UBND HUYỆN VŨ THƯ
PHÒNG GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO

ĐỀ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
Môn: TOÁN – Lớp 8
Năm học: 2016-2017

Bài 1. (3 điểm)

Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{x^3-1}{x^2-x}+\dfrac{x^2-4}{x^2-2x}-\dfrac{2-x}{x}\right):\dfrac{x+1}{x}$ với $x\neq 0; x\neq 1; x\neq 2; x\neq -1$

1) Rút gọn biểu thức A.
2) Tính A biết x thỏa mãn $x^3-4x^2+3x=0$.

Bài 2. (4 điểm)

1. Tìm m sao cho phương trình ẩn x: $(m-1)x+3m-2=0$ có nghiệm duy nhất thỏa mãn $x\geq 1$
2. Giải phương trình $x^2+\dfrac{9x^2}{(x+3)^2}=40$

Bài 3. (4 điểm)

1) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $x^2+8y^2+4xy-2x-4y=4$

2) Cho đa thức $h(x)$ bậc 4, hệ số của bạ cao nhất là 1, biết $h(1)=2; h(2)=5$; $h(4)=17; h(-3)=10.$ Tìm đa thức $h(x)$

Bài 4. (2 điểm)

Cho hai số dương a,b thỏa mãn: $a^2+b^2=2$

Tìm giá trị nhỏ nhất của $M=\dfrac{a^3}{2016a+2017b}+\dfrac{b^3}{2017a+2016b}$

Bài 5. (4 điểm)

Cho hình bình hành $ABCD(AC>BD),$ hình chiếu vuông góc của C lên AB, AD lần lượt là E và F. Chứng minh:

1) $CE.CD=CB.CF$ và ΔABC đồng dạng với ΔFCE
2) $AB.AE+AD.AF=AC^2$

Bài 6 (2 điểm)

Cho hình vuông $ABCD$ có hai đường chéo cắt nhâu tại O. Một đường thẳng kẻ qua A cắt cạnh BC tại M và cắt đường thẳng CD tại N. Gọi K là giao của OM và DN. Chứng minh CK vuông góc với BN.

Bài 7 (1 điểm)

Cho hình vuông ABCD có 13 đường thẳng bất kỳ có cùng tính chất là mỗi đường thẳng chia hình vuông thành hai tứ giác có tỉ số diện tích là $\frac{2}{5}$. Chứng minh rằng có ít nhất 4 đường thẳng trong 13 đường thẳng đó cùng đi qua một điểm.

ĐÁP ÁN

Câu 1.

1.1

$$A=\left(\frac{x^2+x+1}{x}+\frac{x+2}{x}-\frac{2-x}{x}\right).\frac{x}{x+1}=\frac{x^2+3x+1}{x+1}$$

1.2

$x^3-4x^2+3x=0$

$\Leftrightarrow x(x-1)(x-3)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0(ktm) \\ x=1(ktm) \\ x=3(tm) \end{array}\right.$$

Thay $x=3$ vào biểu thức có $A=\frac{3^2+3.3+1}{3+1}=\frac{19}{4}$

Vậy $A=\frac{19}{4}$

Câu 2.

2.1

$m=1$ phương trình đã cho trở thành 1=0 (vô lý) nên phương trình vô nghiệm, loại

$m\neq 1$ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x=\frac{-3m+2}{m-1}$

$x\geq 1\Leftrightarrow \frac{-3m+2}{m-1}\geq 1\Leftrightarrow \frac{-4m+3}{m-1}\geq 0\Leftrightarrow ....\Leftrightarrow \frac{3}{4}\leq m\leq 1$

Kết hợp điều kiện ta có $\frac{3}{4}\leq m<1$ thì $(m-1)x+3m-2=0$ có nghiệm duy nhất thỏa mãn $x\geq 1$

2.2

ĐKXĐ: $x\neq -3$

$$x^2+\frac{9x^2}{(x+3)^2}=40 \Leftrightarrow \left(x-\frac{3x}{x+3}\right)^2+\frac{6x^2}{x+3}=40 \Leftrightarrow \left(\frac{x^2}{x+3}\right)+\frac{6x^2}{x+3}-40=0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x^2}{x+3}+10\right).\left(\frac{x^2}{x+3}-4\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{x^2}{x+3}=-10\\ \frac{x^2}{x+3}=4\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l}x^2+10x+30=0\\ x^2-4x-12=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(x+5)^2=-5(VN)\\ (x-2)^2=16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=6(tm)\\ x=-2(tm)\end{array}\right.\end{array}\right.$$

Vậy tập nghiệm phương trình $S=\{-2;6\}$

Câu 3.

3.1

$x^2+8y^2+4xy-2x-4y=4 \Leftrightarrow (x+2y-1)^2+4y^2=5$

Do $4y^2 \vdots 4;(x+2y-1)^2 \geq 0;4y^2 \geq 0 \quad \forall x,y$ nên $\begin{cases}4y^2=4\\ (x+2y-1)^2=1\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}y=1\\ y=-1\end{array}\right.\\ (x+2y-1)^2=1\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}y=1\\ (x+1)^2=1\end{cases}\\ \begin{cases}y=-1\\ (x-3)^2=1\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}y=1\\ \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-2\end{array}\right.\end{cases}\\ \begin{cases}y=-1\\ \left[\begin{array}{l}x=2\\ x=4\end{array}\right.\end{cases}\end{array}\right.$$ thỏa mãn x,y nguyên

Vậy $(x;y)\in\{(0;1);(-2;1);(2;-1);(4;-1)\}$

3.2

Xét $g(x)=x^2+1$ có $g(1)=2;g(2)=5;g(4)=17;g(-3)=10$

Ta có $f(x)=h(x)-g(x)$ thì $f(x)$ bậc 4 hệ số của x^4 là 1 và

$f(1)=f(2)=f(4)=f(-3)\Rightarrow f(x)=(x-1)(x-2)(x-4)(x+3)$

$$\Rightarrow f(x) = (x^2 - 3x + 2)(x^2 - x - 12) = x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 34x - 24$$

$$\Rightarrow h(x) = x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 34x - 23$$

Vậy $h(x) = x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 34x - 23$

Câu 4.

$$M = \left[\frac{a^3}{2016a + 2017b} + \frac{a(2016a + 2017b)}{4033^2}\right] +$$

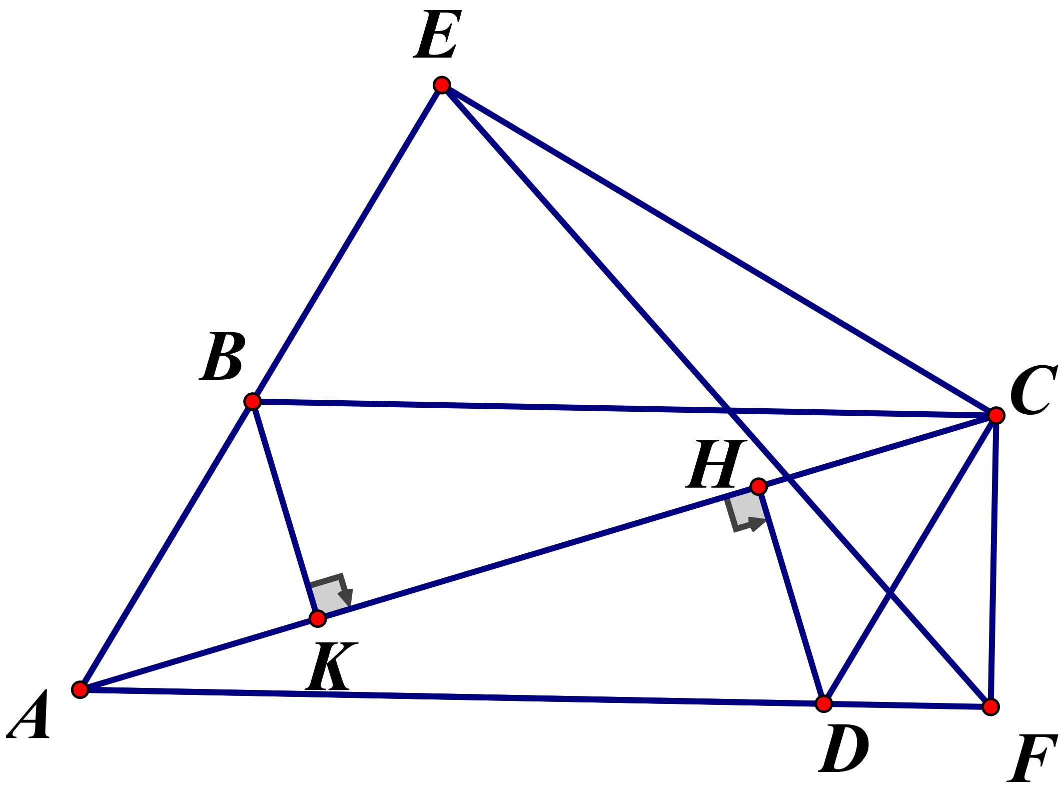
$$+\left[\frac{b^3}{2017a + 2016b} + \frac{b(2017a + 2016b)}{4033^2}\right] - \frac{2016(a^2 + b^2) + 4034ab}{4033^2}$$

$$\geq \frac{2a^2}{4033} + \frac{2b^2}{4033} - \frac{2016(a^2 + b^2) + 4034.\dfrac{a^2 + b^2}{2}}{4033^2} = \frac{a^2 + b^2}{4033} = \frac{2}{4033}$$

$M \geq \dfrac{2}{4033}$. Dấu $" = "$ xảy ra $\Leftrightarrow a = b = 1$

Vậy GTNN của $M = \dfrac{2}{4033} \Leftrightarrow a = b = 1$

Câu 5.



5.1

Chứng minh $\Delta EBC \sim \Delta FDC(g.g) \Rightarrow \dfrac{CE}{CF} = \dfrac{BC}{DC}, DC = AB \Rightarrow \dfrac{CE}{CF} = \dfrac{BC}{BA}$

Chứng minh $\widehat{ABC} = \widehat{FCE} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta FCE$

5.2

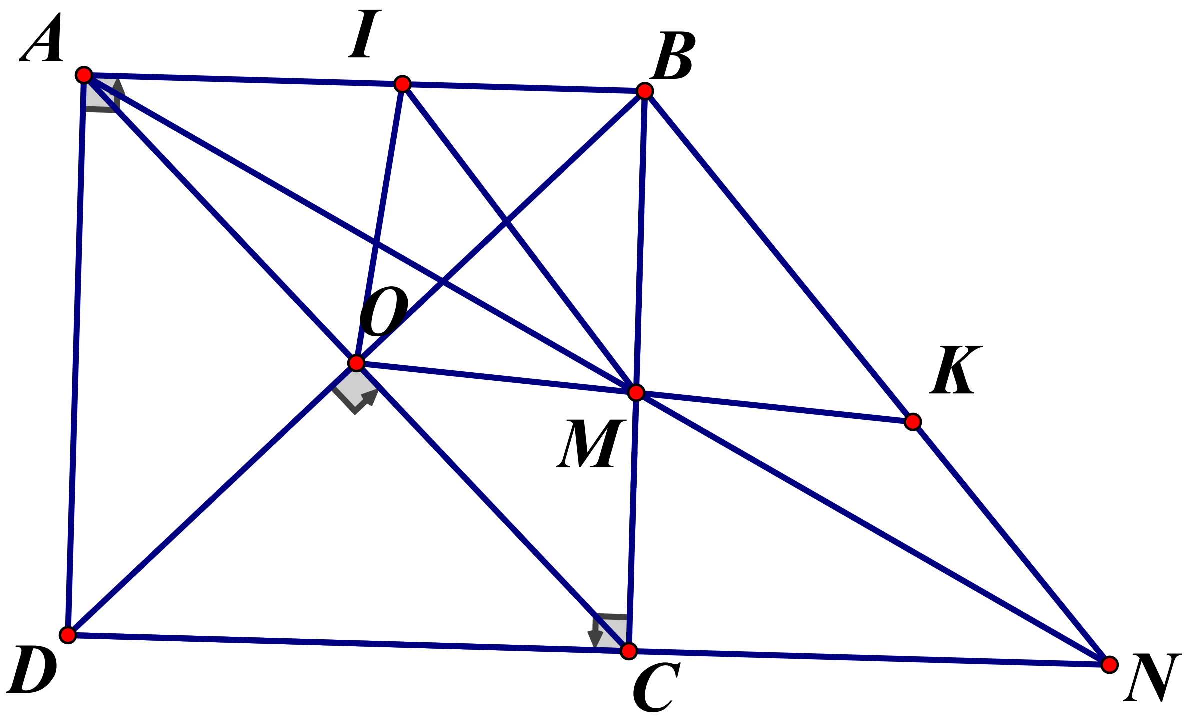
H, K là hình chiếu vuông góc của D, B lên AC

Chứng minh $AB.AE = AK.AC;\ \ AD.AF = AH.AC$

Chứng minh $KC = AH$

$\Rightarrow\ AB.AE = AD.AF = AC^2$

Câu 6.



Trên cạnh AB lấy I sao cho $IB = CM$.

Xét ΔIBO và ΔMCO có: $IB = CM; \widehat{IBO} = \widehat{MCO} = 45^0; BO = CO$

$\Rightarrow \Delta IBO = \Delta MCO(c.g.c) \Rightarrow OI = OM, \widehat{IOB} = \widehat{MOC}$

$\Rightarrow \widehat{BOI} + \widehat{BOM} = \widehat{BOM} + \widehat{MOC} = 90^0 \Rightarrow \widehat{MOI} = 90^0$

$\Rightarrow \Delta MOI$ vuông cân tại O nên $\widehat{OMI} = \widehat{OIM} = 45^0$

Vì $IB = CM, AB = CB$ nên $\dfrac{BI}{BA} = \dfrac{CM}{CB}$ (1) và $AB // CN$ nên $\dfrac{CM}{CB} = \dfrac{NM}{NA}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \dfrac{BI}{BA} = \dfrac{NM}{NA} \Rightarrow IM // BN$ (Talet đảo) do đó $\widehat{OKB} = \widehat{OMI} = 45^0$ (đồng vị)

$\Delta OMC \sim \Delta BMK(g.g) \Rightarrow \dfrac{MC}{MK} = \dfrac{MO}{MB}$

Xét ΔCMK và ΔOMB có: $\dfrac{MC}{MK} = \dfrac{MO}{MB}(cmt)$ và $\widehat{CMK} = \widehat{OMB}$ (đối đỉnh)

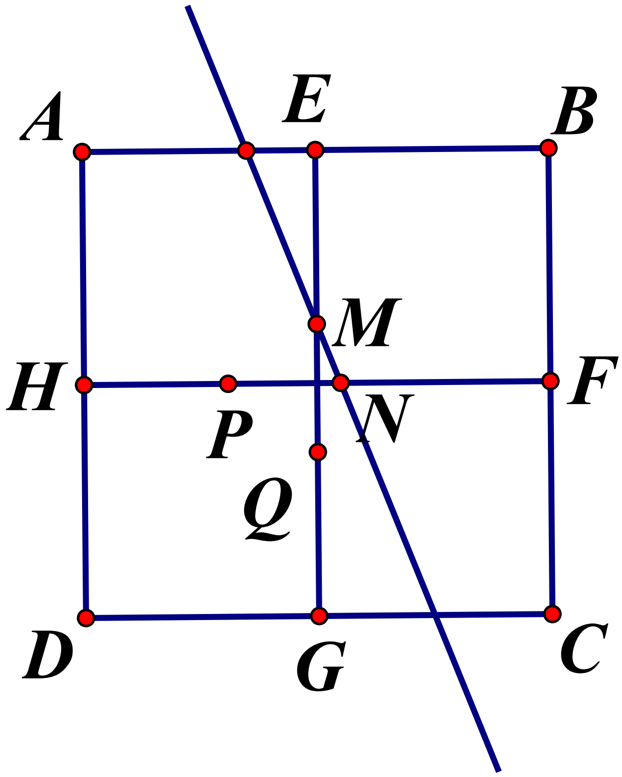
$\Rightarrow \Delta CMK \sim \Delta OMB (c.g.c) \Rightarrow \widehat{MKC} = \widehat{MOB}$ mà

$\widehat{MBO} = 45^0 \Rightarrow \widehat{MKC} = 45^0$

$\Rightarrow \widehat{CKB} = \widehat{MKB} + \widehat{MKC} = 45^0 + 45^0 = 90^0$

Vậy CK vuông góc với BN

Câu 7.



Đường thẳng chia hình vuông thành hai tứ giác nên đường thẳng phải cắt hai cạnh đối của hình vuông và không đi qua đỉnh hình vuông. E, F, G, H là trung điểm AB, BC, CD, DA

Xét một đường thẳng chia hình vuông thành hai tứ giác, cắt HF tại N

Nên tỉ số diện tích hai tứ giác tạo thành bằng $\frac{NF}{NH}$.

Nếu tỉ số diện tích hai tứ giác tạo thành là $\frac{2}{5} \Leftrightarrow \frac{NH}{NF} = \frac{2}{5}$. Như vậy N cố định và có 4 điểm vai trò như điểm N là M, N, P,Q như hình vẽ

Có 13 đường thẳng mỗi đường phải đi qua 1 trong 4 điểm phân biệt M, N, P, Q

$13 = 3.4 + 1$ Theo nguyên tắc Dirichle sẽ tồn tại ít nhất 4 đường thẳng cùng đi qua một điểm trong 4 điểm M,N,P,Q.