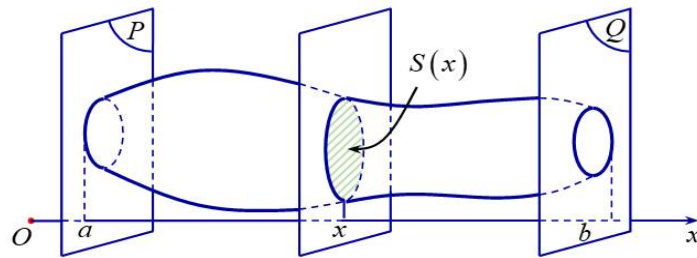
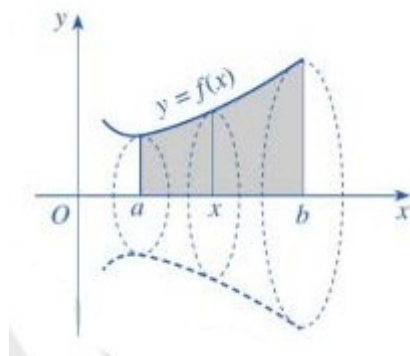


**CHỦ ĐỀ 2****THỂ TÍCH KHỐI TRÒN XOAY****1. Thể tích của vật thể**

Trong không gian, cho một vật thể nằm trong khoảng không gian giữa hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  cùng vuông góc với trục  $Ox$  tại các điểm  $a$  và  $b$ . Mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm  $x$  ( $a \leq x \leq b$ ) cắt vật thể theo mặt cắt có diện tích  $S(x)$ . Khi đó, nếu  $S(x)$  là hàm số liên tục trên  $[a; b]$  thì thể tích của vật thể được tính bởi công thức:

$$V = \int_a^b S(x) dx$$

**2. Thể tích khối tròn xoay**

Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục, không âm trên  $[a; b]$ . Hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = a$  và  $x = b$  quay quanh trục  $Ox$  tạo thành một khối tròn xoay có thể tích bằng:

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1.** Viết công thức tính thể tích  $V$  của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = a, x = b (a < b)$ , xung quanh trục  $Ox$ .

- A.  $V = \int_a^b |f(x)| dx$       B.  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$       C.  $V = \int_a^b f^2(x) dx$       D.  $V = \pi \int_a^b f(x) dx$

**Lời giải**

**Chọn B.**

Lý thuyết

**Câu 2.** Cắt một vật thể bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại  $x = 1$  và  $x = 2$ . Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $1 \leq x \leq 2$ ) cắt vật thể đó có diện tích  $S(x) = 2024x$ . Tính thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng trên.

- A.  $V = 3036$       B.  $V = 3036\pi$       C.  $V = 1518$       D.  $V = 1518\pi$

**Lời giải**

**Chọn A.**

$$V = \int_1^2 2024x dx = 3036$$

Thể tích vật thể là:

**Câu 3.** Cắt một vật thể bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại  $x = 1$  và  $x = 3$ . Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $1 \leq x \leq 3$ ) cắt vật thể đó theo thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là  $3x$  và  $3x^2 - 2$ . Tính thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng trên.

- A.  $V = 156$       B.  $V = 156\pi$       C.  $V = 312$       D.  $V = 312\pi$

**Lời giải**

**Chọn A.**

Diện tích thiết diện là:  $S(x) = 3x \cdot (3x^2 - 2) = 9x^3 - 6x$

$$V = \int_1^3 (9x^3 - 6x) dx = 156$$

$\Rightarrow$  Thể tích vật thể là:

**Câu 4.** Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = e^{3x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$  và  $x = 1$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục  $Ox$  bằng:

- A.  $\pi \int_0^1 e^{3x} dx$       B.  $\int_0^1 e^{6x} dx$       C.  $\pi \int_0^1 e^{6x} dx$       D.  $\int_0^1 e^{3x} dx$

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục  $Ox$  bằng:

$$\pi \int_0^1 (e^{3x})^2 dx = \pi \int_0^1 e^{6x} dx$$

**Câu 5.** Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = e^{4x}, y = 0, x = 0$  và  $x = 1$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục  $Ox$  bằng

A.  $\int_0^1 e^{4x} dx$

B.  $\pi \int_0^1 e^{8x} dx$

C.  $\pi \int_0^1 e^{4x} dx$

D.  $\int_0^1 e^{8x} dx$

**Lời giải**

**Chọn B.**

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục  $Ox$  là:

$$V = \pi \int_0^1 (e^{4x})^2 dx = \pi \int_0^1 e^{8x} dx.$$

**Câu 6.** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + 3, y = 0, x = 0, x = 2$ . Gọi  $V$  là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay  $(H)$  xung quanh trục  $Ox$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$

B.  $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$

C.  $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$

D.  $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$

**Lời giải**

**Chọn D.**

Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay  $(H)$  xung quanh trục  $Ox$  là:

$$V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$$

**Câu 7.** Cho hình phẳng  $D$  giới hạn bởi đường cong  $y = e^x$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0, x = 1$ . Khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục hoành có thể tích  $V$  bằng bao nhiêu?

A.  $V = \frac{\pi(e^2 + 1)}{2}$

B.  $V = \frac{e^2 - 1}{2}$

C.  $V = \frac{\pi e^2}{3}$

D.  $V = \frac{\pi(e^2 - 1)}{2}$

**Lời giải**

**Chọn D.**

$$V = \pi \int_0^1 e^{2x} dx = \pi \left. \frac{e^{2x}}{2} \right|_0^1 = \frac{\pi(e^2 - 1)}{2}$$

**Câu 8.** Cho hình phẳng  $D$  giới hạn với đường cong  $y = \sqrt{x^2 + 1}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0, x = 1$ . Khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục hoành có thể tích  $V$  bằng bao nhiêu?

A.  $V = 2$

B.  $V = \frac{4\pi}{3}$

C.  $V = 2\pi$

D.  $V = \frac{4}{3}$

**Lời giải**

**Chọn B.**

Thể tích khối tròn xoay được tính theo công thức:

$$V = \pi \int_0^1 (\sqrt{x^2 + 1})^2 dx = \pi \int_0^1 (x^2 + 1) dx = \pi \left( \frac{x^3}{3} + x \right) \Big|_0^1 = \frac{4\pi}{3}$$

**Câu 9.** Cho hình phẳng  $D$  giới hạn bởi đường cong  $y = \sqrt{2 + \cos x}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$ . Khối tròn xoay tạo thành khi  $D$  quay quanh trục hoành có thể tích  $V$  bằng bao nhiêu?

- A.  $V = (\pi + 1)\pi$       B.  $V = \pi - 1$       C.  $V = \pi + 1$       D.  $V = (\pi - 1)\pi$

**Lời giải**

**Chọn A.**

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sqrt{2 + \cos x})^2 dx = \pi (2x + \sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi(\pi + 1).$$

**Câu 10.** Cho hình phẳng  $D$  giới hạn bởi đường cong  $y = \sqrt{2 + \sin x}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0, x = \pi$ . Khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quay quanh trục hoành có thể tích  $V$  bằng bao nhiêu?

- A.  $V = 2\pi(\pi + 1)$       B.  $V = 2\pi$       C.  $V = 2(\pi + 1)$       D.  $V = 2\pi^2$

**Lời giải**

**Chọn A.**

$$V = \pi \int_0^{\pi} (\sqrt{2 + \sin x})^2 dx = \pi \int_0^{\pi} (2 + \sin x) dx = \pi (2x - \cos x) \Big|_0^{\pi} = 2\pi(\pi + 1)$$

Ta có:

**Câu 11.** Tìm công thức tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol  $(P): y = x^2$ , đường thẳng  $d: y = 2x$  và đường thẳng  $x = 0, x = 2$  quay xung quanh trục  $Ox$ .

- A.  $\pi \int_0^2 (x^2 - 2x)^2 dx$       B.  $\pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx$       C.  $\pi \int_0^2 4x^2 dx + \pi \int_0^2 x^4 dx$       D.  $\pi \int_0^2 (2x - x^2) dx$

**Lời giải**

**Chọn A.**

$$V = \pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx$$

Vậy thể tích khối tròn xoay được tính

**Câu 12.** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + 3, y = 0, x = 0, x = 2$ . Gọi  $V$  là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay  $(H)$  xung quanh trục  $Ox$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$       B.  $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$       C.  $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$       D.  $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$

**Lời giải**

**Chọn A.**

$$V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx.$$

Thể tích của vật thể được tạo nên là

**Câu 13.** Gọi  $V$  là thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm

số  $y = \sin x$ , trục  $Ox$ , trục  $Oy$  và đường thẳng  $x = \frac{\pi}{2}$ , xung quanh trục  $Ox$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $V = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$

B.  $V = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$

C.  $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$

D.  $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$

**Lời giải**

**Chọn C.**

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$

Công thức tính:

**Câu 14.** Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = x^2 - 2x$ , trục hoành, đường thẳng  $x = 0$  và  $x = 1$  quanh trục hoành bằng

A.  $\frac{16\pi}{15}$ .

B.  $\frac{2\pi}{3}$ .

C.  $\frac{4\pi}{3}$ .

D.  $\frac{8\pi}{15}$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có

$$V = \pi \int_0^1 (x^2 - 2x)^2 dx = \pi \int_0^1 (x^4 - 4x^3 + 4x^2) dx = \pi \left( \frac{x^5}{5} - x^4 + \frac{4x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \pi \left( \frac{1}{5} - 1 + \frac{4}{3} \right) = \frac{8\pi}{15}.$$

**Câu 15.** Cho miền phẳng  $(D)$  giới hạn bởi  $y = \sqrt{x}$ , hai đường thẳng  $x = 1$ ,  $x = 2$  và trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay  $(D)$  quanh trục hoành.

A.  $3\pi$ .

B.  $\frac{3\pi}{2}$ .

C.  $\frac{2\pi}{3}$ .

D.  $\frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$V = \pi \int_1^2 x dx = \frac{\pi x^2}{2} \Big|_1^2 = \frac{3\pi}{2}.$$

**Câu 16.** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = 2x - x^2$ ,  $y = 0$ . Quay  $(H)$  quanh trục hoành tạo thành khối tròn xoay có thể tích là

A.  $\int_0^2 (2x - x^2) dx$

B.  $\pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx$

C.  $\int_0^2 (2x - x^2)^2 dx$

D.  $\pi \int_0^2 (2x - x^2) dx$

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx$$

Theo công thức ta chọn

**Câu 17.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{x} - 2$ ,  $y = 0$  và  $x = 4, x = 9$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành.

A.  $V = \frac{7}{6}$ .

B.  $V = \frac{5\pi}{6}$ .

C.  $V = \frac{7\pi}{11}$ .

D.  $V = \frac{11\pi}{6}$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành là:

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_4^9 (\sqrt{x} - 2)^2 dx = \pi \int_4^9 (x - 4\sqrt{x} + 4) dx = \pi \left( \frac{x^2}{2} - \frac{8x\sqrt{x}}{3} + 4x \right) \Big|_4^9 \\ &= \pi \left( \frac{81}{2} - 72 + 36 \right) - \pi \left( \frac{16}{2} - \frac{64}{3} + 16 \right) = \frac{11\pi}{6} \end{aligned}$$

**Câu 18.** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường thẳng  $y = x^2 + 2, y = 0, x = 1, x = 2$ . Gọi  $V$  là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay  $(H)$  xung quanh trục  $Ox$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $V = \int_1^2 (x^2 + 2) dx$

B.  $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx$

C.  $V = \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx$

D.  $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2) dx$

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx$$

Ta có:

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 19.** Cắt một vật thể  $(T)$  bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại  $x = 0$  và  $x = 2$ . Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x (0 \leq x \leq 2)$  cắt vật thể đó có diện tích diện là một hình vuông có cạnh bằng  $\sqrt{x^3}$ . Tính thể tích vật thể  $(T)$ .

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:**  $\frac{128}{7}$

Diện tích thiết diện là  $S(x) = \sqrt{x^3} \cdot \sqrt{x^3} = x^3$ .

Thể tích của vật thể  $(T)$  là  $V = \int_0^2 S(x) dx = \int_0^2 x^3 dx = \frac{128}{7}$ .

**Câu 20.** Cắt một vật thể bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại  $x=1; x=3$ . Khi cắt một vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $1 \leq x \leq 3$ ), mặt cắt là tam giác vuông có một góc  $45^\circ$  và độ dài một cạnh góc vuông là  $\sqrt{4 - \frac{1}{2}x^2}$ . Tính thể tích vật thể trên.

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:**  $\frac{11}{6}$

Diện tích tam giác vuông cần là:  $S(x) = \frac{1}{2} \sqrt{4 - \frac{1}{2}x^2} \cdot \sqrt{4 - \frac{1}{2}x^2} = \frac{1}{2} \left( 4 - \frac{1}{2}x^2 \right)$

$\Rightarrow$  Thể tích vật thể là:  $V = \int_1^3 \frac{1}{2} \left( 4 - \frac{1}{2}x^2 \right) dx = \frac{11}{6}$

**Câu 21.** Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng  $(H)$  xác định bởi các đường  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$ ,  $y=0$ ,  $x=0$  và  $x=3$  quanh trục  $Ox$ .

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:**  $V = \frac{81\pi}{35}$

Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng  $(H)$  quanh trục  $Ox$  là :

$$V = \pi \int_0^3 \left( \frac{1}{3}x^3 - x^2 \right)^2 dx = \pi \int_0^3 \left( \frac{1}{9}x^6 - \frac{2}{3}x^5 + x^4 \right) dx = \frac{81\pi}{35}$$

Vậy thể tích khối tròn xoay cần tính là :  $V = \frac{81\pi}{35}$ .

**Câu 22.** Tính thể tích của vật thể tạo nên khi quay quanh trục  $Ox$  hình phẳng  $D$  giới hạn bởi đồ thị  $(P): y = 2x - x^2$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x=0, x=2$ .

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:**  $V = \frac{16\pi}{15}$

Khi đó:

$$V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 (4x^2 - 4x^3 + x^4) dx = \pi \left( \frac{4}{3}x^3 - x^4 + \frac{1}{5}x^5 \right) \Big|_0^2 = \frac{16}{15}\pi$$

**Câu 23.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \tan x, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{4}$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Tính thể tích vật thể tròn xoay được sinh ra.

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:**  $V = \frac{4\pi - \pi^2}{4}$

Thể tích vật thể tròn xoay được sinh ra là

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x \cdot dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left( \frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) \cdot dx = \pi \left( \tan x - x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{4\pi - \pi^2}{4}$$

**Câu 24.** Gọi  $V$  là thể tích khối tròn xoay tạo thành do quay xung quanh trục hoành một elip có phương trình  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ . Tính  $V$ .

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:**  $V = \frac{320\pi}{3}$

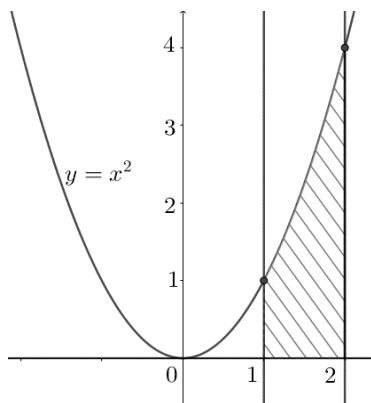
Quay elip đã cho xung quanh trục hoành chính là quay hình phẳng:

$$H = \left\{ y = 4\sqrt{1 - \frac{x^2}{25}}, y = 0, x = -5, x = 5 \right\}$$

Vậy thể tích khối tròn xoay sinh ra bởi  $H$  khi quay xung quanh trục hoành là:

$$V = \pi \int_{-5}^5 \left( 16 - \frac{16x^2}{25} \right) dx = \pi \left( 16x - \frac{16x^3}{75} \right) \Big|_{-5}^5 = \frac{320\pi}{3}$$

**Câu 25.** Cho hình phẳng  $(H)$  được gạch chéo trong hình bên dưới.

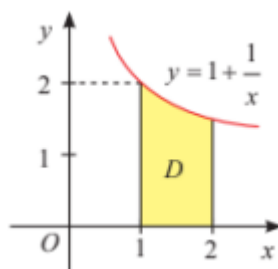


Tính thể tích hình tròn xoay sinh ra bởi  $(H)$  khi quay  $(H)$  quanh trục  $Ox$ .

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

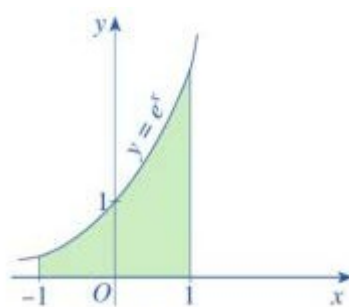
**Câu 26.** Cho hình phẳng  $(D)$  được tô màu trong hình bên dưới.



Tính thể hình tròn xoay sinh ra bởi  $(D)$  khi quay  $(D)$  quanh trục  $Ox$ .

**Trả lời:** .....

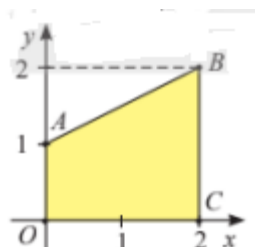
**Câu 27.** Cho hình phẳng  $(H)$  được tô màu trong hình bên dưới.



Tính thể hình tròn xoay sinh ra bởi  $(H)$  khi quay  $(H)$  quanh trục  $Ox$ .

**Trả lời:** .....

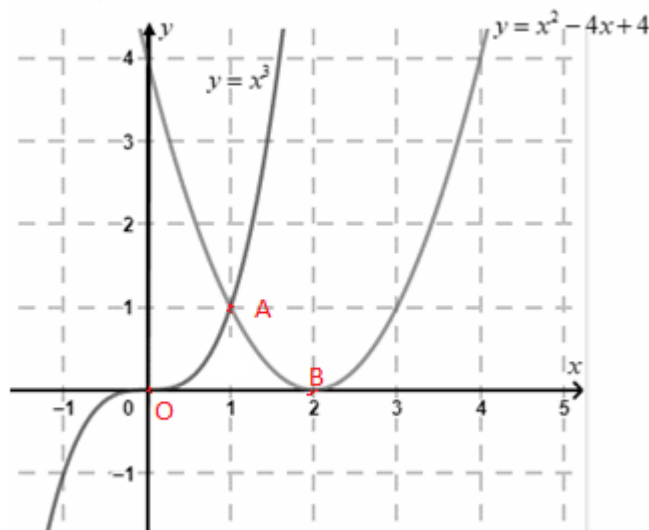
**Câu 28.** Cho hình phẳng  $(H)$  được tô màu trong hình bên dưới.



Tính thể hình tròn xoay sinh ra bởi  $(H)$  khi quay  $(H)$  quanh trục  $Ox$ .

**Trả lời:** .....

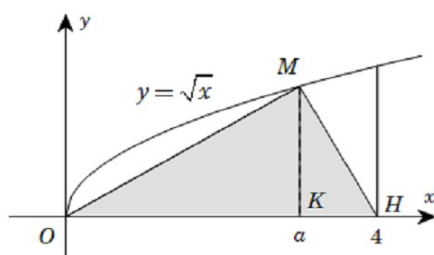
**Câu 29.** Cho hình phẳng  $(H)$  là tam giác cong  $OAB$  trong hình vẽ bên dưới.



Tính thể hình tròn xoay sinh ra bởi  $(H)$  khi quay  $(H)$  quanh trục  $Ox$ .

Trả lời: .....

**Câu 30.** Gọi  $V$  là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$  và  $x = 4$  quanh trục  $Ox$ . Đường thẳng  $x = a$  ( $0 < a < 4$ ) cắt đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x}$  tại  $M$  (hình vẽ). Gọi  $V_1$  là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác  $OMH$  quanh trục  $Ox$ . Biết rằng  $V = 2V_1$ . Khi đó



Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:**  $a = 3$

Ta có:  $V = \pi \int_0^4 x dx = \pi \frac{x^2}{2} \Big|_0^4 = 8\pi$ . Mà  $V = 2V_1 \Rightarrow V_1 = 4\pi$ .

Gọi  $K$  là hình chiếu của  $M$  trên  $Ox \Rightarrow OK = a, KH = 4 - a, MK = \sqrt{a}$ .

Khi xoay tam giác  $OMH$  quanh  $Ox$  ta được khối tròn xoay là sự lắp ghép của hai khối nón sinh bởi các tam giác  $OMK, MHK$ , hai khối nón đó có cùng mặt đáy và có tổng chiều cao là  $OH = 4$  nên thể tích của

khối tròn xoay đó là  $V_1 = \frac{1}{3} \pi \cdot 4 \cdot (\sqrt{a})^2 = \frac{4\pi a}{3}$ , từ đó suy ra  $a = 3$ .