**HH9 TIẾT 34 – ÔN TẬP CHƯƠNG II – HUY HUÂN**

**Bài 1:** Cho tam giác ABC cân tại A và nội tiếp đường tròn (O). Kẻ các đường cao AH, BK. Gọi D là giao điểm thứ hai của AH và đường tròn (O).

a) Chứng minh bốn điểm A, B, H, K cùng thuộc một đường tròn;

b) Chứng minh rằng 

c) Cho BC = 24cm, AC = 20cm. Tính đường cao AH và bán kính đường tròn (O).

**Bài 2:** Cho đường tròn (O) đường kính AB. Điểm M thuộc đường tròn. Vẽ điểm N đối xứng với A qua M, BN cắt đường tròn ở C. Gọi E là giao điểm của AC và BM.

a) Chứng minh Δ MAB là tam giác vuông.

b) Chứng minh NE ⊥ AB

c) Gọi F là điểm đối xứng với E qua M. Chứng minh rằng FA là tiếp tuyến của đường tròn (O).

**Bài 3:** Cho đường tròn (O), bán kính OA, dây BC vuông góc với OA tại trung điểm H của đoạn thẳng OA.

a) Chứng minh rằng tứ giác ABOC là hình thoi.

b) Gọi M là điểm đối xứng với O qua A. Chứng minh MB là tiếp tuyến của đường tròn (O).

c) Biết OA = cm. tính độ dài các cạnh của tam giác MBC.

**Bài 4:** Cho tam giác ABC nhọn. Đường tròn đường kính AB cắt các cạnh AC, BC lần lượt tại điểm D và E. Gọi H là giao điểm của AE và BD. Chứng minh rằng:

a) Bốn điểm C, D, H, E cùng thuộc một đường tròn.

b) .

c) 

**Bài 5:** Cho tam giác  nhọn có các đường cao và  cắt nhau tại  Gọi  là trung điểm của  Chứng minh rằng:

a) Bốn điểm  cùng thuộc một đường tròn.

b)  là tiếp tuyến của đường tròn có đường kính 

**Bài 6:** Cho nửa đường tròn tâm đường kính AB. Qua điểm C thuộc nửa đường tròn, kẻ tiếp tuyến d của nửa đường tròn. Gọi M và N lần lượt là hình chiếu của A và B trên d. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ C đến AB. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác ABNM là hình thang vuông.

b) AC là tia phân giác của .

c) 

**Bài 7:** Cho đường tròn (O, R) có đường kính AB và điểm M thuộc đường tròn (M khác A và B). Gọi Ax, By là các tia vuông góc với AB (Ax, By và M cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ AB). Qua điểm M, kẻ tiếp tuyến với đường tròn (O) cắt Ax, By theo thứ tự ở C và D.

a) Chứng minh: CD = AC + BD.

b) OC cắt AM tại H, OD cắt BM tại K. Chứng minh: tứ giác OHMK là hình chữ nhật.

c) Chứng minh: AC.BD = R2.

**Bài 8:** Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB = 2R. Gọi Ax, By là các tia vuông góc với đoạn AB tại A và B (Ax, By và nửa đường tròn thuộc cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AB). Qua điểm M thuộc nửa đường tròn tâm O ( M khác A và B), kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn, cắt tia Ax và By theo thứ tự tại C và D.

1. Chứng minh rằng 
2. Chứng minh rằng CD = AC + BD.
3. Gọi H là hình chiếu của M trên AB, điểm I là giao điểm của BC và MH. Chứng minh rằng IM = IH.

**Bài 9:** Cho một góc nhọn xBy.Từ một điểm A trên tia Bx (AB) Vẽ AH By (H By)

và vẽ AD vuông góc với tia phân giác của góc xBy tại D.

a) Chứng minh bốn điểm A,B,H,D cùng thưộc một đường tròn; xác định tâm O của đường tròn đó.

b) Chứng minh OD  AH

c) Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt tia BD, BH lần lượt tại E và F.Chứng minh :

**Bài 10:** Cho đường tròn  và điểm  nằm ngoài đường tròn. Từ  vẽ các tiếp tuyến  của , (là các tiếp điểm).

a) Chứng minh rằng bốn điểm  cùng thuộc một đường tròn;

b) Lấy điểm  trên đường tròn sao cho tia  nằm giữa hai tia  và  Qua  vẽ đường thẳng tiếp xúc với đường tròn  cắt  lần lượt tại  và  Chứng minh 

c) Qua  vẽ đường thẳng vuông góc với  cắt  lần lượt tại  và  Chứng minh rằng 

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

**Bài 1:** Cho tam giác ABC cân tại A và nội tiếp đường tròn (O). Kẻ các đường cao AH, BK. Gọi D là giao điểm thứ hai của AH và đường tròn (O).

a) Chứng minh bốn điểm A, B, H, K cùng thuộc một đường tròn;

b) Chứng minh rằng 

c) Cho BC = 24cm, AC = 20cm. Tính đường cao AH và bán kính đường tròn (O).

***Hướng dẫn giải***

****

a) Chứng minh bốn điểm A, B, H, K cùng thuộc một đường tròn đường kính AB.

b) Khẳng định AD là đường kính của đường tròn (O).

Tam giác ACD nội tiếp đường tròn (O).

  vuông tại C (định lý)

Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông ACD ta có:

 (điều phải chứng minh)

c) Tính được BH = HC =  (cm)

Áp dụng định lý Pitago trong tam giác vuông AHC

Tính được AH = 16 (cm)

Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông ACD

Tính được AD = 25 (cm)

Vậy AH = 16 (cm) và bán kính đường tròn (O) bằng 12,5 cm

**Bài 2:** Cho đường tròn (O) đường kính AB. Điểm M thuộc đường tròn. Vẽ điểm N đối xứng với A qua M, BN cắt đường tròn ở C. Gọi E là giao điểm của AC và BM.

a) Chứng minh Δ MAB là tam giác vuông.

b) Chứng minh NE ⊥ AB

c) Gọi F là điểm đối xứng với E qua M. Chứng minh rằng FA là tiếp tuyến của đường tròn (O).

***Hướng dẫn giải***



a) Có OM=OA=OB (Cùng là bán kính)=> MO = AB  => Tam giác MAB vuông tại M

b) Tương tự tam giác CAB vuông tại C

Theo chứng minh trên thì suy ra AC và BM là đường cao của tam giác NAB, chúng cắt nhau tại E. Suy ra NE cũng là đường cao nên NE

c) Khẳng định tứ giác AFNE là hình thoi. Suy ra AF // NE nênAF  AB

Suy ra AF là tiếp tuyến của đường tròn (O)

**Bài 3:** Cho đường tròn (O), bán kính OA, dây BC vuông góc với OA tại trung điểm H của đoạn thẳng OA.

a) Chứng minh rằng tứ giác ABOC là hình thoi.

b) Gọi M là điểm đối xứng với O qua A. Chứng minh MB là tiếp tuyến của đường tròn (O).

c) Biết OA = cm. tính độ dài các cạnh của tam giác MBC.

***Hướng dẫn giải***



a) Vì BC vuông góc với OA tại trung điểm H của đoạn thẳng OA nên

BC là đường trung trực của đoạn OA (gt)

Do đó: AB = OB; OC = AC (tính chất) (1)

Mà OB = OC (đều là bán kính của đường tròn (O)) (2)

Từ (1) và (2) suy ra: OB = OC = AC = AB

Xét tứ giác ABOC có OB = OC = AC = AB (cm trên) nên tứ giác ABOC là hình thoi (dấu hiệu nhận biết)

b) Vì M là điểm đối xứng với O qua A (gt) nên AO = AM (tính chất), mà AB = OA (cm trên).

Do đó AB = AM = AO

Xét tam giác MOB có AB = AM = AO => Tam giác MOB vuông tại B

=>  hay MB là tiếp tuyến của đường tròn (O)

c) Tương tự phần b) ta chứng minh được: MC cũng là tiếp tuyến của đường tròn (O).

Vì MB và MC là hai tiếp tuyến cắt nhau tại M nên MB = MC (tính chất)

Tam giác AOB có OA = OB = AB => Tam giác AOB đều => 

Trong tam giác MOB vuông tại B, ta có: => MC = MB = 3 (cm)

Vì  tại H (gt) nên theo định lí về đường kính vuông góc với dây, ta có: 

Trong tam giác OBH vuông tại H, ta có:  (cm) => BC = 2BH = 3 (cm)

Vậy tam giác MBC có MB = MC = BC = 3 (cm)

**Bài 4:** Cho tam giác ABC nhọn. Đường tròn đường kính AB cắt các cạnh AC, BC lần lượt tại điểm D và E. Gọi H là giao điểm của AE và BD. Chứng minh rằng:

a) Bốn điểm C, D, H, E cùng thuộc một đường tròn.

b) .

c) 

***Hướng dẫn giải***

:



a) Các tam giác ABD và ABE nội tiếp đường tròn đường kính AB nên các tam giác ABD và ABE là các tam giác vuông

Do đó: 

Khẳng định bốn điểm C, D, H, E cùng thuộc một đường tròn đường kính CH

b) Do các tam giác ABD và ABE là các tam giác vuông nên



Mà H là giao điểm của AE và BD nên H là trực tâm của tam giác ABC

Do đó: 

c) Giả sử:  tại K

Chứng minh được:    (g.g)

=>

Chứng minh tương tự:    (g.g)

=>

Từ (1) và (2) suy ra:



**Bài 5:** Cho tam giác  nhọn có các đường cao và  cắt nhau tại  Gọi  là trung điểm của  Chứng minh rằng:

a) Bốn điểm  cùng thuộc một đường tròn.

b)  là tiếp tuyến của đường tròn có đường kính 

***Hướng dẫn giải***



a) Chỉ ra 

Tam giác  vuông tại  nên ba điểm  cùng thuộc đường tròn đường kính 

Chứng minh tương tự ba điểm  cùng thuộc đường tròn đường kính 

Từ (1) và (2) suy ra bốn điểm  cùng thuộc một đường tròn đường kính (điều phải chứng minh)

b) Gọi  là trung điểm của  thì đường tròn đường kính  có tâm là I, bán kính 

HS chứng minh được 

Gọi  là giao điểm của  và  thì  tại 

Chứng tỏ được 

Chứng tỏ được 



Chỉ ra được  tại 

Từ đó lập luận được  là tiếp tuyến của đường tròn đường kính 

**Bài 6:** Cho nửa đường tròn tâm đường kính AB. Qua điểm C thuộc nửa đường tròn, kẻ tiếp tuyến d của nửa đường tròn. Gọi M và N lần lượt là hình chiếu của A và B trên d. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ C đến AB. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác ABNM là hình thang vuông.

b) AC là tia phân giác của .

c) 

***Hướng dẫn giải***



a) Vì M và N lần lượt là hình chiếu của A và B trên d (gt) nên



Xét tứ giác ABNM có: AM // BN ;  (do )

Do đó, tứ giác ABNM là hình thang vuông.

b) Xét có: OA = OC = R => Tam giác AOC cân tại O.

Tam giác AOC cân tại O nên  (1)

Do AM // OC (cùng vuông góc với d) nên  (2)

Từ (1) và (2) suy ra:  => AC là tia phân giác của góc BAM.

c)  (cạnh huyền – góc nhọn) => AM = AH (3)

Tương tự: BN = BH (4)

Tam giác ABC nội tiếp đường tròn đường kính AB nên tam giác ABC là tam giác vuông tại C.

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC, ta có: (5)

Từ (3), (4) và (5) suy ra: 

**Bài 7:** Cho đường tròn (O, R) có đường kính AB và điểm M thuộc đường tròn (M khác A và B). Gọi Ax, By là các tia vuông góc với AB (Ax, By và M cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ AB). Qua điểm M, kẻ tiếp tuyến với đường tròn (O) cắt Ax, By theo thứ tự ở C và D.

a) Chứng minh: CD = AC + BD.

b) OC cắt AM tại H, OD cắt BM tại K. Chứng minh: tứ giác OHMK là hình chữ nhật.

c) Chứng minh: AC.BD = R2.

***Hướng dẫn giải***



a) Ta có: AC = MC và BD = MD (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

=> AC + BD = MC + MD

=> AC + BD = CD

b) Ta có: OA = OM = R và CA = CM (chứng minh trên)

=> OC là đường trung trực của AM => OC ⊥ AM

Chứng minh tương tự ta có OD ⊥ MB

ΔAMB nội tiếp đường tròn (O) có đường kính là cạnh AB

=>ΔAMB vuông tại M

Tứ giác OHMK có: 

Vậy tứ giác OHMK là hình chữ nhật

c) ΔCOD vuông tại O (tứ giác OHMK là hình chữ nhật), có đường cao OM

=> OM2 = MC.MD

Mà MC = AC, MD = BD (chứng minh trên)

=> AC.BD = OM2 = R2

**Bài 8:** Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB = 2R. Gọi Ax, By là các tia vuông góc với đoạn AB tại A và B (Ax, By và nửa đường tròn thuộc cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AB). Qua điểm M thuộc nửa đường tròn tâm O ( M khác A và B), kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn, cắt tia Ax và By theo thứ tự tại C và D.

1. Chứng minh rằng 
2. Chứng minh rằng CD = AC + BD.
3. Gọi H là hình chiếu của M trên AB, điểm I là giao điểm của BC và MH. Chứng minh rằng IM = IH.

***Hướng dẫn giải***



Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có:

OC và OD là các tia phân giác của  và , mà  và  là hai góc kề bù. Do đó 

Vậy  (đpcm).

Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có:

CA = CM ; DB = DM

Mặt khác: CD = CM + MD ( vì M nằm giữa C và D )

Do đó: CD = AC + BD (đpcm)

Ta có: CA = CM (cm trên) => Điểm C thuộc đường trung trực của AM (1)

OA = OM = R => Điểm O thuộc đường trung trực của AM (2)

Từ (1) và (2) suy ra OC là đường trung trực của AM => , mà . Do đó OC // BM .

Gọi .

Vì OC // BM => OC // BN

Xét có: OC // BN, mà OA = OB = R => CA = CN. (3)

Áp dụng hệ quả định lý Ta-lét vào hai tam giác BAC và BCN, ta có:

 và 

Suy ra  hay  (4)

Từ (3) và (4) suy ra IH = IM

**Bài 9:** Cho một góc nhọn xBy.Từ một điểm A trên tia Bx (AB) Vẽ AH By (H By)

và vẽ AD vuông góc với tia phân giác của góc xBy tại D.

a) Chứng minh bốn điểm A,B,H,D cùng thưộc một đường tròn; xác định tâm O của đường tròn đó.

b) Chứng minh OD  AH

c) Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt tia BD, BH lần lượt tại E và F.Chứng minh :

***Hướng dẫn giải***

******

a) Chứng minh bốn điểmA,B,H,D cùng thuộc một đường tròn

+ AHB vuông tại H.

Nên AHB nội tiếp đường tròn đường kính AB

+ Tương tự ADB nội tiếp đường tròn đường kính AB

+ Suy ra bốn điểm A, B, H, D cùng thuộc đường tròn đường kính AB với tâm O là trung điểm của AB

b) Chứng minh + Ta có OB = OD ( bán kính)

OBD cân tại O

và BD là phân giác  nên 

+ Suy ra : OD//BH

+ Mà  ( giả thiết ) nên 

c) Chứng minh 

+ Lập luận để có ABC vuông tại A, đường cao AH  BH.BF = AB2

+ Tương tự : BH.BE = AB2. Suy ra : BH.BF = BH. BE

+ Biến đổi được:  và kết hợp với  là góc chung để kết luận: 

**Bài 10:** Cho đường tròn  và điểm  nằm ngoài đường tròn. Từ  vẽ các tiếp tuyến  của , (là các tiếp điểm).

a) Chứng minh rằng bốn điểm  cùng thuộc một đường tròn;

b) Lấy điểm  trên đường tròn sao cho tia  nằm giữa hai tia  và  Qua  vẽ đường thẳng tiếp xúc với đường tròn  cắt  lần lượt tại  và  Chứng minh 

c) Qua  vẽ đường thẳng vuông góc với  cắt  lần lượt tại  và  Chứng minh rằng 

***Hướng dẫn giải***

****

a)Chỉ ra 

Tam giác  vuông tại B nên ba điểm  cùng thuộc đường tròn đường kính 

Chứng minh tương tự ba điểm  cùng thuộc đường tròn đường kính 

Từ (1) và (2) suy ra bốn điểm  cùng thuộc một đường tròn đường kính (điều phải chứng minh)

b) Dùng tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau suy ra được 

Chứng minh được (điều phải chứng minh)

c) Chứng minh 



Ta có



Lại có 

Suy ra  Chứng minh tam giác  và tam giác  đồng dạng suy ra(điều phải