Sở Giáo Dục & Đào Tạo TP. HỒ CHÍ MINH

Trường THPT *Chuyên*
Lê Hồng Phong

TECHCOMBANK

KỲ THI OLYMPIC TRUYỀN THỐNG 30/4
LẦN XV – NĂM 2009

Môn thi : **Toán** - Khối : **10**
Ngày thi : **04/04/2009**

Thời gian làm bài : **180 phút**

Ghi chú : Thí sinh làm mỗi câu trên 1 hay nhiều tờ giấy riêng và ghi rõ câu số ..... ở trang 1 của mỗi tờ giấy làm bài. Đề này có **01** trang .

Câu 1: (*4 điểm*)

Giải phương trình: $x^3+3x^2-3\sqrt[3]{3x+5}=1-3x$.

Câu 2: (*4 điểm*)

Tìm tất cả các số nguyên tố p sao cho tồn tại các số nguyên dương n,x,y thỏa mãn:

$$p^n=x^3+y^3.$$

Câu 3: (*4 điểm*)

Cho đoạn thẳng AC cố định với K là trung điểm. Hai điểm B và D phân biệt, di động và luôn đối xứng nhau qua K và đường thẳng BD không trùng với đường thẳng AC. Đường phân giác của $\widehat{BCD}$ cắt AD và AB lần lượt tại I và J. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD và đường tròn ngoại tiếp tam giác AIJ cắt nhau tại điểm M khác A. Gọi H là hình chiếu của M trên trung trực của AC và N là giao điểm của CH và KM. Chứng minh khi B di động như trên thì N di động trên một đường cố định.

Câu 4: (*4 điểm*)

Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{\frac{2a}{a+b}}+\sqrt{\frac{2b}{b+c}}+\sqrt{\frac{2c}{c+a}}\le 3.$$

Câu 5: (*4 điểm*)

Cho tam giác ABC không cân có hai đỉnh B, C cố định và đỉnh A di động. Qua B dựng đường thẳng d vuông góc với BC, d cắt trung tuyến AI của tam giác ABC tại K. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC. Chứng minh rằng nếu IH song song với KC thì điểm A di động trên đường cố định.

HẾT