|  |  |
| --- | --- |
|  | **ĐỀ THI họC SINH GIỎI lỚP 12 NĂM HỌC 2018-2019**  **SỞ BÌNH THUẬN** |

**Bài 1 (*6,0 điểm*).**

a) Cho  và  là các số thực thỏa mãn Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức

b) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đồ thị hàm số  có hai điểm cực trị nằm khác phía đối với trục hoành.

**Bài 2 (*5,0 điểm*).**

a) Tìm số hạng tổng quát của dãy số biết và

b) Cho dãy số thỏa mãn 

Chứng minh rằng 

**Bài 3 (*4,0 điểm*).** Giải hệ phương trình



**Bài 4 (*5,0 điểm*).**Cho tam giácnhọn cóvà hai đường caocắt nhau tạiCác đường tròn  cùng đi quavà theo thứ tự tiếp xúc vớitại Gọi  là giao điểm thứ hai của  và 

a) Chứng minh đường thẳng  đi qua trung điểm của cạnh 

b) Chứng minh ba đường thẳng đồng quy.

**-------------- HẾT -------------**

*Học sinh không được sử dụng máy tính cầm tay.*

*Cán bộ coi thi không được giải thích gì thêm.*

**ĐÁP ÁN CHI TIẾT**

**Câu 1a.** Cho  và  là các số thực thỏa mãn  Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

**Lời giải**

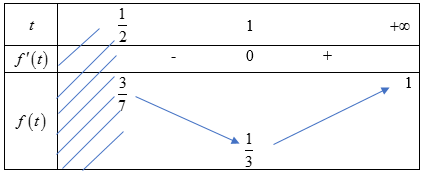
***Tác giả: Bùi Văn Lượng; Fb: luonghaihaubui***

Ta có  với 

Xét hàm số  với 

Tính được 

Bảng biến thiên



Suy ra giá trị nhỏ nhất của  bằng , không có giá trị lớn nhất.

**Câu 1b.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đồ thị hàm số  có hai điểm cực trị nằm khác phía đối với trục hoành.

**Lời giải**

***Tác giả: Phùng Đức Cường; Fb: Phùng Đức Cường***

Tập xác định .

Đạo hàm của hàm số là .

Yêu cầu bài toán  Phương trình  có hai nghiệm phân biệt ,  thỏa mãn 

Phương trình  có hai nghiệm phân biệt  (\*).

Khi đó đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị là , .

Ta có .

Do đó , .



.

Kết hợp với điều kiện (\*) ta có  thỏa mãn bài toán.

**Câu 2a.** Tìm số hạng tổng quát của dãy số  biết  và 

**Lời giải**

***Tác giả: Phạm Thị Thanh Thủy ; Fb: Phạm Thủy***

 ta có .

Đặt 

Khi đó 

Do đó  là cấp số nhân có  công bội 

Suy ra 

Vậy 

**Câu 2b.** Cho dãy số  thỏa mãn  Chứng minh rằng 

**Lời giải**

***Tác giả: Vũ Thị Hồng Lê; Fb: Lê Hồng***

Chứng minh được 

Khi đó 

Mặt khác,  ta có



Vậy 

**Câu 3.** Giải hệ phương trình

**.**

**Lời giải**

Điều kiện .

Ta có ,  nên  không thõa mãn . Do vậy . Suy ra  không thõa mãn .

Nếu  cùng âm thì  vô lí. Do đó  cùng dương.

Khi đó .

Xét hàm số  trên khoảng .

Ta có . Suy ra hàm số đồng biến trên.

Khi đó .

Thay  vào  ta được:

.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất .

**Câu 4.** Cho tam giác  nhọn có  và hai đường cao cắt nhau tại  Các đường tròn  cùng đi qua  và theo thứ tự tiếp xúc với  tại  Gọi  là giao điểm thứ hai của  và 

a) Chứng minh đường thẳng  đi qua trung điểm của cạnh 

b) Chứng minh ba đường thẳng  đồng quy.

**Lời giải**

***Tác giả: Trần Công Dũng ; Fb: Dung Tran***

****

a. Gọi  là giao điểm của  và 

Ta có 

Suy ra 

Do đó  là trung điểm của  Hay đường thẳng  đi qua trung điểm  của 

b) Chứng minh ba đường thẳng  đồng quy.

Ta có . Suy ra tứ giác nội tiếp đường tròn 

Ta có . Suy ra tứ giác  nội tiếp đường tròn 

Ta có . Suy ra tứ giác  nội tiếp đường tròn đường kính 

Ta có là dây cung chung của hai đường tròn .

 là trục đẳng phương hai đường tròn 

Tương tự ta được:

 là trục đẳng phương hai đường tròn 

 là trục đẳng phương hai đường tròn 

Suy ra ba đường thẳng  đồng quy.