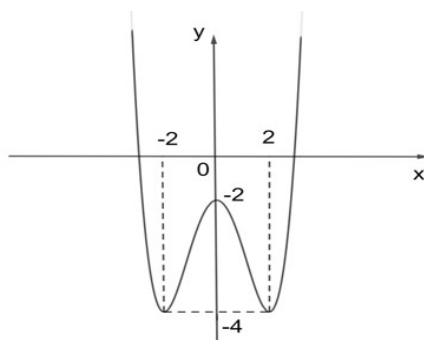


**Câu 1:** [Mức độ 1] Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Khoảng nghịch biến của hàm số là



A.  $(-\infty; -4)$  và  $(-4; -2)$ .

B.  $(-2; 2)$ .

C.  $(-\infty; 2) \cup (0; 2)$ .

D.  $(-\infty; -2)$  và  $(0; 2)$ .

**Câu 2:** [Mức độ 1] Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|      |           |      |      |           |     |
|------|-----------|------|------|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$ | $0$  | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$  | $0$       | $+$ |
| $y$  | $-\infty$ | $1$  | $-3$ | $+\infty$ |     |

Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(-2; 0)$ .

B.  $(0; +\infty)$ .

C.  $(-\infty; -2)$ .

D.  $(-3; 1)$ .

**Câu 3:** [Mức độ 1] Cho hàm  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |     |      |           |     |
|---------|-----------|-----|------|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $1$ | $4$  | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$ | $-$  | $0$       | $+$ |
| $f(x)$  | $-\infty$ | $3$ | $-4$ | $+\infty$ |     |

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

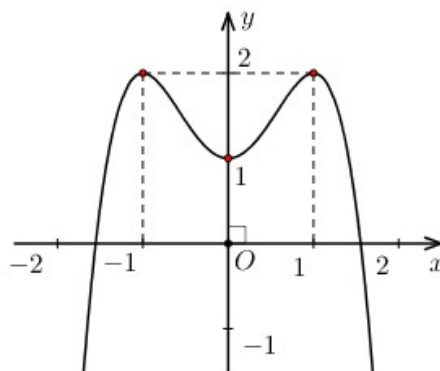
A.  $4$ .

B.  $-4$ .

C.  $1$ .

D.  $3$ .

**Câu 4:** [Mức độ 1] Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



A.  $3$ .

B.  $1$ .

C.  $2$ .

D.  $0$ .

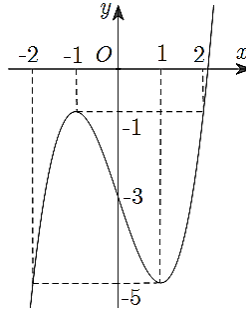
**Câu 5:** [Mức độ 1] Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

|         |           |      |      |     |     |           |
|---------|-----------|------|------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | $+$  | $0$  | $-$ | $0$ | $+$       |

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 4.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 3.

**Câu 6:** [Mức độ 1] Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$  có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất  $m$  và giá trị lớn nhất  $M$  của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[-2; 2]$ .



- A.  $m = -5; M = -1$     B.  $m = -2; M = 2$     C.  $m = -1; M = 0$     D.  $m = -5; M = 0$

**Câu 7:** [Mức độ 1] Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[-3; 2]$  và có bảng biến thiên như sau. Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[-1; 2]$ . Tính  $M + m$

|        |      |      |     |     |     |
|--------|------|------|-----|-----|-----|
| $x$    | $-3$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
| $f(x)$ | $-2$ | $3$  | $0$ | $2$ | $1$ |

- A. 3.                      B. 2.                      C. 1.                      D. 4.

**Câu 8:** [Mức độ 1] Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{x-3}$  là

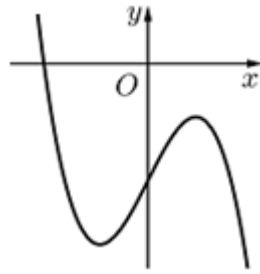
- A.  $x = -3$                       B.  $x = -1$                       C.  $x = 1$                       D.  $x = 3$

**Câu 9:** [Mức độ 1] Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau. Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

|      |           |           |           |
|------|-----------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $1$       | $+\infty$ |
| $y'$ | $+$       |           | $+$       |
| $y$  | $2$       | $+\infty$ | $2$       |

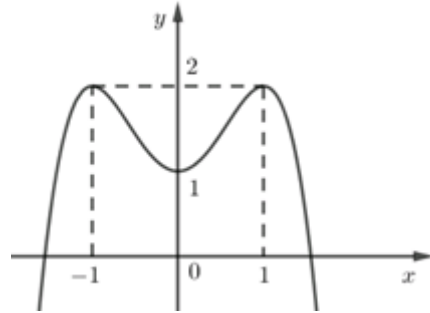
- A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 4.

**Câu 10:** [Mức độ 2] Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào dưới đây đúng?



- A.  $a > 0, c > 0$ .      B.  $a > 0, c < 0$ .      C.  $a < 0, c < 0$ .      D.  $a < 0, c > 0$ .

**Câu 11:** [Mức độ 1] Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số nào?



- A.  $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ .      B.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ .      C.  $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ .      D.  $y = x^4 + 2x^2 - 1$ .

**Câu 12:** [Mức độ 1] Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ:

|         |           |      |     |     |           |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |     |     |           |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $-$ | $0$ | $+$       |
| $f(x)$  | $+\infty$ |      |     | $5$ |           | $3$ |     | $+\infty$ |

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $f(x) = m$  có bốn nghiệm phân biệt.

- A.  $m < 5$       B.  $m > 3$       C.  $3 < m < 5$       D.  $3 \leq m \leq 5$

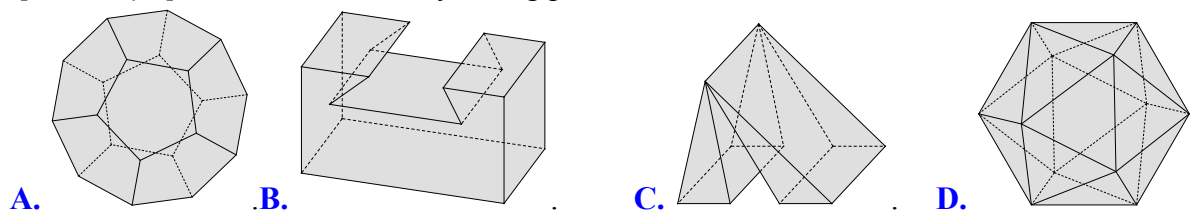
**Câu 13:** [Mức độ 1] Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2}{x+1}$  tại điểm có hoành độ  $x = -2$  là:

- A.  $-1$ .      B.  $1$ .      C.  $-3$ .      D.  $3$ .

**Câu 14:** [Mức độ 1] Cho hàm số  $y = x^4 - 4x^2$  có đồ thị  $(C)$ . Tìm số giao điểm của  $(C)$  và trục hoành.

- A.  $0$ .      B.  $1$ .      C.  $2$ .      D.  $3$ .

**Câu 15:** [Mức độ 1] Vật thể nào dưới đây không phải là khối đa diện?



**Câu 16:** [Mức độ 1] Hình bát diện đều thuộc loại khối đa diện đều nào sau đây?

- A.  $\{4; 3\}$ .      B.  $\{5; 3\}$ .      C.  $\{3; 3\}$ .      D.  $\{3; 4\}$ .

**Câu 17:** [Mức độ 1] Cho khối chóp có thể tích  $V = 32$  và đáy là hình vuông có cạnh bằng 4. Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

- A. 8.                      B. 2.                      C. 4.                      D. 6.

**Câu 18:** [Mức độ 1] Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA = 3a$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  là

- A.  $3a^3$ .                      B.  $a^3$ .                      C.  $\frac{a^3}{3}$ .                      D.  $6a^3$ .

**Câu 19:** [Mức độ 1] Một khối lăng trụ có chiều cao bằng 6 và diện tích đáy bằng  $2\sqrt{14}$ . Thể tích của khối lăng trụ đó bằng

- A.  $2\sqrt{14}$ .                      B.  $4\sqrt{14}$ .                      C.  $6\sqrt{14}$ .                      D.  $12\sqrt{14}$ .

**Câu 20:** [Mức độ 1] Cho hình chóp  $S.ABC$ . Gọi  $M$ ,  $N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$ ,  $SB$ . Tính tỉ số  $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNC}}$ .

- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B. 4.                      C.  $\frac{1}{4}$ .                      D. 2.

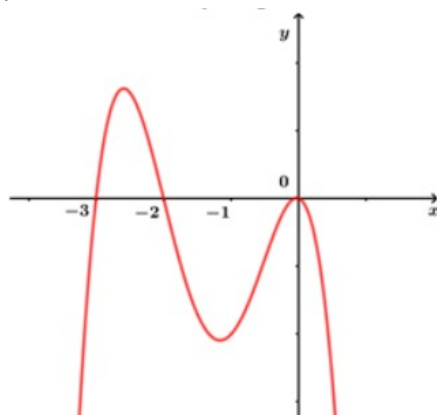
**Câu 21:** [Mức độ 2] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + mx + 1$  đồng biến trên  $(-\infty; +\infty)$ .

- A.  $m \leq 1$ .                      B.  $m \leq 2$ .                      C.  $m \geq 2$ .                      D.  $m \geq 1$ .

**Câu 22:** [Mức độ 2] Số giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc  $[-2022; 2022]$  để hàm số  $y = \frac{x+m}{x-1}$  đồng biến trên từng khoảng xác định là

- A. 2020.                      B. 2021.                      C. 2022.                      D. 2023.

**Câu 23:** [Mức độ 2] Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đạo hàm  $y = f'(x)$ . Biết rằng hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực đại tại:

- A.  $x = -2$ .                      B.  $x = 0$ .                      C.  $x = -3$ .                      D.  $x = -1$ .

**Câu 24:** [Mức độ 2] Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ.

|         |           |   |   |   |   |   |           |
|---------|-----------|---|---|---|---|---|-----------|
| $x$     | $-\infty$ |   | 0 |   | 2 |   | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | + | 0 | - | 0 | + |           |
| $f(x)$  | $-\infty$ |   | 5 |   | 1 |   | $+\infty$ |

Phát biểu nào đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại điểm  $x=0$  và đạt cực tiểu tại điểm  $x=2$
- B. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm  $x=1$  và đạt cực đại tại điểm  $x=5$ .
- C. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 2.
- D. Giá trị cực đại của hàm số là 0.

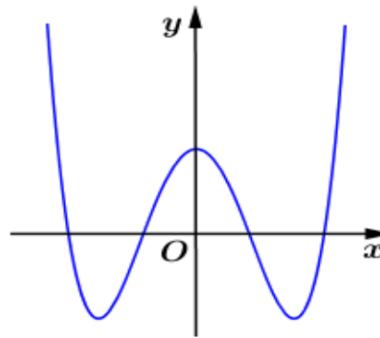
**Câu 25:** [Mức độ 2] Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2022$  trên đoạn  $[-1; 1]$  là

A. 2022.                      B. 2020.                      C. 2019.                      D. 2018.

**Câu 26:** [Mức độ 2] Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 2021x - 2022}{x - 2022}$  là

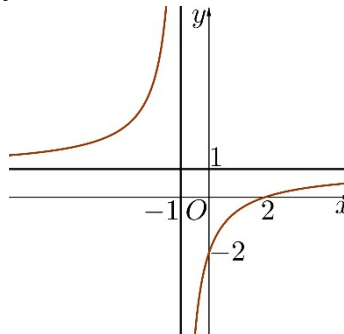
A. 3.                      B. 0.                      C. 2.                      D. 1.

**Câu 27:** [Mức độ 2] Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



- A.  $a > 0, b > 0, c > 0$ .
- B.  $a < 0, b > 0, c > 0$ .
- C.  $a > 0, b < 0, c > 0$ .
- D.  $a > 0, b < 0, c < 0$ .

**Câu 28:** [Mức độ 2] Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



- A.  $y = \frac{x+2}{x+1}$ .
- B.  $y = \frac{x-2}{x+1}$ .
- C.  $y = \frac{x-2}{x-1}$ .
- D.  $y = \frac{2x+1}{x+1}$ .

**Câu 29:** [Mức độ 2] Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 2$  và parabol  $y = x^2 + 6$  là

A. 1.                      B. 3.                      C. 2.                      D. 4.

**Câu 30:** [Mức độ 2] Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x + \frac{1}{3}$  có đồ thị (C). Tiếp tuyến với đồ thị

(C) và vuông góc với đường thẳng  $y = \frac{1}{2}x + 3$  có phương trình là

A.  $y = -2x + \frac{5}{3}, y = -2x + \frac{1}{3}$ .

B.  $y = -2x - \frac{5}{3}, y = 2x + \frac{1}{3}$ .

C.  $y = -2x - \frac{5}{3}, y = -2x - \frac{1}{3}$ .

D.  $y = -2x - \frac{17}{3}, y = -2x - \frac{1}{3}$ .

**Câu 31:** [Mức độ 2] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật, cạnh  $AB = a\sqrt{3}, BC = a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy; đường thẳng  $SC$  tạo với mặt phẳng đáy một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$  theo  $a$ .

A.  $V = 2a^3$ .

B.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .

C.  $V = a^3$ .

D.  $V = \frac{2a^3}{3}$ .

**Câu 32:** [Mức độ 2] Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ . Mặt bên  $SAB$  là tam giác cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, đường thẳng  $SC$  tạo với mặt phẳng  $(SAB)$  một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$  theo  $a$ .

A.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

B.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .

C.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ .

D.  $V = a^3\sqrt{3}$ .

**Câu 33:** [Mức độ 2] Tính thể tích  $V$  của khối lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ , biết  $AC' = a\sqrt{2}$ .

A.  $V = a^3$

B.  $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$

C.  $V = \frac{3\sqrt{2}a^3}{8}$ .

D.  $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$ .

**Câu 34:** [Mức độ 2] Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$  và  $AB' = 2a$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$ .

B.  $\frac{3a^3}{4}$ .

C.  $\frac{3a^3}{2}$ .

D.  $\frac{a^3}{4}$ .

**Câu 35:** [Mức độ 2] Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có thể tích bằng  $V$ . Thể tích khối chóp  $A'B'BC$  bằng

A.  $\frac{2}{3}V$ .

B.  $\frac{1}{3}V$ .

C.  $\frac{1}{2}V$ .

D.  $\frac{3}{4}V$ .

**Câu 36:** [Mức độ 3] Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m \in (-10; 10)$  để hàm số

$y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(2m+3)x^2 + (m^2+3m)x + 1$  nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$ ?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

**Câu 37:** [Mức độ 3] Tìm số các giá trị nguyên của tham số  $m \in [0; 2023]$  để hàm số

$y = (2m-1)x + (1-m)\sin x$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$

A. 2023.

B. 1.

C. 2022.

D. 2024.

**Câu 38:** [Mức độ 3] Cho hàm số  $y = x^4 + mx^3 + (m-1)x^2 - (5m+2)x + 1$ , với  $m$  là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị?

A. 5.                      B. 6.                      C. 7.                      D. 8.

**Câu 39:** [Mức độ 3] Cho hàm số  $y = \frac{x - 2m^2}{x + 2}$  với  $m$  là tham số thực. Giả sử  $m_0$  là giá trị dương của tham số  $m$  để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn  $[0; 3]$  bằng -3. Giá trị  $m_0$  thuộc khoảng nào trong các khoảng cho dưới đây?

A.  $(2; 3)$ .                      B.  $(1; 2)$ .                      C.  $(4; 6)$ .                      D.  $(0; 1)$ .

**Câu 40:** [Mức độ 3] Với giá trị nào của  $m$  thì đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x^2+3x+m}$  có đúng hai đường tiệm cận đứng?

A.  $m \neq 2$                       B.  $m < \frac{9}{4}$                       C.  $m \in \left(-\infty; \frac{9}{4}\right] \setminus \{2\}$                       D.  $m \in \left(-\infty; \frac{9}{4}\right) \setminus \{2\}$

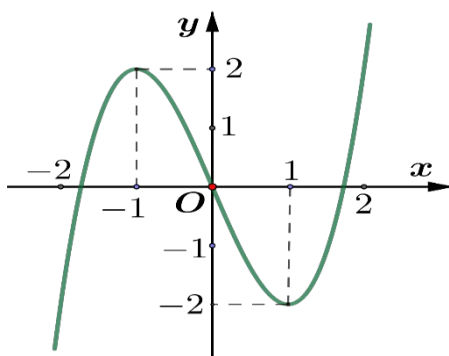
**Câu 41:** [Mức độ 3] Cho hàm số  $f(x) = \frac{ax+7}{bx+c}$  ( $a, b, c \in \mathbb{Z}$ ) có bảng biến thiên như sau:

| $x$     | $-\infty$           | $-2$ | $+\infty$           |
|---------|---------------------|------|---------------------|
| $f'(x)$ | -                   |      | -                   |
| $f(x)$  | 3<br>↘<br>$-\infty$ |      | $+\infty$<br>↘<br>3 |

Giá trị của biểu thức  $T = a + 2b - c$  là:

A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 4.

**Câu 42:** [Mức độ 3] Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị như hình vẽ



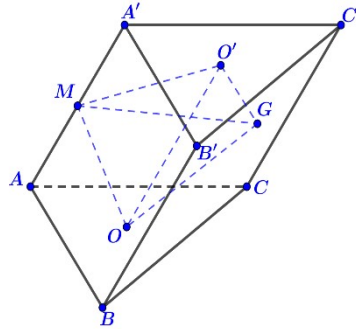
Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $3f(x) - m - 1 = 0$  có ba nghiệm thực phân biệt trong đó có đúng một nghiệm dương.

A. 5.                      B. 9.                      C. 6.                      D. 10.

**Câu 43:** [Mức độ 3] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = 6a, BC = 4a$ , tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc tạo bởi đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $45^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$

A.  $40a^3$ .                      B.  $50a^3$ .                      C.  $60a^3$ .                      D.  $70a^3$ .

**Câu 44:** [Mức độ 3] Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh bằng  $a$  và hình chiếu của  $A'$  trên  $(ABC)$  là tâm  $O$  của tam giác  $ABC$ . Gọi  $O'$  là tâm của tam giác  $A'B'C'$ ,  $M$  là trung điểm  $AA'$  và  $G$  là trọng tâm tam giác  $B'C'C$ . Biết  $V_{O'OMG} = a^3$ , tính thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .



- A.  $V = 18a^3$ .      B.  $V = 27a^3$ .      C.  $V = \frac{27a^3}{4}$ .      D.  $V = \frac{27a^3}{2}$ .

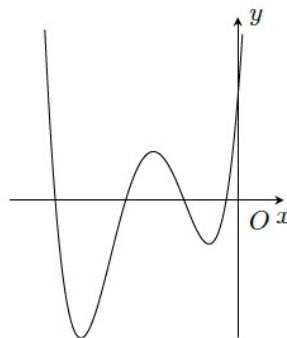
**Câu 45:** [Mức độ 3] Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $K, M, N$  lần lượt là trọng tâm của tam giác  $SAB$ ,  $SCD$  và trung điểm  $CD$ . Tính tỉ số thể tích  $\frac{V_{A.KMN}}{V_{S.ABCD}}$ .

A.  $\frac{1}{36}$ .      B.  $\frac{1}{9}$ .      C.  $\frac{2}{9}$ .      D.  $\frac{1}{18}$ .

**Câu 46:** [Mức độ 4] Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  là  $f'(x) = (x-2)(x+3)$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số  $m$  thuộc đoạn  $[-20; 10]$  để hàm số  $y = f(x^2 + 5x - m)$  đồng biến trên khoảng  $(0; 1)$ ?

A. 21.      B. 22.      C. 19.      D. 20.

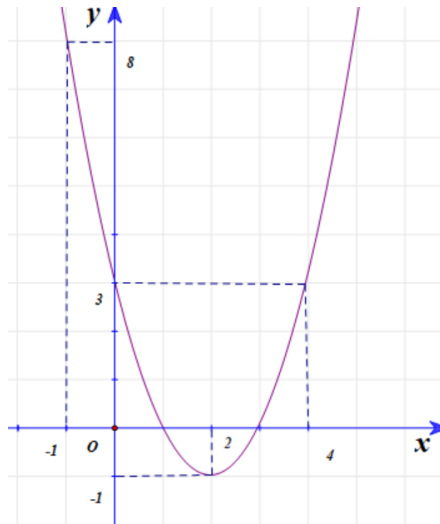
**Câu 47:** [Mức độ 4] Cho hàm số đa thức  $f(x)$  có đồ thị của đạo hàm  $f'(x)$  như hình vẽ. Biết rằng  $f(0) = 0$ .



Số điểm cực trị của hàm số  $g(x) = |f(x^6) - x^3|$  là

A. 4.      B. 5.      C. 6.      D. 3.

**Câu 48:** [Mức độ 4] Cho hàm số  $f(x)$  là liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ. Tổng tất cả các giá trị của tham số  $m$  để giá trị lớn nhất của  $g(x) = |f(x) + 2m|$  trên đoạn  $[-1; 4]$  bằng 5.



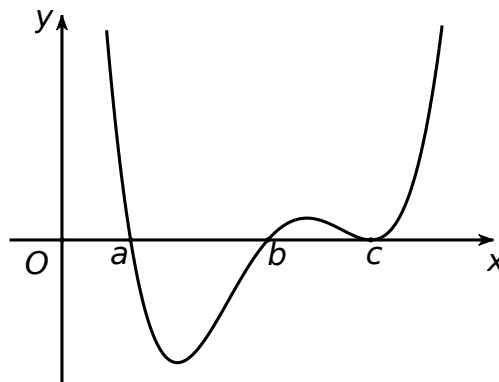
A.  $\frac{1}{2}$ .

B.  $-\frac{3}{2}$ .

C.  $-\frac{7}{2}$ .

D.  $-2$ .

**Câu 49:** [Mức độ 4] Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ , hàm số  $y = f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , hàm số  $y = f'(x + 2019)$  cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ  $a, b, c$  là các số nguyên và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi  $m_1$  là số giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = g(x) = f(x^2 - 2x + m)$  nghịch biến trên khoảng  $(1; 2)$ ;  $m_2$  là số giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = h(x) = f(x^2 - 4x + m)$  đồng biến trên khoảng  $(1; 2)$ . Khi đó,  $m_1 + m_2$  bằng

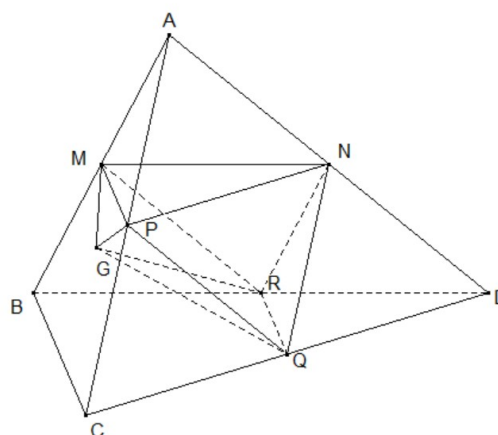
A.  $2b - 2a + 1$ .

B.  $2a - 2b - 2$ .

C.  $2b - 2a + 2$ .

D.  $2b - 2a$ .

**Câu 50:** [Mức độ 4] Cho tứ diện  $ABCD$  có thể tích là  $V$ . Gọi  $M, N, P, Q, R$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, AD, AC, DC, BD$  và  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  (như hình vẽ). Thể tích khối đa diện lồi  $MNPQRG$  theo  $V$  là



**A.**  $\frac{V}{2}$ .

**B.**  $\frac{V}{3}$ .

**C.**  $\frac{2V}{5}$ .

**D.**  $\frac{V}{6}$ .

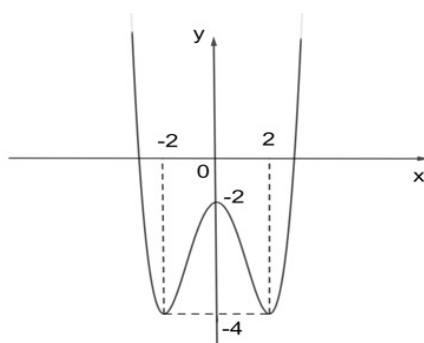
-----HẾT-----

## BẢNG ĐÁP ÁN

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1D  | 2A  | 3B  | 4A  | 5C  | 6A  | 7A  | 8D  | 9B  | 10D | 11A | 12C | 13D | 14D | 15C |
| 16D | 17D | 18B | 19D | 20B | 21D | 22B | 23A | 24A | 25D | 26B | 27C | 28B | 29C | 30A |
| 31A | 32C | 33D | 34B | 35B | 36C | 37B | 38C | 39B | 40D | 41C | 42B | 43A | 44B | 45D |
| 46C | 47D | 48C | 49D | 50B |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |

## ĐÁP ÁN CHI TIẾT

**Câu 1:** [Mức độ 1] Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Khoảng nghịch biến của hàm số là



A.  $(-\infty; -4)$  và  $(-4; -2)$ .

B.  $(-2; 2)$ .

C.  $(-\infty; 2) \cup (0; 2)$ .

**D.**  $(-\infty; -2)$  và  $(0; 2)$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Trần Tiến Đức**

Dựa vào ĐTHS ta có hàm số đã cho nghịch biến trên  $(-\infty; -2)$  và  $(0; 2)$ .

**Câu 2:** [Mức độ 1] Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|      |           |      |      |           |     |
|------|-----------|------|------|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$ | $0$  | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$  | $0$       | $+$ |
| $y$  | $-\infty$ | $1$  | $-3$ | $+\infty$ |     |

Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.**  $(-2; 0)$ .

B.  $(0; +\infty)$ .

C.  $(-\infty; -2)$ .

**D.**  $(-3; 1)$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Trần Tiến Đức**

Theo bảng biến thiên ta có: hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-2; 0)$

**Câu 3:** [Mức độ 1] Cho hàm  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |   |    |           |   |
|---------|-----------|---|----|-----------|---|
| $x$     | $-\infty$ | 1 | 4  | $+\infty$ |   |
| $f'(x)$ | +         | 0 | -  | 0         | + |
| $f(x)$  | $-\infty$ | 3 | -4 | $+\infty$ |   |

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 4.

**B. -4.**

C. 1.

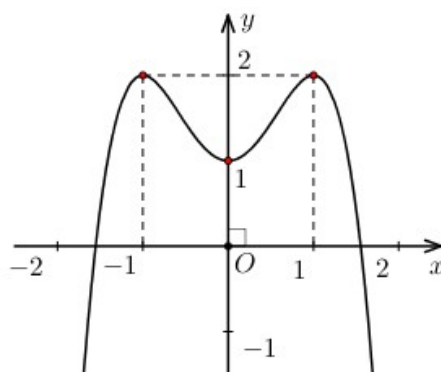
D. 3.

**Lời giải**

**FB tác giả: Trần Tiến Đức**

Theo bảng biến thiên ta có: hàm số đạt cực tiểu tại  $x=4$  và có giá trị cực tiểu là  $y=-4$ .

**Câu 4:** [Mức độ 1] Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



**A. 3.**

B. 1.

C. 2.

D. 0.

**Lời giải**

**FB tác giả: Trần Tiến Đức**

Theo đồ thị hàm số ta có: hàm số đã cho có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

$\Rightarrow$  Hàm số có tất cả 3 điểm cực trị.

**Câu 5:** [Mức độ 1] Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

|         |           |    |    |   |   |           |
|---------|-----------|----|----|---|---|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | -2 | -1 | 0 | 1 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | +         | 0  | -  | 0 | + | -         |

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4.

B. 1.

**C. 2.**

D. 3.

**Lời giải**

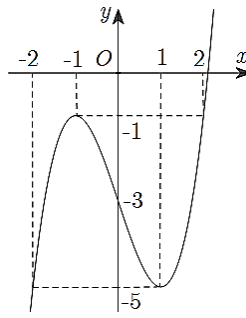
**FB tác giả: Trần Tiến Đức**

Dựa vào bảng biến thiên ta có:  $f'(x)$  đổi dấu 2 lần từ + sang - tại  $x=-2$  và  $x=0$ .

Tại  $x=0$  có  $f'(x)$  không xác định nhưng vì  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  nên  $x=0$  là điểm cực trị.

Suy ra hàm số đã cho có hai điểm cực đại.

**Câu 6:** [Mức độ 1] Cho hàm số  $y=f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$  có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất  $m$  và giá trị lớn nhất  $M$  của hàm số  $y=f(x)$  trên đoạn  $[-2;2]$ .



- A.**  $m = -5; M = -1$  **B.**  $m = -2; M = 2$  **C.**  $m = -1; M = 0$  **D.**  $m = -5; M = 0$

**Lời giải**

*FB tác giả: Trần Mạnh Nguyên*

Quan sát đồ thị hàm số, ta có  $m = \min_{[-2;2]} f(x) = -5$  và  $M = \max_{[-2;2]} f(x) = -1$ .

**Câu 7:** [ **Mức độ 1** ] Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[-3; 2]$  và có bảng biến thiên như sau. Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[-1; 2]$ . Tính  $M + m$

|        |    |    |   |   |   |
|--------|----|----|---|---|---|
| $x$    | -3 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $f(x)$ | -2 | 3  | 0 | 2 | 1 |

- A.** 3 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 4

**Lời giải**

*FB tác giả: Trần Mạnh Nguyên*

Quan sát bảng biến thiên, ta có  $m = \min_{[-1;2]} f(x) = 0$  và  $M = \max_{[-1;2]} f(x) = 3$ .

Suy ra  $M + m = 3$

**Câu 8:** [ **Mức độ 1** ] Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{x-3}$  là

- A.**  $x = -3$  **B.**  $x = -1$  **C.**  $x = 1$  **D.**  $x = 3$

**Lời giải**

*FB tác giả: Trần Mạnh Nguyên*

$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x-1}{x-3} = -\infty$ . Suy ra tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 3$ .

**Câu 9:** [ **Mức độ 1** ] Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau. Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

|      |           |           |           |
|------|-----------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | 1         | $+\infty$ |
| $y'$ | +         |           | +         |
| $y$  | 2         | $+\infty$ | $-\infty$ |

- A.** 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

**Lời giải**

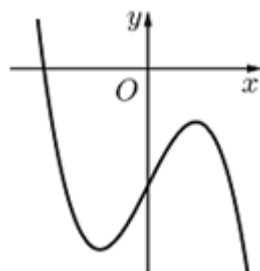
Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2 \Rightarrow y = 2$  là một tiệm cận ngang.

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 1$  là một tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận là 2.

**Câu 10:** [Mức độ 2] Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?



A.  $a > 0, c > 0$ .

B.  $a > 0, c < 0$ .

C.  $a < 0, c < 0$ .

**D.  $a < 0, c > 0$ .**

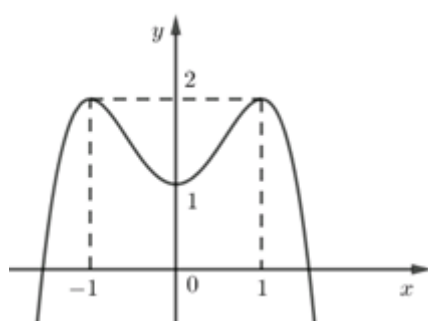
Lời giải

FB tác giả: Suyt Dì

Dựa vào dạng đồ thị, suy ra:  $a < 0$ .

Xét hai điểm cực trị của hàm số, ta thấy:  $x_{CD} \cdot x_{CT} < 0 \Rightarrow ac < 0 \Rightarrow c > 0$

**Câu 11:** [Mức độ 1] Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số nào?



**A.  $y = -x^4 + 2x^2 + 1$**

B.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$

C.  $y = -x^4 + 2x^2 - 1$

D.  $y = x^4 + 2x^2 - 1$

Lời giải

FB tác giả: Suyt Dì

Dựa vào dạng đồ thị, suy ra:  $a < 0$ .

Xét giao điểm của đồ thị và trục tung tại điểm  $A(0; 1) \Rightarrow c = 1$

**Câu 12:** [Mức độ 1] Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ:

|         |           |      |     |     |           |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |     |     |           |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $-$ | $0$ | $+$       |
| $f(x)$  | $+\infty$ |      |     | $5$ |           | $3$ |     | $+\infty$ |

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $f(x) = m$  có bốn nghiệm phân biệt.

A.  $m < 5$

B.  $m > 3$

C.  $3 < m < 5$

D.  $3 \leq m \leq 5$

Lời giải

FB tác giả: Suyt Dì

Dựa vào bảng biến thiên để phương trình  $f(x) = m$  có bốn nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow 3 < m < 5$ .

**Câu 13:** [Mức độ 1] Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2}{x+1}$  tại điểm có hoành độ  $x = -2$  là:

A. -1.

B. 1.

C. -3.

D. 3.

Lời giải

FB tác giả: Suyt Dì

Ta có  $y' = \frac{3}{(x+1)^2}$

Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ  $x = -2$  là:

$$y'(-2) = \frac{3}{(-2+1)^2} = 3$$

**Câu 14:** [Mức độ 1] Cho hàm số  $y = x^4 - 4x^2$  có đồ thị (C). Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

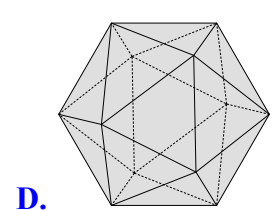
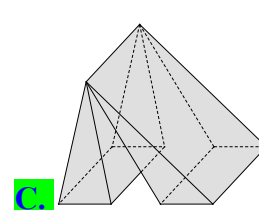
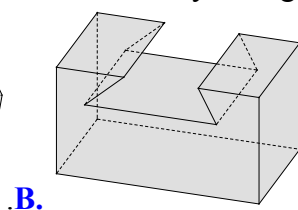
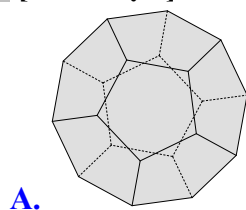
FB tác giả: Suyt Dì

$$x^4 - 4x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

Phương trình hoành độ giao điểm:

Vậy tọa độ giao điểm của (C) và trục hoành là  $(0;0), (2;0), (-2;0)$

**Câu 15:** [Mức độ 1] Vật thể nào dưới đây không phải là khối đa diện?



Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn

Nhận thấy hình ở đáp án C không thỏa mãn tính chất một cạnh là cạnh chung của đúng hai mặt nên hình C không phải là hình đa diện.

**Câu 16:** [Mức độ 1] Hình bát diện đều thuộc loại khối đa diện đều nào sau đây?

A.  $\{4;3\}$

B.  $\{5;3\}$

C.  $\{3;3\}$

D.  $\{3;4\}$

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn

Hình bát diện đều là khối đa diện đều thuộc loại  $\{3;4\}$ .

**Câu 17:** [ **Mức độ 1** ] Cho khối chóp có thể tích  $V = 32$  và đáy là hình vuông có cạnh bằng 4. Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

A. 8.

B. 2.

C. 4.

**D. 6.**

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn

Ta có:  $V = \frac{1}{3}Sh \Leftrightarrow 32 = \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot h \Leftrightarrow h = 6$

**Câu 18:** [ **Mức độ 1** ] Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA = 3a$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  là

A.  $3a^3$ .

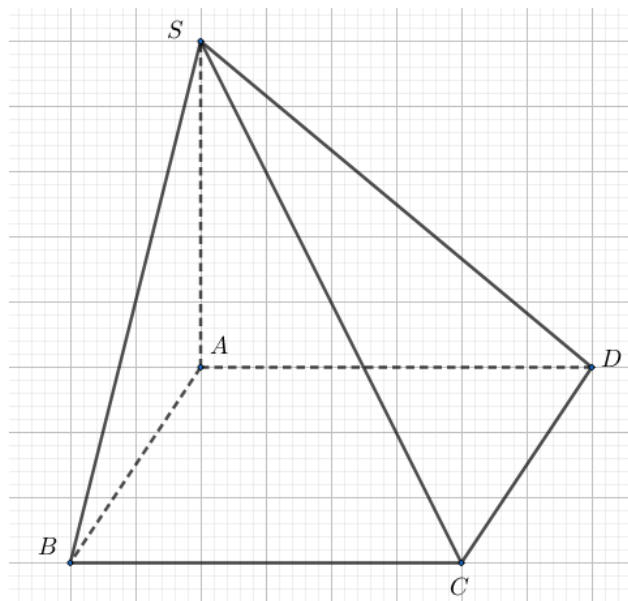
**B.  $a^3$ .**

C.  $\frac{a^3}{3}$ .

D.  $6a^3$ .

Lời giải

FB tác giả: Lê Xuân Quang



Ta có  $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA$  là đường cao của hình chóp.

Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  là:  $V = \frac{1}{3}SA S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot a^2 = a^3$

**Câu 19:** [ **Mức độ 1** ] Một khối lăng trụ có chiều cao bằng 6 và diện tích đáy bằng  $2\sqrt{14}$ . Thể tích của khối lăng trụ đó bằng

A.  $2\sqrt{14}$ .

B.  $4\sqrt{14}$ .

C.  $6\sqrt{14}$ .

**D.  $12\sqrt{14}$ .**

Lời giải

FB tác giả: Lê Xuân Quang

Thể tích của khối lăng trụ  $V = Bh = 2\sqrt{14} \cdot 6 = 12\sqrt{14}$ .

**Câu 20:** [ **Mức độ 1** ] Cho hình chóp  $S.ABC$ . Gọi  $M$ ,  $N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$ ,  $SB$ . Tính tỉ số

$\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNC}}$

A.  $\frac{1}{2}$ .

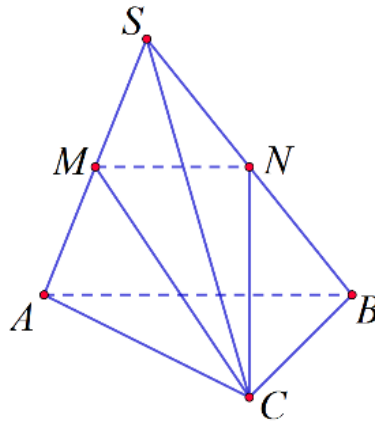
**B. 4.**

C.  $\frac{1}{4}$ .

D. 2.

Lời giải

FB tác giả: Lê Xuân Quang



Ta có 
$$\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNC}} = \frac{SA}{SM} \cdot \frac{SB}{SN} \cdot \frac{SC}{SC} = 2 \cdot 2 \cdot 1 = 4$$

**Câu 21:** [Mức độ 2] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + mx + 1$  đồng biến trên  $(-\infty; +\infty)$ .

- A.  $m \leq 1$ . B.  $m \leq 2$ . C.  $m \geq 2$ . **D.  $m \geq 1$**

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thành Trung

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

$$y' = x^2 + 2x + m$$

Hàm số đã cho đồng biến trên  $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0; \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = 1 - m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 1$ .

**Câu 22:** [Mức độ 2] Số giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc  $[-2022; 2022]$  để hàm số  $y = \frac{x+m}{x-1}$  đồng biến trên từng khoảng xác định là

- A. 2020. **B. 2021**. C. 2022. D. 2023.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thành Trung

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

$$y' = \frac{-1-m}{(x-1)^2}$$

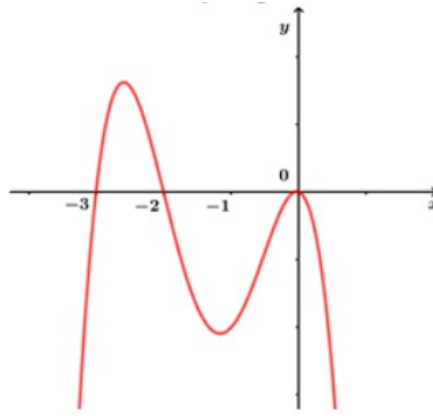
Ta có

Để hàm số đồng biến trên  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$  thì  $y' > 0, \forall x \in D$

$$\Leftrightarrow \frac{-1-m}{(x-1)^2} > 0 \Leftrightarrow -1-m > 0 \Leftrightarrow m < -1.$$

Vậy với  $m$  nguyên và thuộc  $[-2022; 2022]$  ta có 2021 giá trị  $m$  thỏa mãn.

**Câu 23:** [Mức độ 2] Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đạo hàm  $y = f'(x)$ . Biết rằng hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực đại tại:

**A.**  $x = -2$

**B.**  $x = 0$

**C.**  $x = -3$

**D.**  $x = -1$

**Lời giải**

**FB tác giả: Đỗ Hữu Tuấn**

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$$

♦ Xét , trong đó  $x = -3$  và  $x = -2$  là nghiệm bội lẻ,  $x = 0$  là nghiệm bội chẵn.

♦ Bảng biến thiên:

|      |           |   |    |   |    |   |   |   |           |
|------|-----------|---|----|---|----|---|---|---|-----------|
| $x$  | $-\infty$ |   | -3 |   | -2 |   | 0 |   | $+\infty$ |
| $y'$ |           | - | 0  | + | 0  | - | 0 | - |           |
| $y$  |           |   |    |   |    |   |   |   |           |

♦ Vậy hàm số đã cho đạt cực đại tại  $x = -2$ .

**Câu 24:** [Mức độ 2] Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ.

|         |           |   |   |   |   |   |           |
|---------|-----------|---|---|---|---|---|-----------|
| $x$     | $-\infty$ |   | 0 |   | 2 |   | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | + | 0 | - | 0 | + |           |
| $f(x)$  | $-\infty$ |   | 5 |   | 1 |   | $+\infty$ |

Phát biểu nào đúng?

**A.** Hàm số đạt cực đại tại điểm  $x = 0$  và đạt cực tiểu tại điểm  $x = 2$

**B.** Hàm số đạt cực tiểu tại điểm  $x = 1$  và đạt cực đại tại điểm  $x = 5$ .

**C.** Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 2.

**D.** Giá trị cực đại của hàm số là 0.

**Lời giải**

**FB tác giả: Đỗ Hữu Tuấn**

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đạt cực đại tại điểm  $x = 0$  và đạt cực tiểu tại điểm  $x = 2$ .

**Câu 25:** [Mức độ 2] Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2022$  trên đoạn  $[-1; 1]$  là

**A.** 2022.

**B.** 2020.

**C.** 2019.

**D.** 2018

**Lời giải**

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

Ta có  $y' = 3x^2 - 6x$ . Cho  $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 1] \\ x = 2 \notin [-1; 1] \end{cases}$

Tính  $y(-1) = 2018, y(1) = 2020, y(0) = 2022$

Vậy  $\min_{[-1; 1]} y = 2018$

$$y = \frac{x^2 - 2021x - 2022}{x - 2022}$$

**Câu 26:** [Mức độ 2] Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

FB tác giả: Triết Nguyễn

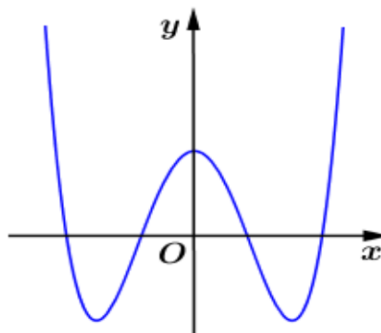
Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{2022\}$

Với  $x \neq 2022$ , ta có  $y = \frac{x^2 - 2021x - 2022}{x - 2022} = \frac{(x+1)(x-2022)}{x-2022} = x+1$

Khi đó  $\lim_{x \rightarrow 2022^+} y = \lim_{x \rightarrow 2022^-} y = 2023$

Vậy đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

**Câu 27:** [Mức độ 2] Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A.  $a > 0, b > 0, c > 0$ .

B.  $a < 0, b > 0, c > 0$ .

C.  $a > 0, b < 0, c > 0$ .

D.  $a > 0, b < 0, c < 0$ .

Lời giải

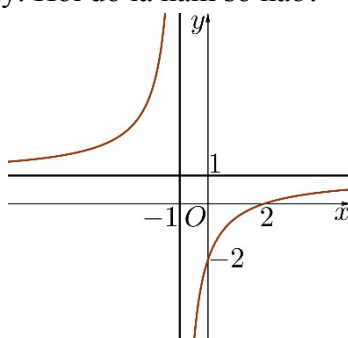
FB tác giả: Lương Công Sự

Ta thấy bề lõm hướng lên nên  $a > 0$ .

Hàm số có 3 cực trị nên  $a.b < 0 \Rightarrow b < 0$ .

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên  $c > 0$ .

**Câu 28:** [Mức độ 2] Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



A.  $y = \frac{x+2}{x+1}$ .

**B.**  $y = \frac{x-2}{x+1}$

C.  $y = \frac{x-2}{x-1}$ .

D.  $y = \frac{2x+1}{x+1}$ .

Lời giải

FB tác giả: Lương Công Sự

Ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = -1 \Rightarrow$  loại câu C

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang  $y = 1 \Rightarrow$  loại câu D

Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ  $(0; -2) \Rightarrow$  câu B thỏa.

**Câu 29:** [ Mức độ 2] Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 2$  và parabol  $y = x^2 + 6$  là

A. 1.

B. 3.

**C.** 2

D. 4.

Lời giải

FB tác giả: Đinh Thánh Đua

Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 2$  và parabol  $y = x^2 + 6$  là số nghiệm của

$$x^4 - 2x^2 + 2 = x^2 + 6 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

phương trình:

Vậy đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 2$  và parabol  $y = x^2 + 6$  có 2 giao điểm.

**Câu 30:** [ Mức độ 2] Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x + \frac{1}{3}$  có đồ thị (C). Tiếp tuyến với đồ thị

(C) và vuông góc với đường thẳng  $y = \frac{1}{2}x + 3$  có phương trình là

**A.**  $y = -2x + \frac{5}{3}, y = -2x + \frac{1}{3}$

B.  $y = -2x - \frac{5}{3}, y = 2x + \frac{1}{3}$ .

C.  $y = -2x - \frac{5}{3}, y = -2x - \frac{1}{3}$ .

D.  $y = -2x - \frac{17}{3}, y = -2x - \frac{1}{3}$ .

Lời giải

FB tác giả: Đinh Thánh Đua

Ta có:  $f'(x) = x^2 - 4x + 1$

Vì tiếp tuyến của đồ thị (C) vuông góc với đường thẳng  $y = \frac{1}{2}x + 3$  nên  $f'(x_0) = -2$

$$\Leftrightarrow x_0^2 - 4x_0 + 1 = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = 3 \end{cases}$$

Với  $x_0 = 1, f'(x_0) = -2, f(x_0) = -\frac{1}{3}$ , ta có phương trình tiếp tuyến:

$$y = -2(x - 1) - \frac{1}{3} \Leftrightarrow y = -2x + \frac{5}{3}$$

Với  $x_0 = 3, f'(x_0) = -2, f(x_0) = -\frac{17}{3}$ , ta có phương trình tiếp tuyến:

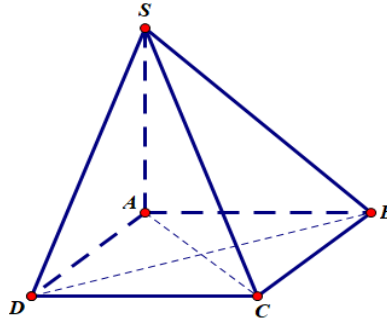
$$y = -2(x - 3) - \frac{17}{3} \Leftrightarrow y = -2x + \frac{1}{3}$$

**Câu 31. [Mức độ 2]** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật, cạnh  $AB = a\sqrt{3}, BC = a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy; đường thẳng  $SC$  tạo với mặt phẳng đáy một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$  theo  $a$ .

- A.  $V = 2a^3$ .      B.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .      C.  $V = a^3$ .      D.  $V = \frac{2a^3}{3}$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Thành Luân**



Có  $ABCD$  là hình chữ nhật  $\Rightarrow S_{ABCD} = a^2\sqrt{3}$  và  $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a$ .

Lại có  $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AC$  là hình chiếu của  $SC$  lên  $(ABCD)$   
 $(\angle SC, (ABCD)) = \angle SCA = 60^\circ$ .

Do đó

Xét  $\triangle SAC$  vuông tại  $A$  có:

$$\tan \angle SCA = \frac{SA}{AC} \Rightarrow SA = AC \cdot \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}.$$

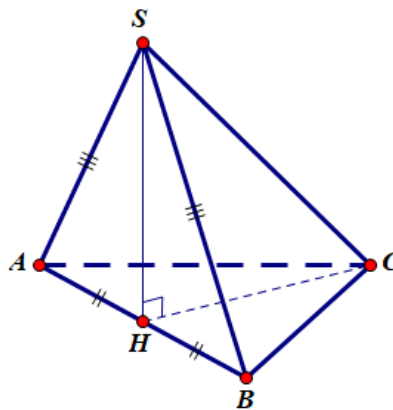
$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2\sqrt{3} \cdot 2a\sqrt{3} = 2a^3.$$

**Câu 32. [Mức độ 2]** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ . Mặt bên  $SAB$  là tam giác cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, đường thẳng  $SC$  tạo với mặt phẳng  $(SAB)$  một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$  theo  $a$ .

- A.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .      B.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .      C.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ .      D.  $V = a^3\sqrt{3}$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Thành Luân**



Gọi  $H$  là trung điểm của  $AB$ .

Do  $\triangle SAB$  cân tại  $S \Rightarrow SH \perp AB$ .

Mà  $(SAB) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC)$ .

Có  $\triangle ABC$  là tam giác đều cạnh  $a \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$  và  $CH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .  
 Dễ thấy  $SH$  là hình chiếu của  $SC$  lên mặt phẳng  $(SAB)$ .  
 $(SC, (SAB)) = \angle SHC = 60^\circ$ .  
 Do đó

Xét  $\triangle SHC$  vuông tại  $H$  có:  $\tan \angle SHC = \frac{CH}{SH} \Rightarrow SH = \frac{CH}{\tan 60^\circ} = \frac{a}{2}$ .

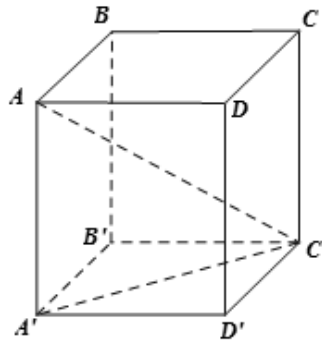
Vậy  $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ .

**Câu 33:** [Mức độ 2] Tính thể tích  $V$  của khối lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ , biết  $AC' = a\sqrt{2}$ .

- A.  $V = a^3$       B.  $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$       C.  $V = \frac{3\sqrt{2}a^3}{8}$       D.  $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$

Lời giải

FB tác giả: Thế Nguyễn



Giả sử khối lập phương có cạnh bằng  $x; (x > 0)$

Khi đó  $AC' = x\sqrt{3} = a\sqrt{2} \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

Vậy thể tích của khối lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  là  $V = x^3 = \frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$ .

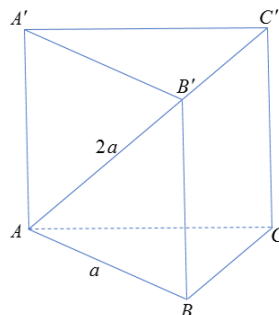
**Câu 34:** [Mức độ 2] Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$  và  $AB' = 2a$ .

Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$       B.  $\frac{3a^3}{4}$       C.  $\frac{3a^3}{2}$       D.  $\frac{a^3}{4}$

Lời giải

FB tác giả: Thế Nguyễn



Tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$  nên  $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Do khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là lăng trụ đứng nên đường cao của lăng trụ là

$$AA' = \sqrt{AB'^2 - A'B'^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$$

$$V = AA' \cdot S_{D.ABC} = a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{4}.$$

Thể tích khối lăng trụ là

**Câu 35:** [Mức độ 2] Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có thể tích bằng  $V$ . Thể tích khối chóp  $A'B'BC$  bằng

A.  $\frac{2}{3}V$ .

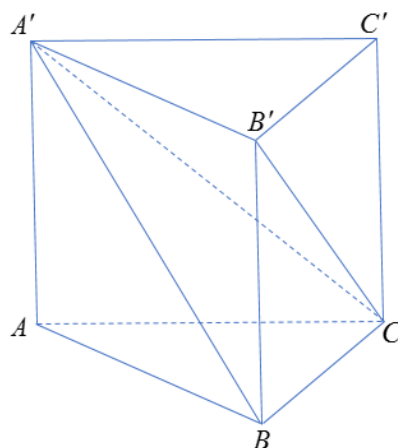
**B.  $\frac{1}{3}V$ .**

C.  $\frac{1}{2}V$ .

D.  $\frac{3}{4}V$ .

**Lời giải**

**FB tác giả: Thế Nguyễn**



Ta có  $V_{ABC.A'B'C'} = V_{A'.ABC} + V_{C'.A'B'C'} + V_{A'B'BC}$ .

Mà khối chóp  $A'.ABC$  và khối chóp  $C'.A'B'C'$  có cùng diện tích đáy và cùng chiều cao với khối

lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  nên  $V_{A'.ABC} = V_{C'.A'B'C'} = \frac{1}{3}V$ .

Do đó  $V_{A'B'BC} = V - \frac{2}{3}V = \frac{1}{3}V$ .

**Câu 36:** [Mức độ 3] Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m \in (-10; 10)$  để hàm số

$$y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(2m+3)x^2 + (m^2+3m)x + 1$$

nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$ ?

A. 0.

B. 1.

**C. 2.**

D. 3.

**Lời giải**

**FB tác giả: Thy Nguyen Vo Diem**

Ta có  $y' = x^2 - (2m+3)x + (m^2+3m)$ .

$$\text{Xét } y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - (2m+3)x + (m^2+3m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m+3 \end{cases}, \forall m.$$

Hàm số luôn nghịch biến trong khoảng  $(m; m+3)$ ,  $\forall m$ .

Để hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$  thì  $(-1; 1) \subset (m; m+3)$ .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ -1 < 1 \\ 1 \leq m+3 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m \leq -1.$$

Nghĩa là  $m \leq -1 < 1 \leq m+3$ .

Mà  $m \in (-10; 10)$  và  $m \in \mathbb{Z}$  nên  $m \in \{-2; -1\}$ .

Vậy có 2 giá trị nguyên của  $m$  thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 37:** [Mức độ 3] Tìm số các giá trị nguyên của tham số  $m \in [0; 2023]$  để hàm số  $y = (2m - 1)x + (1 - m)\sin x$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$

A. 2023

**B. 1**

C. 2022

D. 2024

Lời giải

Fb tác giả : Phạm Bình

Ta có  $y' = 2m - 1 + (1 - m)\cos x$

Để hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$  thì  $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

\* TH1:  $m = 1 \Rightarrow y' = 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ . Do đó hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$  (loại).

\* TH2:  $m < 1$

Khi đó  $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \cos x \leq \frac{1 - 2m}{1 - m}, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \frac{1 - 2m}{1 - m} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{-m}{1 - m} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \leq 0 \end{cases} \Rightarrow m \leq 0$

Kết hợp với điều kiện  $m \in [0; 2023]$  ta được  $m = 0$ .

\* TH3:  $m > 1$

Khi đó  $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \cos x \geq \frac{1 - 2m}{1 - m}, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \frac{1 - 2m}{1 - m} \leq -1 \Leftrightarrow \frac{2 - 3m}{1 - m} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2}{3} \leq m < 1$

Suy ra không có giá trị nguyên thỏa mãn.

Vậy có 1 giá trị  $m$  thỏa mãn điều kiện đề bài.

**Câu 38:** [Mức độ 3] Cho hàm số  $y = x^4 + mx^3 + (m - 1)x^2 - (5m + 2)x + 1$ , với  $m$  là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị?

A. 5

B. 6

**C. 7**

D. 8

Lời giải

FB tác giả: Dương Huy Chương

Ta có:  $y' = 4x^3 + 3mx^2 + 2(m - 1)x - 5m - 2 = (x - 1)(4x^2 + (3m + 4)x + 5m + 2)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ g(x) = 4x^2 + (3m + 4)x + 5m + 2 = 0 \end{cases}$$

YCBT  $\Leftrightarrow y' = 0$  có một nghiệm bội lẻ duy nhất.

TH1:  $g(1) = 0 \Leftrightarrow 8m + 10 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{5}{4} \notin \mathbb{Z}$  (loại).

TH2:  $g(1) \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -\frac{5}{4}$

YCBT  $\Leftrightarrow$  phương trình  $g(x) = 0$  vô nghiệm hoặc có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta = (3m + 4)^2 - 16(5m + 2) \leq 0 \Leftrightarrow 9m^2 - 56m - 16 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{28 - 4\sqrt{58}}{9} \leq m \leq \frac{28 + 4\sqrt{58}}{9}$$

Do  $m \in \mathbb{Z}$  nên  $m \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

Vậy có 7 giá trị  $m$  nguyên thỏa YCBT.

**Câu 39:** [Mức độ 3] Cho hàm số  $y = \frac{x - 2m^2}{x + 2}$  với  $m$  là tham số thực. Giả sử  $m_0$  là giá trị dương của tham số  $m$  để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn  $[0; 3]$  bằng -3. Giá trị  $m_0$  thuộc khoảng nào trong các khoảng cho dưới đây?

A.  $(2; 3)$

**B.**  $(1; 2)$

C.  $(4; 6)$

D.  $(0; 1)$

Lời giải

FB: Khánh Quang Lê

+ TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

$$y' = \frac{2 + 2m^2}{(x + 2)^2} > 0, \forall x \in D$$

Vậy hàm số  $y = \frac{x - 2m^2}{x + 2}$  đồng biến trên  $[0; 3]$ .

$$\text{Đ} \min_{[0; 3]} y = y(0) = \frac{-2m^2}{2} = -m^2$$

$$\text{Đ} \min_{[0; 3]} y = -3 \Leftrightarrow -m^2 = -3 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{3}.$$

$$\text{Đ} m_0 = \sqrt{3} \in (1; 2). \text{ Vậy chọn } \mathbf{B}.$$

**Câu 40:** [Mức độ 3] Với giá trị nào của  $m$  thì đồ thị hàm số  $y = \frac{x + 1}{x^2 + 3x + m}$  có đúng hai đường tiệm cận đứng?

A.  $m \neq 2$

B.  $m < \frac{9}{4}$

C.  $m \in \left(-\infty; \frac{9}{4}\right] \setminus \{2\}$

**D.**  $m \in \left(-\infty; \frac{9}{4}\right) \setminus \{2\}$

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Việt

Đồ thị hàm số  $y = \frac{x + 1}{x^2 + 3x + m}$  có đúng hai đường tiệm cận đứng khi phương trình  $x^2 + 3x + m = 0$  có hai nghiệm phân biệt khác -1.

$$\begin{cases} 3^2 - 4m > 0 \\ 1 - 3 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{9}{4} \\ m \neq 2 \end{cases}$$

Tức là:

$$\text{Vậy } m \in \left(-\infty; \frac{9}{4}\right) \setminus \{2\}.$$

**Câu 41:** [Mức độ 3] Cho hàm số  $f(x) = \frac{ax + 7}{bx + c}$  ( $a, b, c \in \mathbb{Z}$ ) có bảng biến thiên như sau:

|         |                     |      |                     |
|---------|---------------------|------|---------------------|
| $x$     | $-\infty$           | $-2$ | $+\infty$           |
| $f'(x)$ | -                   |      | -                   |
| $f(x)$  | 3<br>↘<br>$-\infty$ |      | $+\infty$<br>↘<br>3 |

Giá trị của biểu thức  $T = a + 2b - c$  là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

FB tác giả: Trang Anh

Từ bảng biến thiên và hàm số  $f(x)$  ta có:

Đồ thị hàm số có TCD:  $x = -\frac{c}{b} = -2 \Leftrightarrow c = 2b$

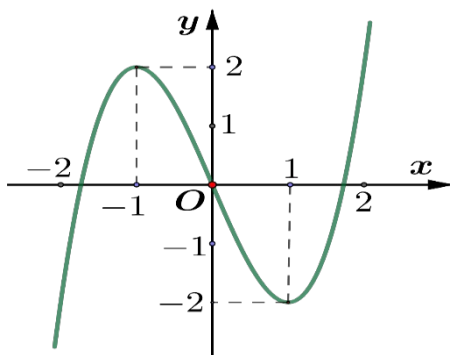
Đồ thị hàm số có TCN:  $y = \frac{a}{b} = 3 \Leftrightarrow a = 3b$

Từ bảng biến thiên ta có:  $f'(x) < 0 \Rightarrow ac - 7b < 0 \Leftrightarrow 6b^2 - 7b < 0 \Leftrightarrow 0 < b < \frac{7}{6}$ .

Do  $b \in \mathbb{Z} \Rightarrow b = 1$ . Khi đó ta suy ra được:  $a = 3$  và  $c = 2$ .

Vậy giá trị của biểu thức  $T = a + 2b - c = 3 + 2 \cdot 1 - 2 = 3$ .

**Câu 42:** [Mức độ 3] Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị như hình vẽ



Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $3f(x) - m - 1 = 0$  có ba nghiệm thực phân biệt trong đó có đúng một nghiệm dương.

A. 5.

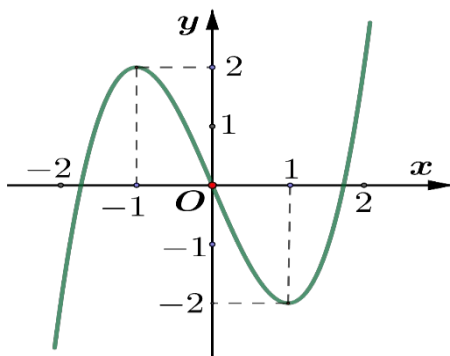
B. 9.

C. 6.

D. 10.

Lời giải

FB tác giả: Nguyệt VT



Ta có:  $3f(x) - m - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{m+1}{3}$  (1)

Số nghiệm phương trình (1) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và đường thẳng  $y = \frac{m+1}{3}$ .

Để phương trình  $3f(x) - m - 1 = 0$  có ba nghiệm thực phân biệt trong đó có đúng một nghiệm dương thì:

$$0 \leq \frac{m+1}{3} < 2 \Leftrightarrow -1 \leq m < 5$$

Vì  $m \in \mathbb{Z}$  nên  $m \in \{-1; 0; 1; 2; 3; 4\}$

Tổng tất cả các giá trị cần tìm là:  $9$ .

**Câu 43:** [Mức độ 3] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = 6a, BC = 4a$ , tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc tạo bởi đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $45^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$

**A.**  $40a^3$

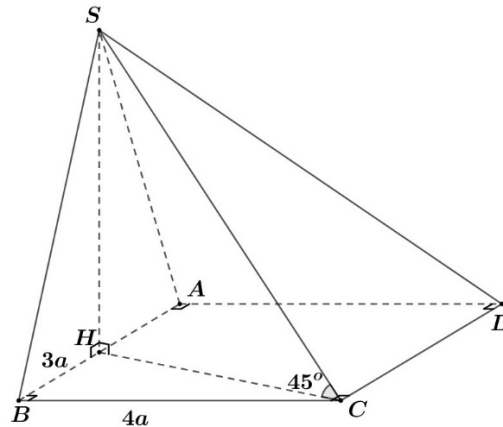
**B.**  $50a^3$

**C.**  $60a^3$

**D.**  $70a^3$

**Lời giải**

**FB tác giả: Chí Nguyễn**



Kẻ  $SH \perp AB$  tại  $H$

$\Rightarrow SH \perp (ABCD)$

$\Rightarrow HC$  là hình chiếu của  $SC$  lên  $(ABCD)$

$\Rightarrow$  Góc tạo bởi  $SC$  và  $(ABCD)$  bằng  $\angle SCH$ , với  $\angle SCH = 45^\circ$ .

$\Rightarrow \triangle SHC$  là tam giác vuông cân tại  $H$

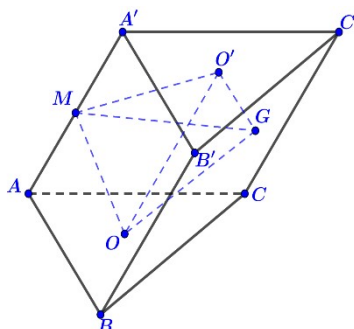
$\Rightarrow HC = SH$

$\triangle BHC$  vuông tại  $B \Rightarrow HC = \sqrt{HB^2 + BC^2} = 5a$

$\Rightarrow SH = HC = 5a$

Vậy  $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot 6a \cdot 4a \cdot 5a = 40a^3$

**Câu 44:** [Mức độ 3] Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh bằng  $a$  và hình chiếu của  $A'$  trên  $(ABC)$  là tâm  $O$  của tam giác  $ABC$ . Gọi  $O'$  là tâm của tam giác  $A'B'C'$ ,  $M$  là trung điểm  $AA'$  và  $G$  là trọng tâm tam giác  $B'C'C$ . Biết  $V_{O'OMG} = a^3$ , tính thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .



A.  $V = 18a^3$ .

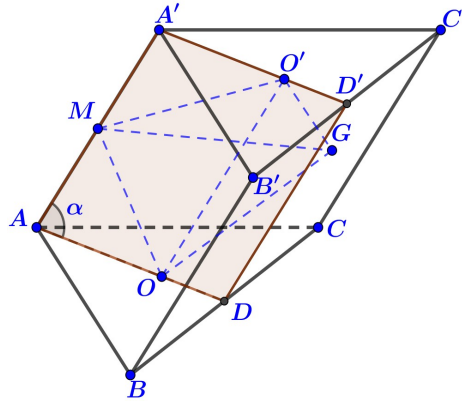
B.  $V = 27a^3$  |

C.  $V = \frac{27a^3}{4}$ .

D.  $V = \frac{27a^3}{2}$ .

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Ngọc Nam



Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng  $(AOO'A')$  và  $(\alpha)$  cắt  $BC, B'C'$  lần lượt tại  $D, D'$ . Khi đó  $D, D'$  lần lượt

là trung điểm của  $BC, B'C'$  và ta có  $a^3 = V_{O'OMG} = V_{GMOO'} = \frac{1}{3} \cdot d(G; (\alpha)) \cdot S_{\Delta MOO'}$ .

Do  $CG \cap (\alpha) = D'$  nên  $\frac{d(G; (\alpha))}{d(C; (\alpha))} = \frac{GD'}{CD'} = \frac{1}{3}$  (do  $G$  là trọng tâm tam giác  $B'C'C$ )  
 $\Rightarrow d(G; (\alpha)) = \frac{1}{3} d(C; (\alpha))$

Lại có  $S_{\Delta MOO'} = \frac{1}{2} \cdot OO' \cdot d(M; OO') = \frac{1}{2} \cdot DD' \cdot \frac{2}{3} d(M; DD') = \frac{1}{3} \cdot DD' \cdot d(M; DD') = \frac{1}{3} S_{\Delta DD'A'}$

Suy ra  $V_{O'OMG} = \frac{1}{3} \cdot d(G; (\alpha)) \cdot S_{\Delta MOO'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} d(C; (\alpha)) \cdot \frac{1}{3} S_{\Delta DD'A'} = \frac{1}{9} \cdot V_{C, \Delta DD'A'} = \frac{1}{9} \cdot \frac{2}{3} V_{\Delta DC, \Delta D'C'}$   
 $= \frac{1}{9} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} V_{ABC, \Delta B'C'} = \frac{1}{27} V_{ABC, \Delta B'C'}$ . Vậy  $V_{ABC, \Delta B'C'} = 27 V_{O'OMG} = 27a^3$ .

**Câu 45:** [ Mức độ 3] Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $K, M, N$  lần lượt là

trọng tâm của tam giác  $SAB, SCD$  và trung điểm  $CD$ . Tính tỉ số thể tích  $\frac{V_{A, KMN}}{V_{S, ABCD}}$

A.  $\frac{1}{36}$ .

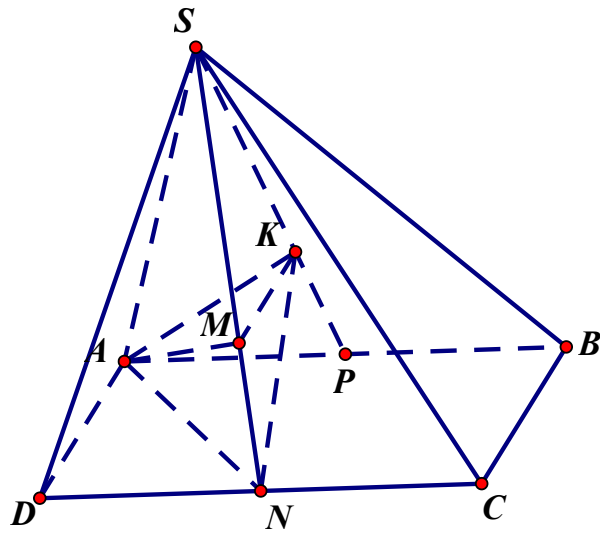
B.  $\frac{1}{9}$ .

C.  $\frac{2}{9}$ .

D.  $\frac{1}{18}$  |

Lời giải

FB tác giả: Thầy Hải Toán



Gọi  $P$  là trung điểm của  $AB$ . Khi đó ta có  $d(A; (KMN)) = d(A; (SNP))$  (1)

Mặt khác diện tích  $S_{\Delta KMN} = \frac{1}{3} S_{\Delta KNS} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot S_{\Delta SNP} = \frac{2}{9} \cdot S_{\Delta SNP}$  (2)

Từ (1), (2) suy ra  $V_{A.KMN} = \frac{2}{9} V_{A.SNP}$

Lại có  $V_{A.SNP} = \frac{1}{4} V_{S.ABCD} \Rightarrow V_{A.KMN} = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{4} V_{S.ABCD} = \frac{1}{18} V_{S.ABCD} \Rightarrow \frac{V_{A.KMN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{18}$

**Câu 46:** [Mức độ 4] Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  là  $f'(x) = (x-2)(x+3)$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số  $m$  thuộc đoạn  $[-20; 10]$  để hàm số  $y = f(x^2 + 5x - m)$  đồng biến trên khoảng  $(0; 1)$ ?

A. 21.

B. 22.

**C.** 19.

D. 20.

Lời giải

FB tác giả: Châu Minh

$$y \text{ cbt} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (0; 1)$$

$$\Leftrightarrow (2x+5) \cdot f'(x^2 + 5x - m) \geq 0, \forall x \in (0; 1)$$

Mà  $(2x+5) > 0, \forall x \in (0; 1)$

Nên  $f'(x^2 + 5x - m) \geq 0, \forall x \in (0; 1)$  (\*)

Xét  $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+3) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq 2 \end{cases}$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 5x - m \leq -3 & (1) \\ x^2 + 5x - m \geq 2 & (2) \end{cases}, \forall x \in (0; 1)$$

$$(1) \Leftrightarrow x^2 + 5x + 3 \leq m, \forall x \in (0; 1)$$

$$\Leftrightarrow 9 \leq m$$

$$(2) \Leftrightarrow x^2 + 5x - 2 \geq m, \forall x \in (0; 1)$$

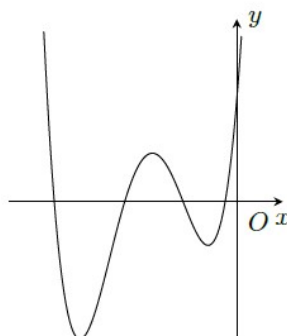
$$\Leftrightarrow m \leq -2$$

Do  $m \in [-20; 10]$  và  $m \in \mathbb{Z}$

Nên  $m \in \{-20; -19; \dots; -2\}$

Vậy có 19 giá trị  $m$  thỏa đề.

**Câu 47:** [Mức độ 4] Cho hàm số đa thức  $f(x)$  có đồ thị của đạo hàm  $f'(x)$  như hình vẽ. Biết rằng  $f(0) = 0$ .



Số điểm cực trị của hàm số  $g(x) = |f(x^6) - x^3|$  là

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 3.

Lời giải

Tác giả: Sơn Bùi

Xét  $h(x) = f(x^6) - x^3$

$$h'(x) = 6x^5 \cdot f'(x^6) - 3x^2 = 3x^2 [2x^3 \cdot f'(x^6) - 1]$$

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^3 \cdot f'(x^6) = 1 \end{cases}$$

Do đó

Xét hàm số  $p(x) = 2x^3 f'(x^6)$  có  $p'(x) = 6x^2 f'(x^6) + 12x^8 f''(x^6)$ .

Dựa vào đồ thị ta có  $f'(x) > 0, \forall x \geq 0$ , suy ra  $f'(x^6) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Mặt khác dựa vào đồ thị ta cũng có  $f''(x) > 0, \forall x \geq 0$ , suy ra  $f''(x^6) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Do đó  $p'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ . Suy ra  $p(x)$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

Mà  $p(0) = 0 < 1$  và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} p(x) = +\infty$  nên  $p(x) = 1$  có một nghiệm duy nhất  $x = x_0 > 0$ .

Ta thấy  $h(0) = 0$  do  $f(0) = 0$  nên bảng biến thiên của  $y = h(x)$  như sau

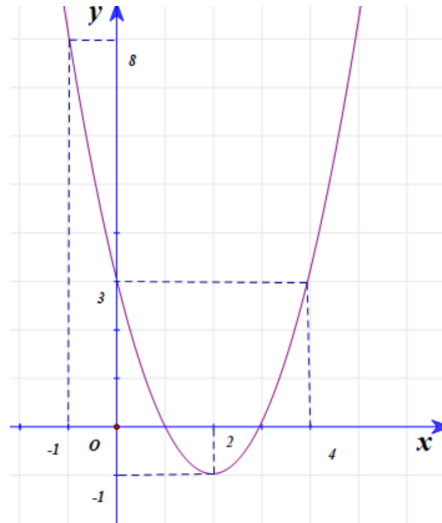
| $x$     | $-\infty$ | 0 | $x_0$    | $+\infty$ |
|---------|-----------|---|----------|-----------|
| $h'(x)$ |           | - | 0        | +         |
| $h(x)$  | $+\infty$ | 0 | $h(x_0)$ | $+\infty$ |

Từ đó suy ra bảng biến thiên của  $g(x) = |f(x^6) - x^3|$

| $x$    | $-\infty$ | 0 | $x_0$     | $x_1$ | $+\infty$ |
|--------|-----------|---|-----------|-------|-----------|
| $G(x)$ | $+\infty$ | 0 | $-h(x_0)$ | 0     | $+\infty$ |

Vậy  $g(x) = |f(x^6) - x^3|$  có 3 điểm cực trị.

**Câu 48:** [Mức độ 4] Cho hàm số  $f(x)$  là liên tục trên  $\mathbf{R}$  và có đồ thị như hình vẽ. Tổng tất cả các giá trị của tham số  $m$  để giá trị lớn nhất của  $g(x) = |f(x) + 2m|$  trên đoạn  $[-1; 4]$  bằng 5.



A.  $\frac{1}{2}$ .

B.  $-\frac{3}{2}$ .

**C.  $-\frac{7}{2}$**

D. -2.

**Lời giải**

*FB tác giả: Phương Thao Bui*

Từ đồ thị hàm số ta có  $-1 \leq f(x) \leq 8; \forall x \in [-1; 4]$ .

$$\Rightarrow -1 + 2m \leq f(x) + 2m \leq 8 + 2m; \forall x \in [-1; 4]$$

$$2m - 1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}$$

Trường hợp 1:

Khi đó  $0 \leq -1 + 2m \leq f(x) + 2m \Rightarrow |f(x) + 2m| = f(x) + 2m$

$$\Rightarrow 2m - 1 \leq |f(x) + 2m| \leq 2m + 8 \Rightarrow \max_{[-1; 4]} |f(x) + 2m| = 2m + 8$$

$$\Rightarrow 2m + 8 = 5 \Leftrightarrow m = -\frac{3}{2} \text{ (loại)}.$$

Trường hợp 2:  $2m + 8 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -4$

Khi đó  $f(x) + 2m \leq 2m + 8 \leq 0 \Rightarrow |f(x) + 2m| = -(f(x) + 2m)$

$$\Rightarrow -2m + 1 \geq |f(x) + 2m| \geq -2m - 8 \Rightarrow \max_{[-1; 4]} |f(x) + 2m| = -2m + 1$$

$$\Rightarrow -2m + 1 = 5 \Leftrightarrow m = -2 \text{ (loại)}.$$

$$2m - 1 < 0 < 2m + 8 \Leftrightarrow -4 < m < \frac{1}{2}$$

Trường hợp 3:

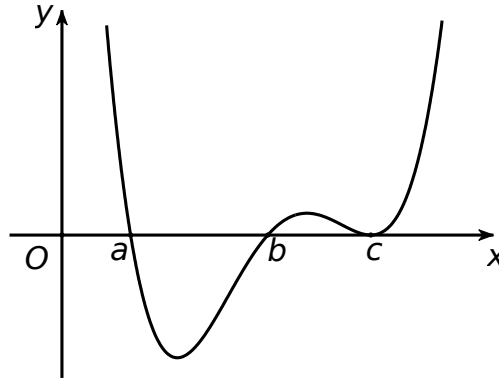
Khi đó  $\max_{[-1; 4]} |f(x) + 2m| = \max \{2m + 8; 1 - 2m\}$

Nếu  $2m + 8 \geq 1 - 2m \Leftrightarrow m \geq -\frac{7}{4}$  thì  $\max_{[-1; 4]} |f(x) + 2m| = 2m + 8 = 5 \Leftrightarrow m = -\frac{3}{2}$  (thỏa mãn).

Nếu  $2m + 8 < 1 - 2m \Leftrightarrow m < -\frac{7}{4}$  thì  $\max_{[-1; 4]} |f(x) + 2m| = 1 - 2m = 5 \Leftrightarrow m = -2$  (thỏa mãn).

Vậy có hai giá trị của  $m$  thỏa mãn đề bài là  $m = -2; m = -\frac{3}{2} \Rightarrow -2 + \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{7}{2}$ .

**Câu 49:** [Mức độ 4] Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ , hàm số  $y = f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , hàm số  $y = f'(x+2019)$  cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ  $a, b, c$  là các số nguyên và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi  $m_1$  là số giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = g(x) = f(x^2 - 2x + m)$  nghịch biến trên khoảng  $(1; 2)$ ;  $m_2$  là số giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = h(x) = f(x^2 - 4x + m)$  đồng biến trên khoảng  $(1; 2)$ . Khi đó,  $m_1 + m_2$  bằng

A.  $2b - 2a + 1$ .

B.  $2a - 2b - 2$ .

C.  $2b - 2a + 2$ .

**D.  $2b - 2a$**

**Lời giải**

**Fb: Nguyễn Đình Trung.**

Xét hàm số  $y = g(x) = f(x^2 - 2x + m)$

+) Đặt  $t = x^2 - 2x + m$ .

Ta có bảng biến thiên:

| $x$                | $-\infty$ | 1     | 2   | $+\infty$ |
|--------------------|-----------|-------|-----|-----------|
| $t = x^2 - 2x + m$ | $+\infty$ | $m-1$ | $m$ | $+\infty$ |

Với  $x \in (1; 2)$  thì  $t \in (m-1; m)$  và  $t = x^2 - 2x + m$  đồng biến trên khoảng  $(1; 2)$ .

Khi đó, hàm số  $y = g(x) = f(x^2 - 2x + m)$  nghịch biến trên khoảng  $(1; 2)$

$\Leftrightarrow$  hàm số  $y = f(t)$  nghịch biến trên khoảng  $(m-1; m)$

$\Leftrightarrow$  hàm số  $y = f(t+2019)$  nghịch biến trên khoảng  $(m-2020; m-2019)$

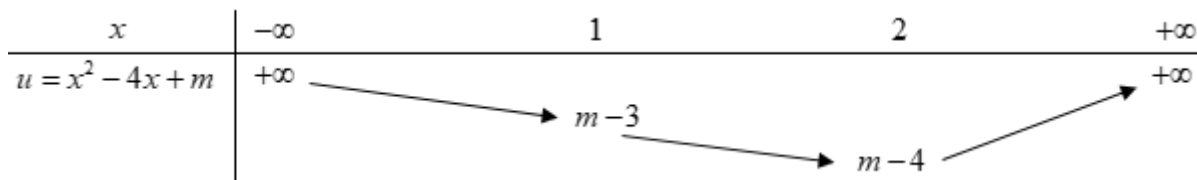
$\Leftrightarrow \begin{cases} m-2020 \geq a \\ m-2019 \leq b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq a+2020 \\ m \leq b+2019 \end{cases}$

Do đó  $m_1 = b - a$ .

Xét hàm số  $y = h(x) = f(x^2 - 4x + m)$ .

+) Đặt  $u = x^2 - 4x + m$ .

Ta có bảng biến thiên:



Với  $x \in (1; 2)$  thì  $u \in (m-4; m-3)$  và  $u = x^2 - 4x + m$  nghịch biến trên khoảng  $(1; 2)$ .

Khi đó hàm số  $y = h(x) = f(x^2 - 4x + m)$  đồng biến trên khoảng  $(1; 2)$

$\Leftrightarrow$  hàm số  $y = f(u)$  nghịch biến trên khoảng  $(m-4; m-3)$

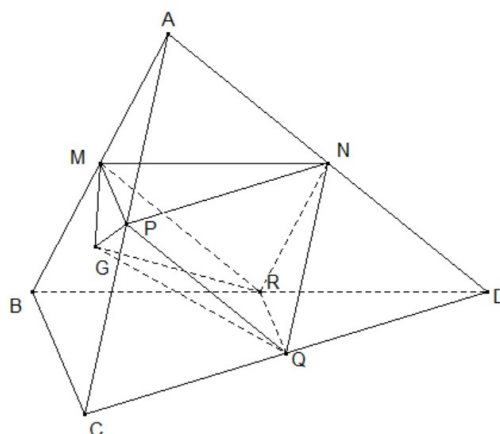
$\Leftrightarrow$  hàm số  $y = f(u + 2019)$  nghịch biến trên khoảng  $(m-2023; m-2022)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-2023 \geq a \\ m-2022 \leq b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq a+2023 \\ m \leq b+2022 \end{cases}$$

Do đó  $m_2 = b - a$

Vậy  $m_1 + m_2 = 2b - 2a$

**Câu 50:** [Mức độ 4] Cho tứ diện  $ABCD$  có thể tích là  $V$ . Gọi  $M, N, P, Q, R$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, AD, AC, DC, BD$  và  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  (như hình vẽ). Thể tích khối đa diện lồi  $MNPQRG$  theo  $V$  là



A.  $\frac{V}{2}$

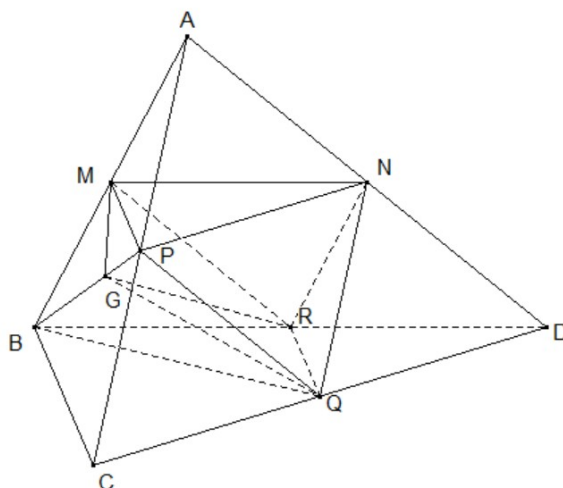
B.  $\frac{V}{3}$

C.  $\frac{2V}{5}$

D.  $\frac{V}{6}$

Lời giải

FB: Phạm Hữu Đảo



Ta có  $V_{MNPQRG} = V_{G.MPQR} + V_{N.MPQR}$

$$V_{G.MPQR} = \frac{1}{3}V_{B.MPQR} \quad (\text{do } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên } GP = \frac{1}{3}BP)$$

$$= \frac{2}{3}V_{B.PQR} = \frac{2}{3}V_{P.BQR} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}V_{A.BQR} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}V_{ABCD} = \frac{1}{12}V.$$

$$V_{N.MPQR} = 2V_{N.MPR} = 2V_{P.MNR} = 2 \cdot \frac{1}{2}V_{C.MNR} = \frac{1}{4}V_{C.ABD} = \frac{1}{4}V.$$

Vậy  $V_{MNPQRG} = V_{G.MPQR} + V_{N.MPQR} = \frac{1}{12}V + \frac{1}{4}V = \frac{1}{3}V$ .