi SB và mặt phẳng $(ABCD)$. Xác định $\cot \varphi$?

- A. $\cot \varphi = 2$. B. $\cot \varphi = \frac{1}{2}$. C. $\cot \varphi = 2\sqrt{2}$. D. $\cot \varphi = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có SB vuông góc (ABC) . Góc giữa SC với (ABC) là góc giữa

- A. SC và AC . B. SC và AB . C. SC và BC . D. SC và SB .

Câu 22. Cho hình thoi $ABCD$ tâm O có $BD = 4a, AC = 2a$. Lấy điểm S không thuộc $(ABCD)$ sao cho

$SO \perp (ABCD)$. Biết $\tan \angle SBO = \frac{1}{2}$. Tính số đo góc giữa SC và $(ABCD)$.

- A. 60° . B. 75° . C. 30° . D. 45° .

Câu 23. Cho hình chóp $S.MNP$ có đáy là tam giác đều, $MN = a$, SM vuông góc với mặt phẳng đáy, $SP = 2a$, với $0 < a < 1$. Tính góc giữa đường thẳng SN và mặt phẳng đáy.

- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$, tam giác ABC đều cạnh a . Góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) là:

- A. $\arctan 2$ B. 60° . C. 30° . D. 45° .

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) .

- A. 75° . B. 45° . C. 60° . D. 30° .

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $ABCD$ là α . Khi đó $\tan \alpha$ bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. C. 2 . D. $2\sqrt{2}$.

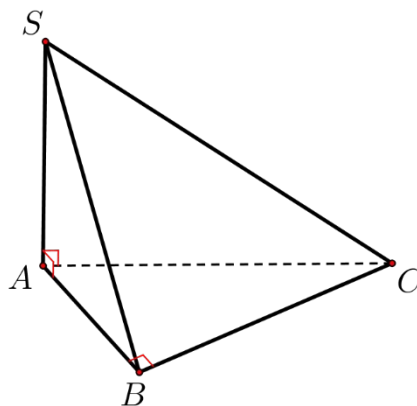
Câu 27. Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, H là hình chiếu của S lên AB , tam giác SAB vuông cân tại S , SH vuông góc với (ABC) . Góc giữa cạnh SC và mặt đáy bằng:

- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và tam giác ABC vuông tại C . Gọi H là hình chiếu vuông góc S lên mặt phẳng (ABC) . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. H là trung điểm của cạnh AB . B. H là trọng tâm tam giác ABC .
C. H là trực tâm tam giác ABC . D. H là trung điểm của cạnh AC .

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$, tam giác ABC vuông tại B , $AB = a\sqrt{3}$ và $BC = a$ (minh họa hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng



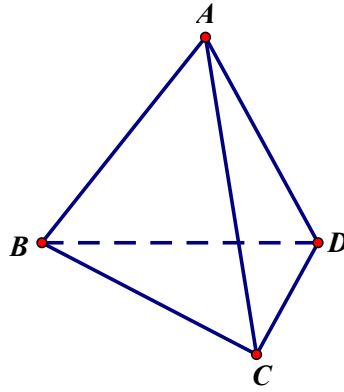
- A. 90° . B. 45° . C. 30° . D. 60° .

Câu 30. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, $\angle ADC = 60^\circ$. Gọi O là giao điểm của AC và BD , $SO \perp (ABCD)$ và $SO = a$. Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 60° . B. 75° . C. 30° . D. 45° .

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 31. Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (BCD) . Tính $\cos \varphi$.



- A. $\cos \varphi = 0$. B. $\cos \varphi = \frac{1}{2}$. C. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 32. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $\sqrt{2}a$. Độ lớn của góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng đáy bằng

- A. 45° . B. 75° . C. 30° . D. 60° .

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $3a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SB = 5a$. Tính \sin của góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$.

- A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{3\sqrt{17}}{17}$. D. $\frac{2\sqrt{34}}{17}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $AD = a$. SA vuông góc với mặt phẳng đáy. $SA = a\sqrt{3}$. Cosin của góc giữa SC và mặt đáy bằng:

- A. $\frac{\sqrt{5}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{7}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{10}}{4}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

. Góc giữa SC và $(ABCD)$ là:

- A. 45° . B. 30° . C. 75° . D. 60° .

Câu 36. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. Góc giữa

đường thẳng SC và mặt phẳng đáy $(ABCD)$ là

- A. 120° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .

Câu 37. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của AB và α là góc tạo bởi đường thẳng MC' và mặt phẳng (ABC) . Khi đó $\tan \alpha$ bằng

- A. $\frac{2\sqrt{7}}{7}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\sqrt{\frac{3}{7}}$. D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC . Biết tam giác SBC là tam giác đều. Tính số đo của góc giữa SA và (ABC)

- A. 30° . B. 75° . C. 60° . D. 45° .

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Tam giác SBC là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Số đo góc giữa đường thẳng SA và (ABC) bằng:

- A. 45° . B. 30° . C. 75° . D. 60° .

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = SB = SC = a$. sin của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{2}{\sqrt{6}}$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của SB và SD , O là giao điểm của AC và BD . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $SO \perp (ABCD)$ B. $(SAC) \perp (SBD)$
C. $EF \parallel (ABCD)$ D. $(\angle SA, (ABCD)) = 60^\circ$

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) là trung điểm của cạnh BC . Biết ΔSBC đều, tính góc giữa SA và (ABC)

- A. 45° B. 90° C. 30° D. 60°

Câu 43. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $\angle ACB = 30^\circ$. M là trung điểm AC . Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BM .

Khoảng cách từ C' đến mặt phẳng (BMB') bằng $\frac{3a}{4}$. Tính số đo góc tạo bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy của hình lăng trụ.

- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , $SO \perp (ABCD)$. Góc giữa SA và mặt phẳng (SBD) là góc

- A. $\angle ASO$. B. $\angle SAO$. C. $\angle SAC$. D. $\angle ASB$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tìm số đo của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) .

- A. 45° . B. 30° . C. 90° . D. 60° .

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi α là góc tạo bởi giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) , khi đó α thỏa mãn hệ thức nào sau đây:

- A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{8}$. B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{8}$. C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$. D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 52. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AC = 2$, $BC = 1$, $AA' = 1$. Tính góc giữa AB' và $(BCC'B')$.

- A. 45° . B. 90° . C. 30° . D. 60° .

Câu 53. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh $2a$, $\sphericalangle ABC = 60^\circ$, $SA = a\sqrt{3}$ và $SA \perp (ABCD)$. Tính góc giữa SA và mặt phẳng (SBD) .

- A. 60° . B. 90° . C. 30° . D. 45° .

Câu 54. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Cạnh bên $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) là

- A. 30° . B. 90° . C. 45° . D. 60° .

Câu 55. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Góc giữa đường thẳng SB và (SAC) là

- A. 30° . B. 75° . C. 60° . D. 45° .

Câu 56. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy $(ABCD)$ và $SA = 2a$. Tính cosin của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAD) .

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 1 .

Câu 57. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a\sqrt{2}$, $AD = a$, SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Tính góc giữa SC và (SAB) .

- A. 90° . B. 60° . C. 45° . D. 30° .

Câu 58. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (hình bên). Tính góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(BDD'B')$.

- A. 60° . B. 90° . C. 45° . D. 30° .

Câu 59. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 2AD = 2a$ cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{15}$. Tính *tang* của góc giữa SC và mặt phẳng (SAD) .

- A. $\sqrt{3}$. B. 2 . C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 60. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm I , cạnh a , góc $\sphericalangle BAD = 60^\circ$.

$SA = SB = SD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi α là góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SBC) . Giá trị $\sin \alpha$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 61. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi α là góc giữa SD và (SAC) . Giá trị $\sin \alpha$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 62. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , góc $\angle ABC = 60^\circ$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi α là góc giữa SA và mặt phẳng (SCD) . Tính $\tan \alpha$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Câu 63. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB = 2a$, $\angle BAC = 60^\circ$ và $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng

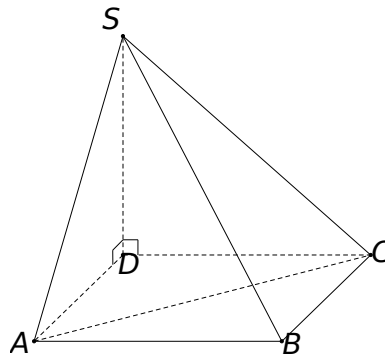
A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 64. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $AB = 2a$, $BC = a$, $\angle ABC = 120^\circ$. Cạnh bên $SD = a\sqrt{3}$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình vẽ bên). Tính \sin của góc tạo bởi SB và mặt phẳng (SAC)



A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{7}$.

Câu 65. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a , gọi α là góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BB'D'D)$. Tính $\sin \alpha$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{5}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 66. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, $AB = 2a$, $\angle BAC = 60^\circ$ và $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng

A. 45° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 90° .

Câu 67. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi E , M lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và SA , α là góc tạo bởi đường thẳng EM và mặt phẳng (SBD) . Giá trị của $\tan \alpha$ bằng

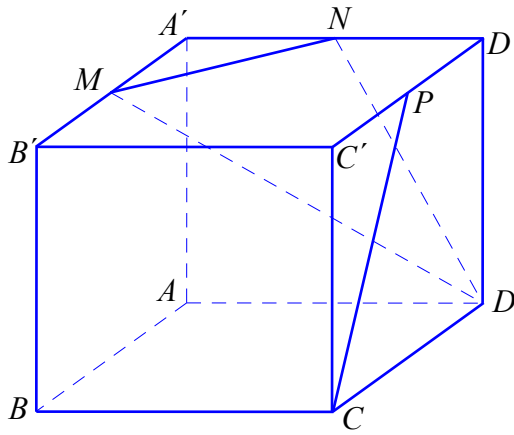
A. 2.

B. $\sqrt{3}$.

C. 1.

D. $\sqrt{2}$.

Câu 68. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có M , N , P lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B'$, $A'D'$, $C'D'$. Góc giữa đường thẳng CP và mặt phẳng (DMN) bằng?

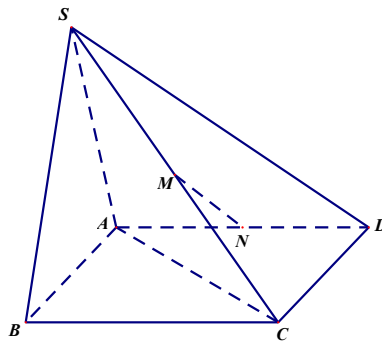


- A. 0° . B. 45° . C. 30° . D. 60° .

Câu 69. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD đều cạnh a , AB vuông góc với $mp(BCD)$, $AB = 2a$. M là trung điểm đoạn AD , gọi φ là góc giữa CM với $mp(BCD)$, khi đó:

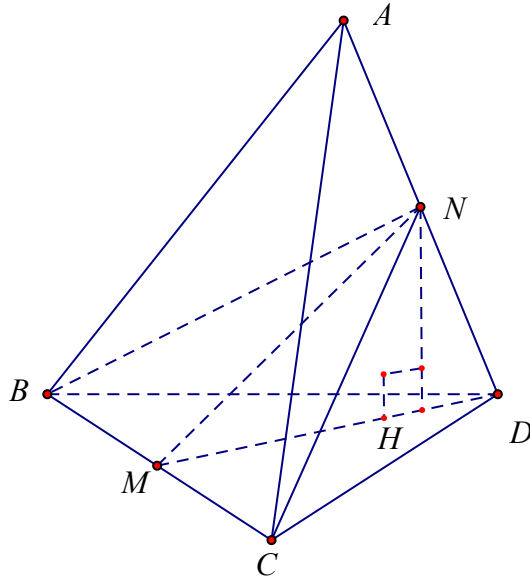
- A. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\tan \varphi = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. $\tan \varphi = \frac{3\sqrt{2}}{2}$. D. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 70. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SC và AD (tham khảo hình vẽ).



- Góc giữa MN và mặt đáy $(ABCD)$ bằng
- A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .

Câu 71. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AD (tham khảo hình vẽ). Gọi φ là góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (BCD) . Tính $\tan \varphi$.



- A. $\tan \varphi = \sqrt{2}$. B. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\tan \varphi = \sqrt{3}$. D. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 72. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = 2a\sqrt{3}$, $AB = 2a$, tam giác ABC vuông cân tại B .

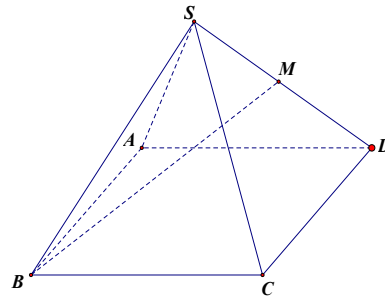
Gọi M là trung điểm của SB . Góc giữa đường thẳng CM và mặt phẳng (SAB) bằng:

- A. 90° . B. 60° . C. 45° . D. 30° .

Câu 73. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AD . Tính sin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng SA và mặt phẳng (SHK) .

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{14}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{7}}{4}$.

Câu 74. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của SD (tham khảo hình vẽ bên). Tang của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 75. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $SA = \sqrt{5}a$, $AB = a$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tính cosin của góc giữa đường thẳng DN và mặt phẳng (MQP) .

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{15}}{6}$.

Câu 76. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Đặt α là góc giữa đường thẳng BD và (SBC) . Giá trị của $\sin \alpha$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 77. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, SA và α là góc tạo bởi đường thẳng MN với (SBD) . Tính $\tan \alpha$.

A. $\sqrt{3}$. B. 1. C. 2. D. $\sqrt{2}$.

Câu 78. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , tâm O . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC . Biết rằng góc giữa MN và $(ABCD)$ bằng 60° , cosin góc giữa MN và mặt phẳng (SBD) bằng:

A. $\frac{\sqrt{41}}{41}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{2\sqrt{41}}{41}$.

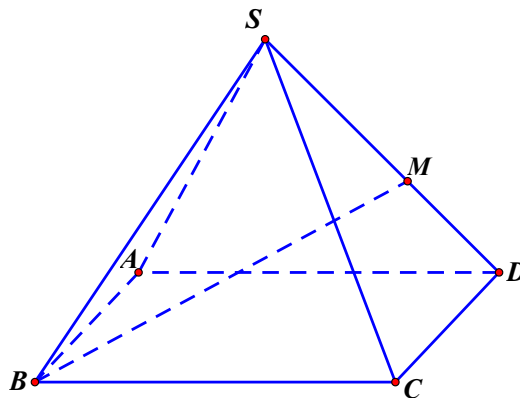
Câu 79. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của B' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC . Cạnh bên hợp với (ABC) góc 60° . Sin của góc giữa AB và mặt phẳng $(BCC'B')$.

A. $\frac{3}{\sqrt{13}}$. B. $\frac{3}{2\sqrt{13}}$. C. $\frac{1}{\sqrt{13}}$. D. $\frac{2}{\sqrt{13}}$.

Câu 80. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$, $SA \perp AB$, $SC \perp BC$, $SB = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, BC . Gọi α là góc giữa MN với (ABC) . Tính $\cos \alpha$.

A. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{11}}{11}$. B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$. C. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$. D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{5}$.

Câu 81. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là điểm trên đoạn SD sao cho $SM = 2MD$.



Tan góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ là

A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 82. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a . Độ dài cạnh bên của hình chóp bằng bao nhiêu để góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° .

A. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{a}{6}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{2a}{3}$.

Câu 83. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, cạnh bên SB tạo với đáy góc 45° . Một mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với SC cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là tứ giác $AB'C'D'$ có diện tích bằng:

A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com
<https://www.vnteach.com>