|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **PHÒNG GD&ĐT TAM DƯƠNG**   |  | | --- | | **ĐỀ CHÍNH THỨC** | | **KỲ THI CHỌN HSG LỚP 8 CẤP HUYỆN**  **NĂM HỌC: 2022 – 2023**  **ĐỀ THI MÔN TOÁN**  *Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)* |

***Ghi chú: - Đề thi này có 01 trang***

***- Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay***

**Câu 1.** (2.0 điểm)

Tìm các số a, b sao cho đa thức chia hết cho đa thức 

**Câu 2.** (2.0 điểm)

Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác ABC thỏa mãn hệ thức . Hỏi tam giác ABC là tam giác gì?

**Câu 3.** (2.0 điểm)

Giải phương trình . Biết a, b, c là các số khác 0 và thỏa mãn điều kiện a + b + c ≠ 0

**Câu 4.** (2.0 điểm)

Cho hai số chính phương liên tiếp. Chứng minh rằng tổng của hai số đó cộng với tích của chúng là một số chính phương lẻ.

**Câu 5.** (2.0 điểm)

Tìm các số nguyên x, y, z sao cho .

**Câu 6.** (2.0 điểm)

Cho điểm O thuộc miền trong của tam giác ABC. Các tia AO, BO, CO cắt các cạnh của tam giác ABC lần lượt tại G, E, F.

Chứng minh rằng: .

**Câu 7.** (2.0 điểm)

Cho ba số nguyên x, y, z có tổng chia hết cho 6. Chứng minh rằng biểu thức chia hết cho 6.

**Câu 8.** (4.0 điểm)

Hình thang ABCD (AB // CD) có hai đường chéo cắt nhau tại O. Đường thẳng qua O và song song với đáy AB cắt các cạnh bên AD, BC theo thứ tự ở M, N.

a) Chứng minh rằng 

b) Biết  ; . Tính .

**Câu 9.** (2.0 điểm)

Trên tờ giấy kẻ vô hạn các ô vuông và được tô bởi các màu đỏ hoặc xanh thỏa mãn: bất cứ hình chữ nhật nào có kích thước 2x3 thì có đúng hai ô màu đỏ. Hỏi hình chữ nhật có kích thước 2022x2023 có bao nhiêu ô màu đỏ.

------------------------------Hết------------------------------

*Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!*

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

**Câu 1.** (2.0 điểm) Tìm các số a, b sao cho đa thức chia hết cho đa thức 

**Lời giải:**

Ta có: 

Vì  chia hết cho  ⇒  chia hết cho x – 2 và x + 5

Suy ra:  (1)

 (2)

Từ (1) và (2) tính được: a = 1; b = 8

Vậy: a = 1; b = 8

**Câu 2.** (2.0 điểm) Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác ABC thỏa mãn hệ thức . Hỏi tam giác ABC là tam giác gì?

**Lời giải:**

Ta có: 

⇔ 

⇔ 

⇔ 

⇔ 

⇔ 

Vì a, b, c là độ dài 3 cạnh của tam giác ABC ⇒ a + b + c > 0

⇒ 

⇔ 

⇔ 

⇔ a – b = b – c = c – a = 0

⇔ a = b = c.

Vậy tam giác ABC đều.

**Câu 3.** (2.0 điểm) Giải phương trình . Biết a, b, c là các số khác 0 và thỏa mãn điều kiện a + b + c ≠ 0

**Lời giải:**

ĐK:  và  là các số khác 

Ta có: 





 (vì )

 (vì )



Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm: .

**Câu 4.** (2.0 điểm) Cho hai số chính phương liên tiếp. Chứng minh rằng tổng của hai số đó cộng với tích của chúng là một số chính phương lẻ.

**Lời giải:**

Gọi hai số chính phương liên tiếp là và  

Ta có: 

= 

= 

= 

= 

= 

= 

= 

Do n(n + 1) chẵn ⇒ n(n + 1) + 1 lẻ ⇒  là số chính phương lẻ (đpcm)

**Câu 5.** (2.0 điểm) Tìm các số nguyên x, y, z sao cho .

**Lời giải:**

 (\*)

Đặt x – z = a; y – z = b (a, b nguyên) ⇒ x – y = a – b

(\*) trở thành: là số lẻ (1)

+) TH1: a, b cùng tính chẵn lẻ thì: a – b chẵn ⇒ (a – b)3 chẵn;  chẵn

⇒  chẵn (loại)

⇒ không tồn tại a, b nguyên thỏa mãn (1)

⇒ không tồn tại x, y, z nguyên thỏa mãn (\*)

+) TH2: a, b khác tính chẵn lẻ thì: a – b lẻ ⇒ (a – b)3 lẻ;  lẻ

⇒  chẵn (loại)

⇒ không tồn tại a, b nguyên thỏa mãn (1)

⇒ không tồn tại x, y, z nguyên thỏa mãn (\*)

*Tóm lại:* Không tồn tại x, y, z nguyên thỏa mãn đề bài.

**Câu 6.** (2.0 điểm) Cho điểm O thuộc miền trong của tam giác ABC. Các tia AO, BO, CO cắt các cạnh của tam giác ABC lần lượt tại G, E, F. Chứng minh rằng: .

**Lời giải:**



Kẻ OI ⊥ BC (I ∈ BC); AK ⊥ BC (K ∈ BC)

ΔAKG có: OI // AK (cùng ⊥ BC).

⇒  (1) (Hệ quả Ta-lét)

Lại có:  (2)

Từ (1) và (2) suy ra: 

Tương tự:  ; 

Do đó: 

⇒ 

⇒ 

⇒  (đpcm)

**Câu 7.** (2.0 điểm) Cho ba số nguyên x, y, z có tổng chia hết cho 6. Chứng minh rằng biểu thức chia hết cho 6.

**Lời giải:**

M = 

= 

= 

= 

= 

Do ⇒  (1)

Mặt khác:  nên trong 3 số x, y, z có ít nhất một số chẵn. Vì nếu cả ba số đều lẻ thì x + y + z lẻ ⇒ . Trái với giả thiết.

⇒ 3xyz  6 (2)

Từ (1) và (2) suy ra: 

Vậy M  6

**Câu 8.** (4.0 điểm) Hình thang ABCD (AB // CD) có hai đường chéo cắt nhau tại O. Đường thẳng qua O và song song với đáy AB cắt các cạnh bên AD, BC theo thứ tự ở M, N.

a) Chứng minh rằng 

b) Biết  ; . Tính .

**Lời giải:**

****

a) Từ giả thiết đường thẳng qua O và song song với đáy cắt các cạnh bên theo thứ tự ở 

Ta có:  (Định lí Ta-lét)



Xét có:  (1) (Hệ quả định lí Ta-lét)

Xét có :  (2) (Hệ quả định lí Ta-lét)

Từ (1), (2) 

Chứng minh tương tự : 





Chứng minh được: 

Thay số ta được: 

Do đó :  (đvdt)

**Câu 9.** (2.0 điểm) Trên tờ giấy kẻ vô hạn các ô vuông và được tô bởi các màu đỏ hoặc xanh thỏa mãn: bất cứ hình chữ nhật nào có kích thước 2x3 thì có đúng hai ô màu đỏ. Hỏi hình chữ nhật có kích thước 2022x2023 có bao nhiêu ô màu đỏ.

**Lời giải:**

Ta chứng minh hình chữ nhật 1x3 có đúng một ô màu đỏ.

Giả sử hình chữ nhật có kích thước 1x3 có số ô màu đỏ khác 1

⇒ Số ô màu đỏ của hình chữ nhật 1x3 là 0 hoặc 2.

Xét hình chữ nhật 1x3 ABCD (hình vẽ):

+) Nếu ABCD không có ô nào màu đỏ:

Do hình chữ nhật 2x3 ABFE có đúng 2 ô màu đỏ

⇒ hình chữ nhật 1x3 CDEF có đúng 2 ô màu đỏ

Do hình chữ nhật 2x3 CDHG có đúng 2 ô màu đỏ

⇒ hình chữ nhật 1x3 EFGH không có ô màu đỏ nào.

Khi đó hình chữ nhật 2x3 ANPH hoặc BMQG chỉ có một ô màu đỏ ⇒ Trái với giả thiết.

+) Nếu ABCD có 2 ô màu đỏ:

Do hình chữ nhật 2x3 ABFE có đúng 2 ô màu đỏ

⇒ hình chữ nhật 1x3 CDEF không có ô màu đỏ nào

Do hình chữ nhật 2x3 CDHG có đúng 2 ô màu đỏ

⇒ hình chữ nhật 1x3 EFGH có đúng 2 ô màu đỏ.

Khi đó hình vuông 3x3 ABGH có đúng 4 ô màu đỏ.

Do hình chữ nhật 2x3 ANPH và BMQG đều có đúng 2 ô màu đỏ nên 4 ô màu đỏ của hình vuông 3x3 ABGH phải ở vị trí như hình vẽ.

Do hình chữ nhật 2x3 XYNP có đúng 2 ô màu đỏ

⇒ hình chữ nhật 1x3 BXYG không có ô màu đỏ nào.

⇒ hình chữ nhật 2x3 MXUV chỉ có 1 ô màu đỏ ⇒ Trái với giả thiết

Tóm lại: Hình chữ nhật 1x3 ABCD tùy ý chỉ có một ô màu đỏ.

Vậy hình chữ nhật có kích thước 2022x2023 có số ô màu đỏ là: 674.2023 = 1363502 (ô đỏ)

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_