

A. Đại số

Câu 1: Thực hiện các phép tính sau

a. $(2x - y)(4x^2 - 2xy + y^2)$

e. $(27x^3 - 8):(6x + 9x^2 + 4)$

b. $(6x^5y^2 - 9x^4y^3 + 15x^3y^4):3x^3y^2$

f. $(3x - 5)(2x + 11) - (2x + 3)(3x + 7)$

c. $(2x^3 - 21x^2 + 67x - 60):(x - 5)$

g. $(5 - x)(x^3 - 2x^2 + x - 1)$

d. $(x^4 + 2x^3 + x - 25):(x^2 + 5)$

h. $(2x^2 - 3x - 1)(5x + 2)$ i. $(x^2 - 2x + 3)(x - 4)$

Câu 2: Phân tích đa thức thành nhân tử

a. $x^2 - y^2 - 2x + 2y$

f. $x^2 - 2x - 4y^2 - 4y$

k. $x^2 + 8x + 15$

b. $2x + 2y - x^2 - xy$

g. $x^2y - x^3 - 9y + 9x$

l. $x^2 - x - 12$

c. $3a^2 - 6ab + 3b^2 - 12c^2$

h. $x^2(x - 1) + 16(1 - x)$

m. $81x^4 - 4$

d. $x^2 - 25 + y^2 + 2xy$

i. $81x^2 - 6yz - 9y^2 - z^2$

n. $8x^3 + 4x^2 - y^3 - y^2$

e. $a^2 + 2ab + b^2 - ac - bc$

j. $xz - yz - x^2 + 2xy - y^2$

o. $1 - 2x + 2yz + x^2 - y^2 - z^2$

Câu 3: Tìm x, biết

a. $2x(x - 5) - x(3 + 2x) = 26$

d. $(2x - 3)^2 - (x + 5)^2 = 0$

g. $x^2 - 64 = 8x - 16$

b. $5x(x - 1) = x - 1$

e. $3x^3 - 48x = 0$

h. $x^2 - x - 6 = 0$

c. $2(x + 5) - x^2 - 5x = 0$

f. $x^3 + x^2 - 4x = 4$

Câu 4: Tìm GTNN của biểu thức A, B, C và GTLN của biểu thức D, E

$A = x^2 - 4x + 1$

$B = 4x^2 + 4x + 11$

$C = (x - 1)(x + 3)(x + 2)(x + 6)$

$D = 5 - 8x - x^2$

$E = 4x - x^2 + 1$

Câu 5: Thực hiện các phép tính

a. $\frac{x+1}{2x+6} + \frac{2x+3}{x^2+3x}$

e. $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{a-1} + \frac{3a}{1-a^2}$

g. $\frac{4x}{x-1} + \frac{3x}{x+1} - 7$

b. $\frac{3}{2x+6} - \frac{x-6}{2x^2+6x}$

f. $\frac{6}{1+x} - \frac{4}{1-x} - \frac{100x}{x^2-1}$

h. $\frac{2x+1}{2x+2} - \frac{2x-2}{2x-1} + \frac{3}{2}$

$$\begin{array}{ll} \text{c. } \frac{x}{x-2y} + \frac{x}{x+2y} + \frac{4xy}{4y^2-x^2} & \text{i. } \frac{1}{a^2+a} + \frac{1}{a^2+3a+2} + \frac{1}{a^2+5a+6} + \frac{1}{a+3} \\ \text{d. } \frac{1}{3x-2} - \frac{1}{3x+2} - \frac{3x-6}{4-9x^2} & \end{array}$$

Câu 6: Cho biểu thức $A = \frac{x}{2x-2} + \frac{x^2+1}{2-2x^2}$

- a. Rút gọn biểu thức A b. Tìm giá trị của x để $A = -\frac{1}{2}$ c. Tính giá trị của A khi $x = -2$

Câu 7: Cho biểu thức $M = \frac{x+2}{x+3} - \frac{5}{x^2+x-6} + \frac{1}{2-x}$

- a. Rút gọn biểu thức M c. Tính giá trị của M khi $x = 3$
b. Tìm giá trị của x để $M = \frac{1}{3}$ d. Tìm x nguyên để M có giá trị nguyên

Câu 8: Cho phân thức $M = \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} + \frac{x^2+4x}{x^2-4}$

- a. Rút gọn biểu thức M c. Tính giá trị của M khi $x = -2$
b. Tìm giá trị của x để $M = -\frac{1}{2}$ d. Tìm x nguyên để M có giá trị nguyên.

Câu 9: Cho biểu thức $B = \frac{x^2+2x}{2x+10} + \frac{x-5}{x} - \frac{5x-50}{2x^2+10x}$

- a. Rút gọn biểu thức B b. Tìm x để $B = 0; B = \frac{1}{4}$ c. Tìm x để $B > 0, B < 0$.

B. Hình học

Câu 1: $\triangle ABC$ cân tại A, trung tuyến AM. Gọi I là trung điểm AC, K là điểm đối xứng của M qua I.

- a. Tứ giác AMCK là hình gì? Vì sao?
b. Tứ giác AKMB là hình gì? Vì sao?
c. Trên tia đối của tia MA lấy điểm L sao cho $ML = MA$. Chứng minh tứ giác ABEC là hình thoi.
d. Biết $AB = 6\text{cm}$. Tính S_{ABC}, S_{AMCK} ?

Câu 2: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, đường cao AH. Gọi D là điểm đối xứng với H qua AB. Gọi E là điểm đối xứng với H qua AC. DH cắt AB tại M, EH cắt AC tại N.

- Tứ giác AMHN là hình gì? Vì sao?
- Chứng minh rằng D đối xứng với E qua A.
- Chứng minh rằng $BC = BD + CE$.
- Gọi I, K lần lượt là trung điểm BH, HC. Chứng minh rằng MIKN là hình thang vuông.

Câu 3: Cho hình bình hành ABCD có $\angle D = 60^\circ$, $AB = 2AD$. Lấy H đối xứng với D qua A, E và F theo thứ tự là trung điểm của AB và CD. Chứng minh

- Tứ giác AEFD là hình thoi
- Tứ giác HDFE là hình thang cân
- Tứ giác AHBC là hình chữ nhật
- Cho $AB = 8\text{cm}$. Tính S_{AHBC} .

Câu 4: Cho $\triangle ABC$ vuông tại C. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và AB. Gọi P là điểm đối xứng của M qua N.

- Chứng minh tứ giác MBPA là hình bình hành
- Chứng minh tứ giác PACM là hình chữ nhật
- Đường thẳng CN cắt PB ở Q. Chứng minh $BQ = 2PQ$.
- Tam giác ABC cần có thêm điều kiện gì thì hình chữ nhật PACM là hình vuông?

Câu 5: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, phân giác BD. Gọi M, N, E lần lượt là trung điểm của các cạnh BD, BC và DC.

- Chứng minh tứ giác MNED là hình bình hành
- Chứng minh tứ giác AMNE là hình thang cân.
- Tam giác ABC cần có thêm điều kiện gì thì MNED là hình thoi.

Câu 6: Cho hình thoi MNPQ có $\angle M = 60^\circ$. Gọi A, B, C, D lần lượt là trung điểm MN, MQ, PQ, PN. Gọi I là giao điểm của MP và NQ.

- Tứ giác ABCD là hình gì?
- Chứng minh tam giác NBC đều
- Gọi E là điểm đối xứng của B qua A, F là trung điểm NB. Chứng minh rằng E đối xứng với Q qua F.
- Chứng minh $IC \perp NB$.

Câu 7: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, $AC > AB$, đường cao AH. Lấy điểm K nằm giữa H và C sao cho $HK = AH$. Từ A kẻ đường thẳng $Ax \parallel BC$, từ K kẻ đường thẳng $Ky \parallel AH$. Gọi E là giao điểm của Ax và Ky . Gọi P là giao điểm của AC và KE.

- Tứ giác AHKE là hình gì? Vì sao?
- Chứng minh $\triangle ABP$ vuông cân
- Vẽ hình bình hành APQB. Gọi I là giao điểm của BP và AQ. Chứng minh $\triangle AIK$ cân.
- Chứng minh H, I, E thẳng hàng.

Câu 8: Cho $\triangle ABC$ cân tại A. Gọi M là điểm bất kì thuộc cạnh đáy BC. Từ M kẻ $ME \parallel AB$ ($E \in AC$) và $MD \parallel AC$ ($D \in AB$).

- Chứng minh ADME là hình bình hành
- Chứng minh $\triangle MEC$ cân và $MD + ME = AC$
- DE cắt AM tại N. Từ M kẻ $MF \parallel DE$ ($F \in AC$); NF cắt ME tại G. Chứng minh G là trọng tâm tam giác AMF.
- Xác định vị trí của M trên cạnh BC để ADME là hình thoi.