

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HOÁ
TRƯỜNG THPT TĨNH GIA 5

SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

**PHÁT TRIỂN TƯ DUY HỌC SINH THÔNG QUA BÀI TOÁN
TỈ LỆ THỂ TÍCH LỚP 12**

Người thực hiện: Phạm Thị Thanh

Chức vụ: Giáo viên

SKKN thuộc lĩnh vực (môn): Toán

THANH HOÁ NĂM 2017

MỤC LỤC

	Trang
1. MỞ ĐẦU	
1.1. LÍ DO CHỌN ĐỀ TÀI	2
1.2. MỤC ĐÍCH NGHIÊN CỨU	2
1.3. ĐỐI TƯỢNG NGHIÊN CỨU	2
1.4. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU	2
2. NỘI DUNG	
2.1. Cơ sở lý luận	3
2.2. Thực trạng của đề tài	4
2.3. Lý thuyết cơ sở	4
2.4. Nội dung vấn đề	
2.4.1. Vấn đề được đặt ra	5
2.4.2. Sơ lược quá trình thực hiện sáng kiến kinh nghiệm	5
2.4.3. Các bước sáng tạo bài toán tính thể tích mới	
từ một số bài toán tỉ lệ thể tích cơ bản	6
a. Tỉ số thể tích trong các bài toán về khối chóp tam giác	7
b. Tỉ số thể tích trong các bài toán về khối chóp tứ giác	10
c. Dùng tỉ số thể tích để giải một số bài toán hình học	11
2.4.4. Bài tập tương tự	12
2.5. Hiệu quả của đề tài	13
3. KẾT LUẬN, KIẾN NGHỊ	14
Tài liệu tham khảo	15

1. MỞ ĐẦU

1.1. LÍ DO CHỌN ĐỀ TÀI

Trong những năm gần đây trong các kỳ thi Đại học – Cao đẳng, và kì thi THPT Quốc gia, dạng toán tính thể tích khối đa diện là một câu hỏi thường xuyên xuất hiện trong các đề thi.

Để tính thể tích khối đa diện ta thường áp dụng hai phương pháp: Phương pháp thứ nhất là tính trực tiếp thông qua việc tính diện tích đáy và chiều cao của khối đa diện. Việc tính thể tích khối đa diện bằng phương pháp trực tiếp đòi hỏi học sinh phải xác định được chiều cao của khối đa diện và tính chiều cao đó. Việc này làm cho một số học sinh gặp khá nhiều khó khăn do phải vận dụng các kiến thức về đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, hai mặt phẳng vuông góc đã học từ lớp 11. Khi việc xác định và tính chiều cao của khối đa diện gặp khó khăn hoặc khối đa diện cần tính không phải những khối đa diện có công thức tính thể tích đã học thì ta sử dụng phương pháp thứ hai.

Phương pháp thứ hai là phương pháp gián tiếp. Để tính thể tích khối đa diện bằng phương pháp gián tiếp thì học sinh chỉ cần nắm được một số kiến thức cơ bản về thể tích khối chóp, khối lăng trụ và tỷ số thể tích trong khối chóp tam giác. Lời giải bài toán tính thể tích bằng phương pháp gián tiếp thường ngắn gọn, dễ hiểu.

Chính vì những lý do nêu trên mà tôi đã chọn đề tài sáng kiến kinh nghiệm ***“Phát triển tư duy học sinh qua việc khai thác bài toán tỉ lệ thể tích khối chóp tam giác”***.

1.2. MỤC ĐÍCH NGHIÊN CỨU

- Góp phần đổi mới phương pháp dạy học môn toán nói chung và môn Hình học 12 nói riêng theo phương hướng tinh giản kiến thức, phát huy tính tích cực, chủ động và sáng tạo của học sinh, tăng cường ứng dụng thực tế, giúp học sinh có phương pháp học tốt thích ứng với xu hướng ra đề đổi mới hiện nay.

- Góp phần gây hứng thú học tập tính thể tích khối chóp cho học sinh, một trong các phần được coi là học búa, đòi hỏi tính tư duy cao và không những chỉ giúp giáo viên lên lớp tự tin, nhẹ nhàng, học sinh lĩnh hội được tri thức một cách đầy đủ, khoa học mà còn giúp các em củng cố và khắc sâu các kiến thức.

1.3. ĐỐI TƯỢNG NGHIÊN CỨU

Chương 1 – Hình học lớp 12: Khối đa diện và chủ yếu là một số dạng toán tính thể tích khối đa diện của khối chóp tam giác .

1.4. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

Để thực hiện đề tài này, tôi đã sử dụng các phương pháp sau:

a. *Nghiên cứu tài liệu :*

- Đọc các tài liệu sách, báo, tạp chí giáo dục có liên quan đến nội dung đề tài.
- Đọc SGK, sách giáo viên, các loại sách tham khảo.

b. Nghiên cứu thực tế :

- Dự giờ, trao đổi ý kiến với đồng nghiệp về nội dung tính thể tích khối đa diện .
- Tổng kết rút kinh nghiệm trong quá trình dạy học.
- Tổ chức và tiến hành thực nghiệm sư phạm (Soạn giáo án đã thông qua các tiết dạy) để kiểm tra tính khả thi của đề tài.

2. NỘI DUNG

2.1. Cơ sở lí luận

Trong nhiều năm dạy lớp 12, tôi nhận thấy học sinh gặp rất nhiều khó khăn khi học chủ đề thể tích khối đa diện, các em nghĩ mình không học được chủ đề này do khối kiến thức khó đòi hỏi nhiều tư duy, nên các em bỏ qua không quan tâm. Bản thân tôi qua nghiên cứu các bài tập trong sách giáo khoa, các đề thi trong những năm gần đây, và nhận thấy :

- Phần lớn học sinh chưa có phương pháp học phù hợp để học hình học không gian.
- Tài liệu tham khảo còn hạn chế, việc đầu tư thời gian vào bộ môn còn ít.
- Trong tiết học lí thuyết học sinh chủ yếu nắm được lí thuyết với một số dạng bài tập áp dụng đơn giản, chưa thể rèn luyện được kĩ năng giải toán một cách thành thạo. Khi về nhà các em không tự mình rút ra được một số vấn đề, một số dạng bài toán cơ bản cần rèn luyện .
- Các em còn thiếu ý thức trong học tập, chưa hiểu rõ được sự quan trọng của học tập, nên khi giáo viên yêu cầu học sinh về chuẩn bị bài, hay soạn bài theo nội dung giáo viên hướng dẫn có một số học sinh vẫn chưa tích cực làm theo, thậm chí có học sinh không làm hoặc làm dưới dạng đối phó.
- Khi học xong tiết lí thuyết học sinh không biết cách tự mình nắm chắc lí thuyết, rõ ràng sau đó hệ thống lại kiến thức mình học một ngắn gọn vào sổ tay cá nhân của mình .
- Học sinh không biết cách tự mình tham khảo sách giáo khoa một cách chọn lọc, học sinh quá lệ thuộc vào sách giáo khoa, chưa chú trọng những gì thầy cô giảng trên lớp .
- Đa số học sinh không được tiếp thu nhiều với các dạng toán trong quá trình học tiết lý thuyết (thời gian ít), khả năng tư duy nhìn chung còn thấp nên thấy lạ với nhiều bài toán.

- Học sinh ít chịu tư duy, lập luận không có tính logic, thiếu tính cần cù, kiên nhẫn và nhạy bén trong khi giải bài tập. Vì đa số học sinh thường có tâm lý sợ sệt, rất ngại khi gặp phải những dạng bài tập khó, phức tạp nên dần dần tạo thành một thói quen là học theo kiểu đối phó.

- Phần lớn học sinh không biết cách nhận dạng đề, không nắm bắt được phương pháp giải. Chưa biết cách vận dụng lý thuyết vào bài tập, chưa biết nhìn bài toán theo không gian và khả năng để vận dụng vào các bài toán tính thể tích khối đa diện nói chung và khối chóp tam giác nói riêng còn rất kém.

2.2. Thực trạng của đề tài

Qua một thời gian giảng dạy tại trường THPT Tĩnh gia 5 tiếp cận với học sinh, nắm được khả năng của học sinh qua việc đọc các tài liệu, sách báo, tìm hiểu đề trong các kì thi và kinh nghiệm của bản thân. Tôi đã nghiên cứu sâu vào vấn đề này để biên soạn và hệ thống kiến thức khối 12. Nhằm mục đích tạo điều kiện phù hợp với từng học sinh từ yếu đến trung bình, khá và giỏi.

Trong các giờ học về phần: **Thể tích khối đa diện**. Học sinh nắm chưa chắc, chưa hiểu rõ bản chất, khả năng suy luận logic, khả năng khái quát phân tích bài toán còn hạn chế, đặc biệt một trong những khó khăn của học sinh khi tính thể tích của khối chóp là hình dung đường cao của hình chóp. Không ít học sinh gặp khó khăn khi gặp bài toán tính thể tích của khối chóp do đó khi gặp những bài toán này các em thường bỏ qua thậm chí không cần đọc đề dù nó có đơn giản đến mấy. Vì vậy học sinh còn lúng túng, xa lạ, khó hiểu... Nên chưa kích thích được nhu cầu học tập của học sinh. Để các em tiếp thu bài một cách có hiệu quả tôi xin đưa ra một vài phương pháp rèn luyện tư duy phân tích bài toán thể tích cơ bản.

2.3. Lý thuyết cơ sở

Một số công thức có liên quan(1)

1. Hệ thức lượng trong tam giác

a) Cho ΔABC vuông tại A, có đường cao AH.

$$\bullet AB^2 + AC^2 = BC^2 \quad \bullet AB^2 = BC \cdot BH, AC^2 = BC \cdot CH \quad \bullet \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$$

$$\bullet AB = BC \cdot \sin \hat{C} = BC \cdot \cos \hat{B} = AC \cdot \tan \hat{C} = AC \cdot \cot \hat{B}$$

b) Cho ΔABC có độ dài ba cạnh là: a, b, c ; độ dài các trung tuyến là m_a, m_b, m_c ; bán kính đường tròn ngoại tiếp R ; bán kính đường tròn nội tiếp r ; nửa chu vi p .

• Định lý hàm số cosin:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A}; \quad b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cdot \cos \hat{B}; \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \hat{C}$$

• Định lí hàm số sin: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

• Công thức độ dài trung tuyến:

$$m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}; m_b^2 = \frac{c^2 + a^2}{2} - \frac{b^2}{4}; m_c^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4}$$

2. Các công thức tính diện tích

a) Tam giác:

• $S = \frac{1}{2} a.h_a = \frac{1}{2} b.h_b = \frac{1}{2} c.h_c$

• $S = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ca \sin B = \frac{1}{2} ab \sin C$

• $S = \frac{abc}{4R}$

• $S = pr$

• $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

• ΔABC vuông tại A: $2S = AB.AC = BC.AH$

• ΔABC đều, cạnh a : $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$

b) Hình vuông: $S = a^2$ (a : cạnh hình vuông)

c) Hình chữ nhật: $S = a.b$ (a, b : hai kích thước)

d) Hình bình hành: $S = \text{đáy} \times \text{cao} = AB.AD.\sin \angle BAD$

e) Hình thoi: $S = AB.AD.\sin \angle BAD = \frac{1}{2} AC.BD$

f) Hình thang: $S = \frac{1}{2} (a+b)h$ (a, b : hai đáy, h : chiều cao)

g) Tứ giác có hai đường chéo vuông góc: $S = \frac{1}{2} AC.BD$

3. Công thức tính thể tích khối đa diện

a) Thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3} Bh$, trong đó B là diện tích đáy, h là độ dài đường cao

b) Thể tích khối lăng trụ $V = Bh$, trong đó B là diện tích đáy, h là độ dài đường cao

2.4. Nội dung vấn đề:

2.4.1. Vấn đề được đặt ra:

Hiện nay cách dạy mới là làm sao phát huy được tính tích cực, chủ động và sáng tạo của học sinh trong học tập và rèn luyện. Để phát huy điều đó, chúng ta cần phải đưa ra được những phương pháp dạy học hợp lý nhằm tạo cho học sinh có hứng thú trong học tập, để đem lại kết quả trong học tập tốt hơn, và hiệu quả giảng dạy cao hơn.

2.4.2. Sơ lược quá trình thực hiện sáng kiến kinh nghiệm:

Để hoàn thành đề tài, tôi đã tiến hành các bước sau:

- Chọn đề tài
- Điều tra thực trạng

- Nghiên cứu đề tài
- Xây dựng đề cương và lập kế hoạch
- Tiến hành nghiên cứu
- Thống kê so sánh
- Viết đề tài.

2.4.3. Các bước sáng tạo bài toán tính thể tích mới từ một số bài toán tỉ lệ thể tích cơ bản:

Trước tiên ta bắt đầu từ bài toán tỉ lệ thể tích của sách giáo khoa hình học 12 :

- **Bài toán :** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ trên các cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy các điểm A', B', C' không trùng với S . Chứng minh rằng

$$\frac{V_{SA'B'C'}}{V_{SABC}} = \frac{SA' \cdot SB' \cdot SC'}{SA \cdot SB \cdot SC} \quad (2)$$

(Bài 4 trang 25 SGK Hình học 12)

Bài giải:

Gọi H, H' lần lượt là hình chiếu vuông góc của C, C' trên (SAB)

$\Rightarrow S, H, H'$ thẳng hàng và $CH \parallel C'H'$

Áp dụng định lý talet trong tam giác SCH

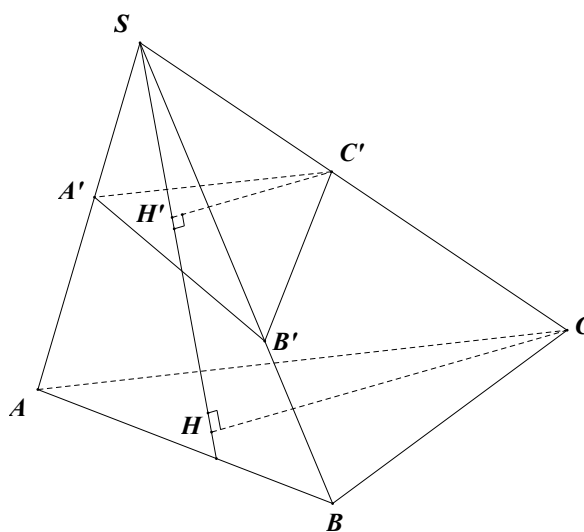
Ta có : $\frac{C'H'}{CH} = \frac{SC'}{SC}$

Mặt khác:

$$V_{SA'B'C'} = \frac{1}{3} C'H' \cdot S_{SA'B'} = \frac{1}{6} C'H' \cdot SA' \cdot SB' \cdot \sin \angle A'SB$$

$$V_{SABC} = \frac{1}{3} CH \cdot S_{SAB} = \frac{1}{6} CH \cdot SA \cdot SB \cdot \sin \angle ASB$$

$$\Rightarrow \frac{V_{SA'B'C'}}{V_{SABC}} = \frac{SA' \cdot SB' \cdot SC'}{SA \cdot SB \cdot SC}$$



Chú ý.

- Vận dụng linh hoạt phép phân chia và lắp ghép các khối đa diện. Lựa chọn phép phân chia hợp lí.
- Bài toán nói trên chỉ áp dụng cho hình tứ diện, hình chóp tam giác. Nên để áp dụng cho hình chóp tứ giác hoặc hình chóp khác thì ta phải dùng phép phân chia hình.
- Các kết quả:

+ Hai khối chóp có cùng diện tích đáy thì tỉ số thể tích của chúng bằng tỉ số hai đường cao.

+ Hai khối chóp có cùng độ dài đường cao thì tỉ số thể tích của chúng bằng tỉ số hai diện tích đáy.

+ Hai khối đa diện đồng dạng thì tỉ số thể tích của chúng bằng lập phương tỉ số đồng dạng.

+ Khối chóp và khối lăng trụ có diện tích đáy và chiều cao bằng nhau thì thể tích khối chóp bằng $\frac{1}{3}$ thể tích của khối lăng trụ.

Từ bài toán trên ta áp dụng giải các bài toán sau các bài toán sau:

Ví dụ minh họa

a. Tỉ số thể tích trong các bài toán về khối chóp tam giác

Chú ý: Khi áp dụng công thức tỉ số thể tích ở trên cần lưu ý cách sử dụng trong các trường hợp đặc biệt: A trùng với A' hoặc B trùng B' hoặc C trùng C'. Sau đây là ví dụ minh họa.

• Bài toán 1:

Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA = a, SB = b, SC = c$ và $\angle ASB = \angle ASC = \angle CSB = 60^\circ$.

Hãy tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a, b, c ?

Hướng dẫn phân tích lối giải:

Không mất tính tổng quát ta giả sử $a < b < c$. Trên các cạnh SB, SC lần lượt lấy các điểm B', C' sao cho $SA = SB' = SC' = a$. Ta được khối chóp $S.AB'C'$ là khối chóp tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a nên gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên $mp(AB'C')$ thì H là trọng tâm của tam giác $AB'C'$.

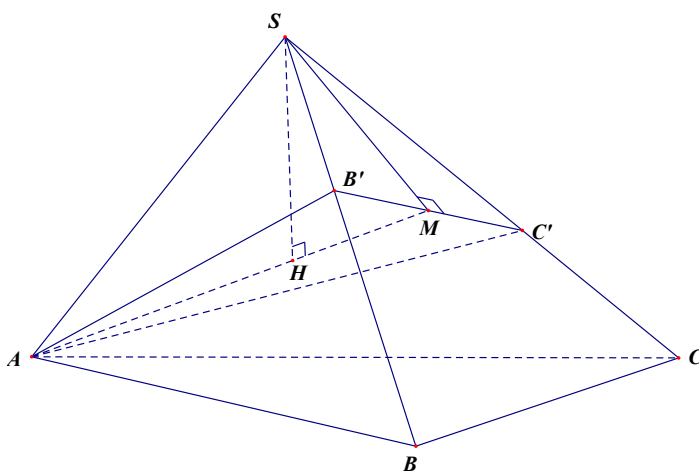
Gọi M là trung điểm của

$$B'C' \Rightarrow H \in AM, MB' = MC' = \frac{a}{2}$$

Áp dụng định lý Pitago cho tam giác vuông MAB' ta có:

$$AM = \sqrt{AB'^2 - B'M^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$



Do $SH \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp AH \Rightarrow$ tam giác SAH vuông tại H

Áp dụng định lý pi ta go cho tam giác vuông SAH ta có:

$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Mặt khác do tam giác ABC đều nên ta có:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH = \frac{a^3 \sqrt{2}}{4} \text{ (đvtt)}$$

Áp dụng bài toán cơ bản 2 ta có : $\frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SB' \cdot SC'}{SB \cdot SC} = \frac{a^2}{b \cdot c}$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{abc\sqrt{2}}{4} \text{ (đvtt)}$$

• **Bài toán 2:**

Cho hình chóp tam giác S.ABC có $SA = a, SB = b, SC = c$ và $\angle ASB = 60^\circ, \angle BSC = 60^\circ, \angle CSA = 90^\circ$. Hãy tính thể tích khối chóp S.ABC theo a, b, c ?

Hướng dẫn giải:

Không mất tính tổng quát ta giả sử $a < b < c$. Trên các cạnh SB, SC lần lượt lấy các điểm B', C' sao cho $SA = SB' = SC' = a$.

Do $\angle ASB = 60^\circ, \angle BSC = 60^\circ \Rightarrow AB' = B'C' = a$ (do các tam giác SAB', SB'C' là các tam giác đều)

Do $\angle CSA = 90^\circ$ nên áp dụng định lý pitago cho tam giác vuông SAC' ta được :

$$AC' = \sqrt{SA^2 + SC'^2} = a\sqrt{2}$$

Xét tam giác AB'C' có $AC'^2 = AB'^2 + B'C'^2 \Rightarrow AB'C'$ là tam giác vuông tại B'.

Gọi H là trung điểm của cạnh AC'

$$\Rightarrow B'H = AH = \frac{1}{2} AC' = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

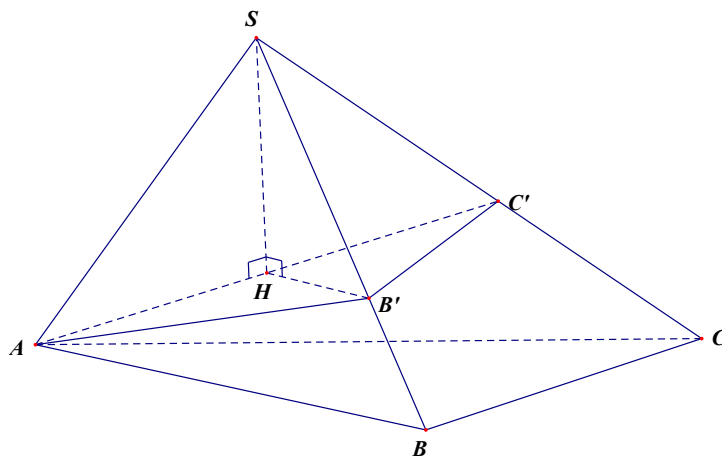
và do tam giác SAC' cân tại S

(vì $SA = SC'$) $\Rightarrow SH \perp AC'$ (1)

$\Rightarrow \triangle SHA$ vuông tại H.

Áp dụng định lý pitago cho tam giác SHA ta có :

$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$



Xét tam giác SHB' có $SH^2 + HB'^2 = \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2} = a^2 = SB'^2$

$\Rightarrow \triangle SHB'$ vuông tại H $\Rightarrow SH \perp HB'$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow SH \perp mp(AB'C')$

$$\Rightarrow V_{S.AB'C'} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\triangle AB'C'}$$

$$S_{\triangle AB'C'} = \frac{1}{2} B'C' \cdot B'A = \frac{1}{2} a^2 \text{ (vì } \triangle AB'C' \text{ vuông tại } B').$$

$$\Rightarrow V_{S.AB'C'} = \frac{1}{3} \frac{a}{\sqrt{2}} \frac{a^2}{2} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12} \text{ (đvtt)}$$

Áp dụng bài toán cơ bản 2 ta có:

$$\frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SB'.SC'}{SB.SC} = \frac{a^2}{b.c} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{abc\sqrt{2}}{12} \text{ (đvtt)}$$

• **Bài toán 3:** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA=a, SB=b, SC=c$ và $\angle ASB=60^\circ, \angle BSC=120^\circ, \angle CSA=90^\circ$. Hãy tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a, b, c ?

Hướng dẫn giải:

Không mất tính tổng quát ta giả sử $a < b < c$. Trên các cạnh SB, SC lần lượt lấy các điểm B', C' sao cho $SA=SB'=SC'=a$.

Do $\angle ASB=60^\circ, \Rightarrow AB'=a$

Do $\angle CSA=90^\circ$ nên áp dụng định lý Pitago cho tam giác vuông SAC' ta được :

$$AC' = \sqrt{SA^2 + SC'^2} = a\sqrt{2} \text{ Áp dụng định lý (vì } SB'=SC') \Rightarrow SH \perp B'C' \text{ (1)}$$

hàm số cosin trong tam giác $SB'C'$ ta được :

$$B'C'^2 = SB'^2 + SC'^2 - 2.SB'.SC'.\cos \angle BSC$$

$$B'C'^2 = a^2 + a^2 - 2.a.a.\cos 120^\circ$$

$$\Rightarrow B'C' = a\sqrt{3}$$

Xét tam giác $AB'C'$ có

$$AB'^2 + AC'^2 = a^2 + 2a^2 = 3a^2 = B'C'^2$$

$\Rightarrow AB'C'$ là tam giác vuông tại A .

Gọi H là trung điểm của cạnh

$$B'C' \Rightarrow AH = CH = \frac{1}{2} B'C' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

và do tam giác $SB'C'$ cân tại S

$\Rightarrow \triangle SHC'$ vuông tại H

Áp dụng định lý Pitago cho tam giác $SC'H$ ta có :

$$SH = \sqrt{SC'^2 - CH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{4}} = \frac{a}{2}$$

$$\text{Xét tam giác } SHA \text{ có } SH^2 + HA^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{3a^2}{4} = a^2 = SA^2$$

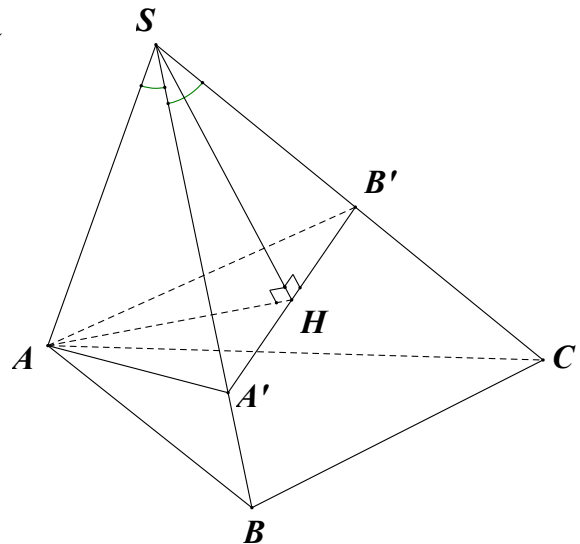
$\Rightarrow \triangle SHA$ vuông tại $H \Rightarrow SH \perp HA$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow SH \perp (AB'C')$

$$\Rightarrow V_{S.AB'C'} = \frac{1}{3} SH . S_{\triangle AB'C'}$$

$$S_{\triangle AB'C'} = \frac{1}{2} AC'.AB' = \frac{1}{2} a.a\sqrt{2} = \frac{1}{2} a^2 \sqrt{2} \text{ (vì } \triangle AB'C' \text{ vuông tại } A).$$

$$\Rightarrow V_{S.AB'C'} = \frac{1}{3} \frac{a}{2} \frac{a^2 \sqrt{2}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12} \text{ (đvtt)}$$



Áp dụng bài toán cơ bản 2 ta có: $\frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SB'.SC'}{SB.SC} = \frac{a^2}{b.c} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{abc\sqrt{2}}{12}$
(đvtt)

Do học sinh hay nhầm lẫn giữa tỷ lệ về thể tích khối chóp tam giác với khối chóp tứ giác nên trong quá trình giảng dạy ta phải lưu ý cho học sinh bài toán tỷ lệ này chỉ được áp dụng được với chóp tam giác vấn đề này sẽ được làm rõ trong nội dung sau:

b. Tỷ số thể tích trong các bài toán về khối chóp tứ giác

Chú ý: Công thức tỷ số thể tích chỉ đúng cho khối chóp tam giác và tứ diện. Không áp dụng tương tự được cho khối chóp tứ giác. Do đó, với khối chóp tứ giác ta phải phân chia thành các khối chóp tam giác rồi mới áp dụng công thức tỷ số thể tích.

Ví dụ 1.

Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Một mặt phẳng (α) qua A, B và trung điểm M của cạnh SC . Tính tỷ số thể tích của hai phần khối chóp bị phân chia bởi mặt phẳng đó.

Hướng dẫn : Do mặt phẳng (α) qua A, B và trung điểm M nên $mp(\alpha) \parallel CD \Rightarrow$ từ M kẻ đường thẳng song song với CD cắt SD tại N ta được $N \in mp(\alpha)$. Khi đó khối chóp được chia thành hai khối đa diện là $S.ABMN$ và $ABCDNM$.

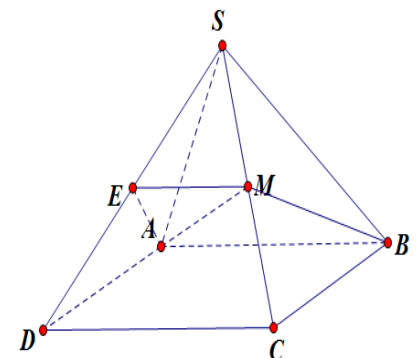
Chia khối chóp $S.ABMN$ thành hai khối chóp tam giác là $S.AMN$ và $S.ABN$

Áp dụng bài toán tỷ lệ thể tích cho khối chóp tam giác ta được :

$$\frac{V_{S.ABMN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{S.AMN} + V_{S.ABN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{3}{8} \Rightarrow V_{S.ABMN} = \frac{3}{8} V_{S.ABCD}$$

$$\Rightarrow V_{ABCDNM} = \frac{5}{8} V_{S.ABCD}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{S.ABMN}}{V_{ABCDNM}} = \frac{3}{5}$$



Từ cách làm này ta giúp học sinh có thể nhanh chóng tìm được đáp án của bài toán trắc nghiệm khi biết tỷ lệ các cạnh của hình chóp.

Bài tập trắc nghiệm minh họa (3)

Câu 1. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích là V . Gọi B', C' lần lượt là trung điểm của AB và AC . Thể tích của khối chóp $S.AB'C'$ sẽ là:

A. $\frac{1}{2}V$

B. $\frac{1}{3}V$

C. $\frac{1}{4}V$

D. $\frac{1}{6}V$

Câu 2. Cho khối chóp $S.ABC$, trên ba cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA' = \frac{1}{2}SA; SB' = \frac{1}{3}SB; SC' = \frac{1}{4}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\frac{V'}{V}$ là:

- A. 12 B. $\frac{1}{12}$ C. 24 D. $\frac{1}{24}$

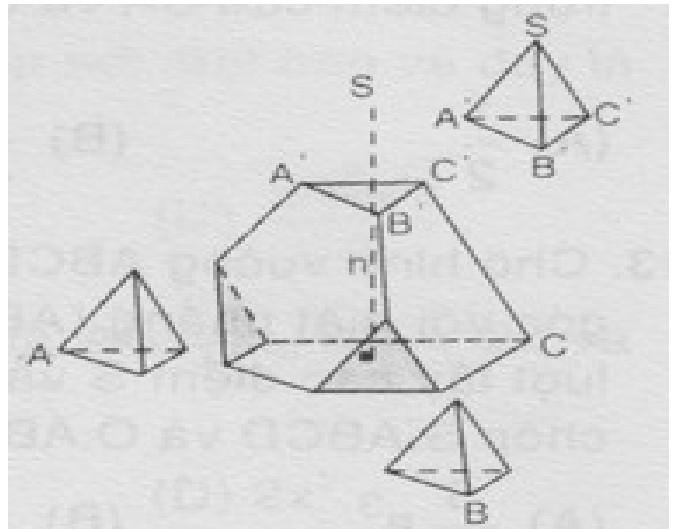
Câu 3. Xét hình chóp $S.ABCD$ với M, N, P, Q lần lượt là các điểm trên SA, SB, SC, SD sao cho $\frac{SM}{MA} = \frac{SN}{NB} = \frac{SP}{PC} = \frac{SQ}{QD} = \frac{1}{2}$. Tỉ số thể tích của khối tứ diện $SMNP$ với $SABC$ là:

- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{27}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{8}$

Câu 4: Khối chóp $S.ABCD$ có thể tích là V . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SC, SD . Thể tích của khối chóp $S.ABMN$ là:

- A. $\frac{1}{4}V$ B. $\frac{5}{8}V$ C. $\frac{3}{8}V$ D. $\frac{1}{8}V$

Câu 5. Cho một tứ diện đều có chiều cao h . Ở ba góc của tứ diện người ta cắt đi các tứ diện đều bằng nhau có chiều cao x để khối đa diện còn lại có thể tích bằng một nửa thể tích tứ diện đều ban đầu (hình bên dưới). Giá trị của x là bao nhiêu?



- A. $\frac{h}{\sqrt[3]{2}}$ B. $\frac{h}{\sqrt[3]{3}}$
C. $\frac{h}{\sqrt[3]{4}}$ D. $\frac{h}{\sqrt[3]{5}}$

Đáp án là những câu được gạch chân.

c. Dùng tỉ số thể tích để giải một số bài toán hình học

Ví dụ 1. (4)

Cho tứ diện $ABCD$ và M là một điểm trong của tứ diện đó. Gọi h_A, h_B, h_C, h_D lần lượt là khoảng cách từ A, B, C, D đến các mặt đối diện và m_A, m_B, m_C, m_D lần lượt là khoảng cách từ M đến các mặt $(BCD), (CDA), (DAB), (ABC)$.

Chứng minh rằng $\frac{m_A}{h_A} + \frac{m_B}{h_B} + \frac{m_C}{h_C} + \frac{m_D}{h_D} = 1$.

Ví dụ 2. Hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Một mặt phẳng (P) cắt SA, SB, SC, SD theo thứ tự tại K, L, M, N. Chứng minh rằng

$$a) V_{S.ABC} = V_{S.ACD} = V_{S.ABD} = V_{S.BCD}$$

$$b) \frac{SA}{SK} + \frac{SC}{SM} = \frac{SB}{SL} + \frac{SD}{SN}.$$

Bài tập tương tự:

Bài 1: Cho tứ diện ABCD. Gọi B' và C' lần lượt là trung điểm của AB và AC. Tính tỉ số thể tích của khối tứ diện AB'C'D' và khối tứ diện ABCD.

$$\text{ĐS: } k = \frac{1}{4}$$

Bài 2: Cho tứ diện ABCD có thể tích 9m^3 , trên AB, AC, AD lần lượt lấy các điểm B', C', D' sao cho $AB = 2AB'$; $2AC = 3AD'$; $AD = 3AD'$. Tính thể tích tứ diện AB'C'D'.

$$\text{ĐS: } V = 2\text{ m}^3$$

Bài 3: Cho tứ diện đều ABCD có cạnh a. Lấy các điểm B', C' trên AB và AC sao cho $AB = \frac{a}{2}$; $AC' = \frac{2a}{3}$. Tính thể tích tứ diện AB'C'D'.

$$\text{ĐS: } V = \frac{a^3\sqrt{2}}{36}$$

Bài 4: Cho tứ diện ABCD có thể tích 12 m^3 . Gọi M, P là trung điểm của AB và CD và lấy N trên AD sao cho $DA = 3NA$. Tính thể tích tứ diện BMNP.

$$\text{ĐS: } V = 1\text{ m}^3$$

Bài 5: Cho hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$, đường cao $SA = a$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với SB tại H và cắt SC tại K. Tính thể tích hình chóp SAHK.

Bài 6: Cho hình chóp SABCD có thể tích bằng 27m^3 . Lấy A' trên SA sao cho $SA = 3SA'$. Mặt phẳng qua A' và song song với đáy hình chóp cắt SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D'. Tính thể tích hình chóp SA'B'C'D'.

$$\text{ĐS: } V = 1\text{ m}^3$$

Bài 7: Cho hình chóp SABCD có thể tích bằng 9m^3 , ABCD là hình bình hành, lấy M trên SA sao cho $2SA = 3SM$. Mặt phẳng (MBC) cắt SD tại N. Tính thể tích khối đa diện ABCDMN.

Bài 8: Cho hình chóp SABCD có đáy là hình vuông cạnh a , chiều cao $SA = h$. Gọi N là trung điểm SC . Mặt phẳng chứa AN và song song với BD lần lượt cắt SB , SD tại M và P . Tính thể tích khối chóp $SAMNP$

2.5. Hiệu quả của đề tài :

Trước khi thực hiện sáng kiến của mình điểm khảo sát học kết quả học tập của việc áp dụng bài toán tỷ lệ thể tích của hình chóp tam giác cho 80 học sinh lớp 12A1 và 12A5 trong năm học 2016-2017 như sau:

Giỏi: 0 hs = 0%
Khá: 3 hs = 3,75 %
Trung bình: 35/80 hs = 43,7%
Yếu: 42/80 hs = 52,5%.

Sau một thời gian thực hiện “ sáng kiến ” kết quả học tập của 80 học sinh trong hai lớp 12A1 và 12A5 đạt được như sau:

Giỏi: 1/80hs = 1,25 %
Khá: 10/80 hs = 12,5 %
Trung bình: 42/80 hs = 52,5 %
Yếu: 27/80 hs = 33,75 %.

3. KẾT LUẬN, KIẾN NGHỊ

Trong qua trình dạy học môn toán, tâm lý học sinh thường e ngại phần hình tiên đề với các quan hệ hình học trong không gian và bài toán thể tích. Vì vậy, dạy phần hình không gian đã khó; dạy sao cho học sinh say mê, hứng thú, tìm tòi, sáng tạo trong phương pháp tiếp thu, lĩnh hội kiến thức mới đòi hỏi các thầy cô giáo phải đầu tư cao hơn. Đây là một trong những hướng mới góp phần nâng cao chất lượng học tập bộ môn Toán nói chung và phân môn hình học nói riêng. Với tất cả những yêu cầu đó việc khai thác các hướng đi mới trong giảng dạy là rất cần thiết.

Trong các năm học tới tôi sẽ tiếp tục phát huy và mở rộng sáng kiến của mình cho các lớp trong khối lớp 12, và bồi dưỡng cho học sinh khá, giỏi để các em phát huy khả năng tư duy nhìn nhận, phân tích bài toán.

Với thời gian nghiên cứu có hạn và kinh nghiệm nghiên cứu chưa nhiều, đề tài SKKN này chắc chắn không tránh khỏi những thiếu sót. Tôi xin chân thành mong đợi những lời nhận xét, góp ý và chỉ dẫn của các thầy cô giáo và các bạn đồng nghiệp để tôi bổ sung và hoàn thiện thêm cho đề tài cũng như cho công việc giảng dạy và nghiên cứu khoa học. Xin chân thành cảm ơn!

XÁC NHẬN CỦA THỦ TRƯỞNG ĐƠN VỊ	<i>Thanh Hóa, ngày tháng 05 năm 2017</i> Tôi xin cam đoan đây là SKKN của mình viết, không sao chép nội dung của người khác. Người viết Phạm Thị Thanh
-----------------------------------	--

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Sách giáo khoa hình học 10 (*Cơ bản*) - Nhà xuất bản Giáo dục
2. Sách giáo khoa hình học 12 (*Cơ bản*) - Nhà xuất bản Giáo dục
3. Nguồn từ Internet.
4. Nguồn từ Internet.