**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**

 **PHÚ THỌ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM HỌC 2023 – 2024**

 **MÔN: TOÁN**

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

*Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian phát đề*

 *Đề thi gồm 02 trang*

*Thí sinh làm bài (cả phần trắc nghiệm khách quan và tự luận) vào tờ giấy thi*

**PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (3,0 điểm)**

**Câu 1.** Cho $\sqrt{x}=6$, giá trị của $x$ bằng

 **A**. 3. **B**. 12. **C**. 36. **D**. 6.

**Câu 2.** Hàm số nào dưới đây làhàm số bậc nhất đồng biến trên $R$?

 **A**. $y=-2x+1.$ **B**. $y=5x+2.$ **C**. $y=-\frac{1}{3}x+2.$ **D**. $y=x^{2}.$

**Câu 3.** Hệ phương trình $\left\{\begin{array}{c}x+y=7 \\2x-y=11\end{array}\right.$ có nghiệm $(x;y)$ là

 **A**. $(6; 1).$ **B**. $-6;-1).$ **C**. $\left(1;6\right).$ **D**. $6;-1).$

**Câu 4.** Điểm $M$ thuộc đồ thị hàm số $y=3x^{2}$ và có hoành động bằng $2$. Tung độ của điểm $M$ bằng

 **A**. $12.$ **B**. $6.$ **C**. $\frac{4}{3}.$ **D**. $\frac{2}{3}.$

**Câu 5.** Cho phương trình $x^{2}-2x-5=0$ có hai nghiệm phân biệt $x\_{1}, x\_{2}$. Giá trị của $x\_{1}+x\_{2}$ bằng

 **A**. $5.$ **B**. $2.$ **C**. $-2.$ **D**. $-5.$

**Câu 6.** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $BC=10$ và $\sin(\hat{ABC}=)$ $\frac{3}{5}$ . Độ dài cạnh $AC $bằng

 **A**. $8.$ **B**. $\frac{50}{3}$ **A**. $8.$ **B**. $\frac{50}{3}.$ **C**. $\frac{25}{2}.$ **D**. $6.$

**Câu 7.** Giá trị của tham số $m$ để đồ thị của hàm số $y=2x+6$ và $y=3x+m+1$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung bằng

 **A**. $-10.$ **B**. $2.$ **C**. $3.$ **D**. $1.$

**Câu 8.** Có bao nhiêu giá tị của tham số $m$ để phương trình $x^{2}-2mx+4=0$ có nghiệm kép?

 **A**. $1.$ **B**. $2.$ **C**. $3.$ **D**. $0.$

**Câu 9.** Cho tam giác *ABC* vuông tại *A* có đường cao *AH*, biết *BC* = 16 và *HC* = 9. Độ dài cạnh AB bằng

 **A**. $16.$ **B**. $25.$ **C**. $20.$ **D**. $12.$

**Câu 10.** Từ một điểm *M* nằm ngoài đường tròn (*O; R*) và thỏa mãn $MO=2R$., kẻ hai tiếp tuyến *MA, MB* với đường tròn (*A, B* là hai tiếp điểm). Số đo góc $\hat{AMB}$ bằng

 **A**. $30^{0}.$ **B**. $45^{0}.$ **C**. $75^{0}.$ **D**. $60^{0}.$

**Câu 11.** Một số công nhân theo kế hoạch phải sản xuất 140 sản phẩm trong thời gian nhất định, mỗi ngày sản xuất số sản phẩm như nhau. Thực tế mỗi ngày tổ công nhân làm thêm được 8 sản phẩm so với kế hoạch nên hoàn thành kế hoạch sớm hơn 2 ngày. Số sản phẩm phải sản xuất mỗi ngày theo kế hoạch của tổ công nhân là

 **A**. $20.$ **B**. $14.$ **C**. $28.$ **D**. $10.$

**Câu 12.** Cho đường tròn (*O*, 4) và (*O’*, 3) cắt nhau tại hai điểm $A, B$. Gọi *AC, AD* lần lượt là các đường kính của (*O*) và (*O*’) sao cho *AC, AD* vuông góc với nhau như hình vẽ



Độ dài *BC* bằng

 **A**. $\frac{36}{5}.$ **B**. $\frac{16}{5}.$ **C**. $6.$ **D**. $\frac{32}{5}.$

**PHẦN II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)**

**Câu 1 (1,5 điểm).**

Cho hai biểu thức $A=$ $\frac{5\sqrt{a}+4}{\sqrt{a}-1}$ và $B=$ $\left(\frac{1}{\sqrt{a}}+\frac{1}{1-\sqrt{a}}\right).\frac{\sqrt{a}-a}{\sqrt{a}-a}$, với $a>0, a\ne 1, a\ne 4.$

1. Tính giá trị của biểu thức A khi $a=16.$
2. Rút gọn biểu thức $B.$
3. Tìm các giá trị nguyên của $a$ để $A.B<0.$

**Câu 2 (2,0 điểm).**

1. Cho parabol $\left(P\right):y=ax^{2}.$ Tìm giá trị của $a$ để $(P)$ đi qua điểm $M\left(1;2\right).$ Với $a$ tìm được, tìm tọa độ các giao điểm của $(P)$ và đường thẳng $\left(d\right):y=3x-1.$
2. Cho hệ phương trình $\left\{\begin{array}{c}3x+y=5m+15\\x+y=3m+9 \end{array}\right.$ có nghiệm $(x;y)$. Tìm giá trị của tham số $m$ để biểu thức $Q=xy-2x-1$ đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 3 (3,0 điểm).** Cho đường tròn (*O; R*) có hai đường kính *AB* và *CD* vuông góc với nhau. Lấy điểm $M$ trên cung nhỏ *AC* (*M* khác *A* và *C).* Gọi *P, Q* lần lượt là giao điểm của *AB* với *MC* và *MD*.

1. Chứng minh rằng tứ giác *OMPD* nội tiếp.
2. Gọi *I, J* lần lượt là giao điểm của *MB* với *CA* và *CD*. Chứng minh rằng $BJ.BM=2R^{2}.$
3. Chứng minh rằng tam giác *AQI* vuông cân.
4. Xác định vị trí điểm *M* để tam giác *MQJ* có diện tích lớn nhất.

 **Câu 4 (0,5 điểm).** Giải phương trình: $8x^{2}-13x+11=\frac{2}{x}+\left(1+\frac{3}{x}\right)\sqrt[3]{3x^{2}-2}.$

🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘**Hết**🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘

*Họ và tên thí sinh: Số báo danh:*

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ THI VÀO LỚP 10 NĂM HỌC 2023 – 2024**

**MÔN: TOÁN – PHÚ THỌ**

**THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN TUYENSINH247.COM**

**PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1.C** | **2.B** | **3.A** | **4.A** | **5.B** | **6.D** |
| **7.C** | **8.B** | **9.D** | **10.D** | **11.A** | **12.D** |

**PHẦN II. TỰ LUẬN**

**Câu 1 (1,5 điểm).**

**Cách giải:**

***Cho hai biểu thức*** $A=$$\frac{5\sqrt{a}+4}{\sqrt{a}-1}$ ***và*** $B=$$\left(\frac{1}{\sqrt{a}}+\frac{1}{1-\sqrt{a}}\right).\frac{\sqrt{a}-a}{\sqrt{a}-a}$***, với*** $a>0, a\ne 1, a\ne 4.$

***a) Tính giá trị của biểu thức A khi*** $a=16.$

Với a = 16 (thỏa mãn ĐKXĐ), thay vào biểu thức A ta được:

$$A=\frac{5\sqrt{16}+4}{\sqrt{16}-1}=\frac{5.4+4}{4-1}=\frac{24}{3}=8.$$

Vậy khi a = 16 thì $A=8.$

***b) Rút gọn biểu thức*** $B.$

Với $a>0, a\ne 1, a\ne 4 $ta có:

$$B=\left(\frac{1}{\sqrt{a}}+\frac{1}{1-\sqrt{a}}\right).\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}-2}$$

$$B=\frac{1-\sqrt{a}+\sqrt{a}}{\sqrt{a}(1-\sqrt{a})}.\frac{\sqrt{a}(1-\sqrt{a})}{\sqrt{a}-2}$$

$$B=\frac{1}{\sqrt{a}-2}$$

$$Vậy với a>0, a\ne 1, a\ne 4 thì B=\frac{1}{\sqrt{a}-2}$$

***c) Tìm các giá trị nguyên của*** $a$ ***để*** $A.B<0.$

Ta có $A.B=$ $\frac{5\sqrt{a}+4}{\sqrt{a}-1}. \frac{1}{1-\sqrt{a}}$ **=** $\frac{5\sqrt{a}+4}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}-2)}$

Vì $5\sqrt{a}+4>0 ∀a$ nên $A.B<0⇔\left(\sqrt{a}-1\right)\left(\sqrt{a}-2\right)<0$

TH1: $\left\{\begin{array}{c}\sqrt{a}-1<0\\\sqrt{a}-2>0\end{array}\right.⇔\left\{\begin{array}{c}\sqrt{a}<1\\\sqrt{a}>4\end{array}\right.⇔\left\{\begin{array}{c}a<1\\a>4\end{array}\right.$ (vô lí).

TH2: $\left\{\begin{array}{c}\sqrt{a}-1>0\\\sqrt{a}-2<0\end{array}⇔\left\{\begin{array}{c}\sqrt{a}>1\\\sqrt{a}<2\end{array}⇔\left\{\begin{array}{c}a>1\\a<4\end{array}⇒1<a<4.\right.\right.\right.$

Kết hợp với điều kiện $a>0, a\ne 1, a\ne 4$ ta có $1<a<4$.

Mà a là số nguyên nên $a\in \left\{2;3\right\}.$

Vậy có 2 giá trị nguyên của a để A.B < 0 là a = 2 hoặc a = 3.

**Câu 2 (2,0 điểm).**

**Cách giải:**

***a) Cho parabol*** $\left(P\right):y=ax^{2}.$ ***Tìm giá trị của*** $a$ ***để*** $(P)$ ***đi qua điểm*** $M\left(1;2\right).$ ***Với*** $a$ ***tìm được, tìm tọa độ các giao điểm của*** $(P)$ ***và đường thẳng*** $\left(d\right):y=3x-1.$

Vì (P) đi qua điểm M (1;2) nên thay x = 1, y = 2 ta có: $2=a.1^{2}⇔a=2.$

Vậy để (P) đi qua điểm M (1;2) thì a = 2

Với a = 2 $⇒\left(P\right):y=2x^{2}.$

Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình: $2x^{2}=3x-1⇔2x^{2}-3x+1=0.$

Ta có $a+b+c=2+\left(-3\right)+1=0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{c}x=1 \\x=\frac{c}{a}=\frac{1}{2}.\end{array}\right.$

Với $x=1⇒y=2.1^{2}=2⇒A(1;2)$

Với $x=\frac{1}{2}⇒y=2.\left(\frac{1}{2}\right)^{2}=\frac{1}{2}⇒B\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right).$

Vậy với a = 2 thì tọa độ giao điểm của (P) và (d) là $A(1;2)$ và $B\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right).$

***b) Cho hệ phương trình*** $\left\{\begin{array}{c}3x+y=5m+15\\x+y=3m+9 \end{array}\right.$ ***có nghiệm*** $(x;y)$***. Tìm giá trị của tham số*** $m$ ***để biểu thức*** $Q=xy-2x-1$ ***đạt giá trị nhỏ nhất.***

Ta có:

$$\left\{\begin{array}{c}3x+y=5m+15\\x+y=3m+9 \end{array}⇔\left\{\begin{array}{c}2x=2m+6 \\y=3m+9-x\end{array}⇔\left\{\begin{array}{c}x=m+3 \\y=3m+9-m-3\end{array}⇔\left\{\begin{array}{c}x=m+3\\y=2m+6\end{array}\right.\right.\right.\right.$$

Khi đó ta có:

$$Q=xy-2x-1=\left(m+3\right)\left(2m+6\right)-2\left(m+3\right)-1$$

$$⇒Q=2\left(m+3\right)^{2}-2\left(m+3\right)-1$$

$$⇒Q=2\left[\left(m+3\right)^{2}-2\left(m+3\right).\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right]-\frac{3}{2}$$

$$⇒Q=2\left[\left(m+3\right)-\frac{1}{2}\right]^{2}-\frac{3}{2}$$

Do $2\left[\left(m+3\right)-\frac{1}{2}\right]^{2}\geq 0 ∀m⇒2\left[\left(m+3\right)-\frac{1}{2}\right]^{2}-\frac{3}{2}\geq -\frac{3}{2}$

$$⇒Q\geq =\frac{3}{2}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của Q bằng $-\frac{3}{2},$ đạt được khi $m+3=0⇔m=-3.$

**Câu 3 (3,0 điểm).**

**Cách giải:**

***Cho đường tròn (O; R) có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Lấy điểm*** $M$ ***trên cung nhỏ AC (M khác A và C). Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của AB với MC và MD.***



***a) Chứng minh rằng tứ giác OMPD nội tiếp.***

Ta có $∠CMD=90^{0}$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $⇒∠PMD=90^{0}.$

Xét tứ giác OMPD có $∠PMD=∠POD=90^{0}$

Mà M, O là 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn PD dưới 2 góc bằng nhau nên OMPD nội tiếp (dhnb) (đpcm).

***b) Gọi I, J lần lượt là giao điểm của MB với CA và CD. Chứng minh rằng*** $BJ.BM=2R^{2}.$

Ta có $∠AMB=90^{0}$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Xét $∆BOJ$ và $∆BMA$ có:

$∠MBA$ chung

$$∠BOJ=∠BMA \left(=90^{0}\right)$$

$⇒∆BOJ∽⇒∆BMA$ (g.g) $⇒$ $\frac{BO}{BM}=\frac{BJ}{BA}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

$$⇒BJ.BM=BO.BA$$

Mà $BO.BA=R.2R=2R^{2}$ nên suy ra $BJ.BM=2R^{2}$ (đpcm)

***c) Chứng minh rằng tam giác AQI vuông cân.***

Do đường kính AC, AB vuông góc với nhau nên số đo các caung AC, BC, BD, AD cùng bằng 900

$⇒∠DMB=∠BAC=45^{0}$ (góc nội tiếp bằng nửa số đo cung bị chắn).

Xét tứ giác MIQA có $∠QMI=∠QAI(=45^{0})$

Mà M, A là 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn IQ dưới 2 góc bằng nhau nên MIQA nội tiếp (dhnb)

$$⇒∠AIQ=∠AMQ=\frac{1}{2} sd cung AD=\frac{1}{2}90^{0}=45^{0}$$

$⇒∆AIQ$ có $∠AIQ=IAQ=45^{0}$ nên tam giác AIQ vuông cân tại Q (ĐPCM).

***d) Xác định vị trí điểm M để tam giác MQJ có diện tích lớn nhất.***

Vì MIQA là tứ giác là tứ giác nội tiếp (cmt) nên $∠MAQ=∠QIJ$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện)

Mà $\left\{\begin{array}{c}QI⊥AQ (cmt)\\CO⊥AQ (gt)\end{array}⇒QI//CO\right. $(từ vuông góc đến song song).

$⇒∠QIJ=∠MJC$ (so le trong)

$$⇒∠MAQ=∠MJC.$$

Ta có: $\left\{\begin{array}{c}∠CMJ=\frac{1}{2}.90^{0}=45^{0} \\∠AMQ=∠AMD=\frac{1}{2}.90^{0}=45^{0}\end{array}⇒∠CMJ=∠AMQ.\right.$

Xét $∆AMQ$ và $∆JMC$ có:

$$∠MAQ=∠MJC \left(cmt\right)$$

$$∠AMQ=∠CMJ \left(cmt\right)$$

$$⇒∆AMQ∽∆JMC (g.g)$$

$$⇒\frac{MQ}{MC}=\frac{MA}{MJ}⇒MQ.MJ=MA.MC.$$

Ta có: $S\_{∆MQJ}=\frac{1}{2}MQ.MJ.\sin(∠BMD=\frac{1}{2}MA.MC.\sin(45^{0}))$

$⇒S\_{∆MQJ}$ max $⇔MA.MC$ max $⇒S\_{∆MAC}$ max

Kẻ $MH⊥AC (H\in AC)$ ta có $S\_{∆MAC}=\frac{1}{2}MH.AC$

Xét tam giác vuông OAC có: $AC^{2}=OA^{2}+OC^{2}=R^{2}+R^{2}=2R^{2}⇒AC=R\sqrt{2}$ (Định lí Pythagore).

$⇒AC$ không đổi

$⇒S\_{∆MAC}$ max $⇔MH\_{max}⇒M$ là điểm chính giữa của cung nhỏ AC.

Vậy để diện tích tam giác MQJ lớn nhất thì M là điểm chính giữa của cung nhỏ AC.

**Câu 4 (0,5 điểm).**

**Cách giải**

***Giải phương trình:*** $8x^{2}-13x+11=\frac{2}{x}+\left(1+\frac{3}{x}\right)\sqrt[3]{3x^{2}-2}.$

$$8x^{2}-13x+11=\frac{2}{x}+\left(1+\frac{3}{x}\right)\sqrt[3]{3x^{2}-2}$$

$$⇔8x^{3}-13x^{2}+11x-2=\left(x+3\right)\sqrt[3]{3x^{2}-2}$$

$$⇔8x^{3}-12x^{2}+6x-1-x^{2}+5x-1=\left(x+3\right)\sqrt[3]{2x^{2}-x+6x-3+x^{2}-5x+1}$$

$$⇔\left(2x-1\right)^{3}-\left(x^{2}-5x+1\right)=\left(x+3\right)\sqrt[3]{\left(2x-1\right)\left(x+3\right)+x^{2}-5x+1} (1)$$

Đặt $\left\{\begin{array}{c}u=2x-1 \\v=\sqrt[3]{\left(2x-1\right)\left(x+3\right)+x^{2}-5x+1}\end{array}\right.$

Khi đó ta có:

$$\left\{\begin{array}{c}u^{3}-\left(x^{2}-5x+1\right)=\left(x+3\right)v\\v^{3}=u\left(x+3\right)+x^{2}-5x+1 \end{array}⇔\left\{\begin{array}{c}u^{3}-\left(x^{2}-5x+1\right)=\left(x+3\right)v \left(3\right)\\v^{3}-\left(x^{2}-5x+1\right)=\left(x+3\right)u \left(4\right)\end{array}\right.\right.$$

Trừ 2 vế của (3) cho (4) ta được:

$$u^{3}-v^{3}=\left(x+3\right)\left(v-u\right)$$

$$⇔u^{3}-v^{3}+\left(u-v\right)\left(x+3\right)=0$$

$$⇔\left(u-v\right)\left(u^{2}+uv+v^{2}\right)+\left(u-v\right)\left(x+3\right)=0$$

$$⇔\left(u-v\right)\left(u^{2}+uv+v^{2}+x+3\right)=0 (\*)$$

Vì $u^{2}+uv+v^{2}+x+3=\left(v+\frac{u}{2}\right)^{2}+\frac{3u^{2}}{4}+x+3\geq \frac{3u^{2}}{4}+x+3$

$$= \frac{3}{4}\left(2x-1\right)^{2}+x+3=3x^{2}-3x+\frac{3}{4}+x+3=3x^{2}-2x+\frac{15}{4}=3\left(x-\frac{1}{3}\right)^{2}+\frac{41}{12}>∀x$$

Do đó (\*) $u=v$

$$⇒2x-1=\sqrt[3]{\left(2x-1\right)\left(x+3\right)+x^{2}-5x+1}$$

$$⇔2x-1=\sqrt[3]{3x^{2}-2}$$

$$⇔8x^{3}-12x^{2}+6x-1=3x^{2}-2$$

$$⇔8x^{3}-15x^{2}+6x+1=0$$

$$⇔8x^{3}-16x^{2}+8x+x^{2}-2x+1=0$$

$$⇔8x\left(x^{2}-2x+1\right)+x^{2}-2x+1=0$$

$$⇔\left(8x+1\right)\left(x^{2}-2x+1\right)=0$$

$$⇔\left(8x+1\right)\left(x-1\right)^{2}=0$$

$$⇔\left[\begin{array}{c}8x+1=0\\x-1=0\end{array}⇔\left[\begin{array}{c}8x=-1\\x-1=0\end{array}⇔\left[\begin{array}{c}x=-\frac{1}{8}\\x=1 \end{array}\right.\right.\right.$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là : $S=\left\{-\frac{1}{8};1\right\}$.

🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘**HẾT**🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘🞘Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

https://www.vnteach.com