

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HÓA
TRƯỜNG THPT NGUYỄN XUÂN NGUYÊN**

SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

**GIẢI PHÁP GIÚP HỌC SINH LỚP 12 PHÁT HUY KHẢ
NĂNG GIẢI BÀI TOÁN TÍCH PHÂN TRONG
KỲ THI THPT QUỐC GIA**

Người thực hiện: Lại Văn Dũng

Chức vụ: Giáo viên

SKKN môn: Toán

THANH HÓA NĂM 2017

MỤC LỤC

NỘI DUNG	Trang
I. MỞ ĐẦU	
1.1. Lý do chọn đề tài	1
1.2. Mục đích nghiên cứu	1
1.3. Đối tượng nghiên cứu	2
1.4. Phương pháp nghiên cứu	2
II. NỘI DUNG SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM	
2.1. Cơ sở lý luận của sáng kiến kinh nghiệm	3
2.2. Thực trạng của vấn đề trước khi áp dụng sáng kiến kinh nghiệm.	3
2.3. Các biện pháp thực hiện	4
2.3.1. Một số tính chất cần nhớ	4
2.3.2. Các giải pháp	5-11
2.3.3. Bài tập tham khảo	12
2.4. Kết quả thực hiện	15
III. KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ	
3.1. Kết luận	16
3.2. Kiến nghị	16

I. MỞ ĐẦU

1.1. Lý do chọn đề tài

Mỗi một nội dung trong chương trình toán phổ thông đều có vai trò rất quan trọng trong việc hình thành và phát triển tư duy của học sinh. Trong quá trình giảng dạy, giáo viên phải đặt ra cái đích là giúp học sinh nắm được kiến thức cơ bản, hình thành phương pháp, kỹ năng, kỹ xảo, từ đó tạo được thái độ và động cơ học tập đúng đắn. Thực tế dạy và học cho chúng ta thấy còn có nhiều vấn đề cần phải giải quyết như học sinh học tích phân còn yếu, chưa hình thành được kỹ năng, kỹ xảo trong quá trình giải toán. Đặc biệt năm học 2016- 2017, là năm học đầu tiên thực hiện thi trắc nghiệm môn toán trong kỳ thi THPT Quốc gia, nội dung đề thi nằm trong chương trình lớp 12, những học sinh sử dụng kết quả môn Toán để xét Đại học- Cao đẳng cần phải làm được câu hỏi về tích phân, đặc biệt là những câu hỏi vận dụng kiến thức về tích phân để giải quyết các bài toán trong đời sống hàng ngày. Để làm được câu hỏi này đòi hỏi học sinh ngoài việc học tốt kiến thức về nguyên hàm, tích phân còn phải biết vận dụng vào bài toán cụ thể và biết quy lạ về quen.

Từ thực tiễn giảng dạy và bồi dưỡng học sinh ôn thi đại học nhiều năm, cùng với kinh nghiệm trong quá trình giảng dạy. Tôi đã tổng hợp, khai thác nhiều chuyên đề về tích phân. Trong SKKN này tôi xin chia sẻ : **“Giải pháp giúp học sinh lớp 12 phát huy khả năng giải bài toán tích phân trong kỳ thi THPT Quốc gia”**. Đây là một nội dung quan trọng, hay trong chương trình giải tích lớp 12 nên đã có rất nhiều tài liệu, sách viết cũng như rất nhiều thầy cô giáo và học sinh say sưa nghiên cứu và học tập. Tuy nhiên việc đưa ra hướng tiếp cận và quy lạ về quen đối với bài toán này nhiều sách tham khảo vẫn chưa đáp ứng được cho người đọc. Đặc biệt nhiều em học sinh lớp 12 học tích phân và vận dụng nó ở những bài toán thực tế còn khó khăn. Chính vì vậy việc đưa ra sáng kiến kinh nghiệm này là cần thiết, làm các em hiểu sâu hơn về bài toán này và yêu thích chủ đề tích phân trong giải tích lớp 12.

1.2. Mục đích nghiên cứu

Qua nội dung đề tài này chúng tôi mong muốn cung cấp cho người đọc nắm được cách tiếp cận bài toán, quy lạ về quen, đồng thời giúp cho học sinh một số kiến thức, phương pháp và các kỹ năng cơ bản để học sinh có thể giải quyết các bài toán tích phân, hình thành cho các em thói quen tìm tòi tích lũy và rèn luyện tư duy sáng tạo, giải quyết các bài toán trong đời sống xã hội, chuẩn bị tốt và đạt kết quả cao trong kỳ thi THPT Quốc gia.

1.3. Đối tượng nghiên cứu

Chúng tôi tập trung nghiên cứu một số tính chất về tích phân, nghiên cứu về câu hỏi tích phân ở dạng trắc nghiệm khách quan, nghiên cứu về ứng dụng của tích phân để tính diện tích hình phẳng, thể tích khối tròn xoay và vận dụng nó trong các bài toán thực tế của đời sống xã hội.

1.4. Phương pháp nghiên cứu

Trong phạm vi của đề tài, chúng tôi sử dụng kết hợp các phương pháp như: phương pháp thống kê – phân loại; phương pháp phân tích – tổng hợp- đánh giá; phương pháp vấn đáp - gợi mở, nêu ví dụ; phương pháp diễn giải... và một số phương pháp khác như phương pháp quy lạ về quen, sử dụng máy tính để hỗ trợ tìm đáp án trong câu hỏi trắc nghiệm khách quan.

II. NỘI DUNG SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

2.1. Cơ sở lí luận của sáng kiến kinh nghiệm

Vấn đề chúng tôi nghiên cứu được dựa trên cơ sở nội dung nguyên hàm-tích phân của giải tích 12 [1]. Khi giải bài tập toán, người học phải được trang bị các kỹ năng suy luận, liên hệ giữa cái cũ và cái mới, giữa bài toán đã làm và bài toán mới. Các tiết dạy bài tập của một chương phải được thiết kế theo hệ thống chuẩn bị sẵn từ dễ đến khó nhằm phát triển tư duy cho học sinh trong quá trình giảng dạy, phát huy tính tích cực của học sinh. Hệ thống bài tập giúp học sinh có thể tiếp cận và nắm bắt những kiến thức cơ bản nhất, và dần dần phát triển khả năng tư duy, khả năng vận dụng các kiến thức đã học một cách linh hoạt vào giải toán và trình bày lời giải. Từ đó học sinh có hứng thú và động cơ học tập tốt. Trong quá trình giảng dạy nội dung nguyên hàm-tích phân của giải tích lớp 12 của trường THPT Nguyễn Xuân Nguyên, tôi thấy kỹ năng giải bài toán tích phân của học sinh còn yếu, đặc biệt là những bài toán vận dụng tích phân. Do đó cần phải cho học sinh tiếp cận bài toán một cách dễ dàng, quy lạ về quen, thiết kế trình tự bài giảng hợp lý giảm bớt khó khăn giúp học sinh nắm được kiến thức cơ bản, hình thành phương pháp, kỹ năng, kỹ xảo và lĩnh hội lĩnh kiến thức mới, xây dựng kỹ năng làm các bài toán trắc nghiệm khách quan, từ đó đạt kết quả cao nhất có thể được trong kiểm tra, đánh giá và kỳ thi THPT Quốc gia.

2.2. Thực trạng vấn đề trước khi áp dụng sáng kiến kinh nghiệm

Nội dung nguyên hàm- tích phân là một phần kiến thức tương đối khó với học sinh. Học sinh rất nhanh quên và không vận dụng được những kiến thức đã học vào giải toán. Trong kỳ thi THPT Quốc gia năm 2017, nội dung này đưa ra dưới hình thức trắc nghiệm và gắn liền với những vấn đề thực tế của đời sống xã hội. Với tình hình ấy để giúp học sinh định hướng tốt hơn trong quá trình giải bài toán tích phân, người giáo viên cần tạo cho học sinh thói quen tiếp cận bài toán, khai thác các yếu tố đặc trưng của bài toán để tìm lời giải. Trong đó việc hình thành cho học sinh kỹ năng *quy lạ về quen*, *kỹ năng sử dụng máy tính bỏ túi*, *kỹ năng đọc hiểu bài toán thực tế*.

Chính vì vậy đề tài này đưa ra giúp giáo viên hướng dẫn bài toán tích phân cho học sinh với cách tiếp cận dễ hơn, giúp học sinh có điều kiện hoàn thiện các phương pháp và rèn luyện tư duy sáng tạo của bản thân, chuẩn bị tốt cho kỳ thi THPT Quốc gia.

Vậy tôi mong muốn các đồng nghiệp và học sinh ngày càng vận dụng tốt các kiến thức tích phân để đưa ra những giải pháp nhằm giải quyết bài toán tích phân một cách chính xác và nhanh nhất.

2.3. Các biện pháp thực hiện

2.3.1. Một số kiến thức cần nhớ

a) Bảng nguyên hàm

$$\begin{aligned} *) \int x^\alpha dx &= \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C; & \int e^{kx} dx &= \frac{e^{kx}}{k} + C; & \int \frac{1}{ax+b} dx &= \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C \\ *) \int \cos kx dx &= \frac{1}{k} \sin kx + C; & \int \sin kx dx &= -\frac{1}{k} \cos kx + C \end{aligned}$$

b) Định nghĩa tích phân

$$*) \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) \text{ với } F(x) \text{ là một nguyên hàm của } f(x).$$

c) Các tính chất về tích phân

$$\begin{aligned} *) \int_a^b f'(x) dx &= f(b) - f(a); & \int_a^b f(x) dx &= \int_a^b f(u) du; & - \int_a^b f(x) dx &= \int_b^a f(x) dx \\ *) \int_a^b f(x) dx &= \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \text{ với } a < c < b; & \int_a^b (f(x) \pm g(x)) dx &= \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx \end{aligned}$$

c) Các phương pháp tìm tích phân

*) Phương pháp đổi biến số

*) Phương pháp tìm tích phân từng phần

d) Một số công thức đặc biệt

$$\begin{aligned} *) \int_{-a}^a f(-x) dx &= \int_{-a}^a f(x) dx \\ *) \int_{-a}^a f(x) dx &= 2 \int_0^a f(x) dx \text{ với } f(x) \text{ là hàm số chẵn trên đoạn } [-a; a] \\ *) \int_{-a}^a f(x) dx &= 0 \text{ với } f(x) \text{ là hàm số lẻ trên đoạn } [-a; a] \\ *) \int_{-a}^a \frac{f(x)}{b^x + 1} dx &= \int_0^a f(x) dx \text{ với } f(x) \text{ là hàm số chẵn trên đoạn } [-a; a] \end{aligned}$$

2.3.2. Các giải pháp

a) Giải pháp 1: Vận dụng định nghĩa tích phân để giải quyết các bài toán.

Trong giải pháp này giáo viên cần ôn lại kiến thức về nguyên hàm, bảng nguyên hàm; giáo viên cần cho học sinh sử dụng linh hoạt công thức về định nghĩa tích phân; giáo viên cần xây dựng các ví dụ đa dạng, có ví dụ ở dạng tự luận, có ví dụ ở dạng trắc nghiệm để học sinh thấy được định nghĩa tích phân là một phần quan trọng trong nội dung này và trong kỳ thi THPT Quốc gia.

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) \Rightarrow F(b) = F(a) + \int_a^b f(x)dx \text{ hoặc } F(a) = F(b) - \int_a^b f(x)dx$$

Ví dụ 1: Tính tích phân $\int_0^1 (2x + e^x)dx$?

$$\text{HD: } \int_0^1 (2x + e^x)dx = (x^2 + e^x) \Big|_0^1 = (1 + e) - (0 + 1) = e.$$

Như vậy trong ví dụ này, giáo viên cần cho học sinh nắm được bảng nguyên hàm và định nghĩa tích phân.

Ví dụ 2: Cho $\int_0^2 f'(x)dx = 10$ và $f(0) = 4$, hãy tính $f(2)$?

$$\text{HD: } \int_0^2 f'(x)dx = f(2) - f(0) \Rightarrow f(2) = f(0) + \int_0^2 f'(x)dx = 4 + 10 = 14.$$

Trong ví dụ này, giáo viên cần cho học sinh khai thác tối đa định nghĩa tích phân.

Ví dụ 3: Cho $\int_1^3 f(x)dx = 14$, $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[1;3]$ và $F(3) = 20$. Tính $F(1)$?

$$\text{HD: } \int_1^3 f(x)dx = F(3) - F(1) \Rightarrow F(1) = F(3) - \int_1^3 f(x)dx = 20 - 14 = 6.$$

Ví dụ 4: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$ và $F(0) = 1$.

Hãy tính $F(2)$?

A. $\ln 3$ B. $\ln 3 + 1$ C. $\ln 3 - 1$ D. $\ln 3 + 2$

$$\text{HD: } \int_0^2 \frac{1}{x+1}dx = F(2) - F(0) \Rightarrow F(2) = F(0) + \int_0^2 \frac{1}{x+1}dx \text{ mà } \int_0^2 \frac{1}{x+1}dx = \ln(x+1) \Big|_0^2 = \ln 3$$

nên $F(2) = 1 + \ln 3$. Đáp án đúng là B.

Như vậy trong ví dụ này, giáo viên cần làm cho học sinh biết chuyển giả thiết về công thức định nghĩa tích phân, vận dụng bảng nguyên hàm để tính. Trong ví dụ

này, giáo viên có thể hướng dẫn học sinh sử dụng máy tính bỏ túi để hỗ trợ tìm đáp án đúng nhanh nhất.

b) Giải pháp 2: Vận dụng các tính chất của tích phân để giải quyết bài toán.

Trong giải pháp này, giáo viên cần làm cho học sinh biết sử dụng linh hoạt các tính chất của tích phân ở những ví dụ cụ thể, tính chất nào được áp dụng đối với ví dụ nào. Từ đó học sinh sẽ hiểu sâu và nhận biết, vận dụng các tính chất của tích phân dễ dàng hơn; học sinh sẽ có động lực nghiên cứu, đam mê và yêu thích nội dung này.

Ví dụ 5: Cho $\int_3^5 f(x)dx = 18$, tính $\int_1^2 f(2x+1)dx$?

HD: Đặt $t = 2x + 1 \Rightarrow \int_1^2 f(2x+1)dx = \frac{1}{2} \int_3^5 f(t)dt = 9$

Như vậy trong ví dụ này, giáo viên cần cho học sinh nhận thức được là phải khai thác được giả thiết, muốn vậy học sinh phải sử dụng tính chất của tích phân và chuyển đổi $f(2x+1)$ về $f(t)$ bằng cách đặt $t = 2x + 1$.

Ví dụ 6: Cho $\int_1^4 f(x)dx = 24$, tính $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(3\cos x + 1)\sin x dx$?

HD: Đặt $t = 3\cos x + 1 \Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(3\cos x + 1)\sin x dx = -\frac{1}{3} \int_4^1 f(t)dt = \frac{1}{3} \int_1^4 f(t)dt = 8$.

Như vậy trong ví dụ này, giáo viên cần cho học sinh nhận thức được là phải khai thác được giả thiết, muốn vậy học sinh phải sử dụng tính chất của tích phân và chuyển đổi $f(3\cos x + 1)$ về $f(t)$ bằng cách đặt $t = 3\cos x + 1$.

Ví dụ 7: Tính tích phân $\int_0^2 |2x - 2|dx$

HD: $\int_0^2 |2x - 2|dx = -\int_0^1 (2x - 2)dx + \int_1^2 (2x - 2)dx = 2$.

Trong ví dụ này, học sinh phải nhận thức là phải phá được dấu giá trị tuyệt đối, tức phải chèn số 1 và áp dụng tính chất của tích phân để tách tích phân đã cho thành tổng của hai tích phân.

Ví dụ 8: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và $\int_{-1}^3 f(x)dx = 20$ và

$$\int_1^3 f(x)dx = 14. \text{ Tính } \int_{-1}^1 f(-x)dx ?$$

$$\text{HD: } \int_{-1}^1 f(-x)dx = \int_{-1}^1 f(x)dx = \int_{-1}^3 f(x)dx - \int_1^3 f(x)dx = 6$$

Qua ví dụ này, học sinh được rèn luyện kỹ năng kết hợp các tính chất về tích phân.

Ví dụ 9: Cho $f(x)$ là hàm số chẵn và liên tục trên đoạn $[-2;2]$. Biết $\int_0^2 f(x)dx = 8$,

$$\text{tính } \int_{-2}^2 \frac{f(x)dx}{2^x + 1} ?$$

$$\text{HD: } \int_{-2}^2 \frac{f(x)dx}{2^x + 1} = \int_0^2 f(x)dx = 8$$

Ví dụ 10: Cho $\int_0^1 (f(x) + 2g(x))dx = 3$ và $\int_0^1 (2f(x) - g(x))dx = 1$. Tính

$$\int_0^1 (3f(x) + g(x))dx ?$$

A. 4

B. 6

C. 8

D. 10

$$\text{HD: Đặt } a = \int_0^1 f(x)dx, b = \int_0^1 g(x)dx \text{ ta có hệ phương trình } \begin{cases} a + 2b = 3 \\ 2a - b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \int_0^1 (3f(x) + g(x))dx = 4. \text{ Đáp án đúng là A}$$

c) Giải pháp 3: Củng cố phương pháp tìm tích phân thông qua kỹ thuật quy lạ về quen, kỹ thuật chuyển từ khó về dễ.

Thông qua giải pháp này, giáo viên rèn luyện cho học sinh kỹ năng phân tích, quy lạ về quen, xây dựng được các bước tìm tích phân bằng phương pháp đổi biến số và phương pháp tìm tích phân từng phần. Học sinh sẽ nhận dạng được và tự tin hơn khi gặp bài toán sử dụng các phương pháp tìm tích phân.

Ví dụ 11: Cho tích phân $\int_0^1 \sqrt{3x^2 + 1} dx$ và đặt $t = \sqrt{3x^2 + 1}$. Chọn mệnh đề đúng?

$$\text{A. } \int_0^1 \sqrt{3x^2 + 1} dx = \frac{1}{3} \int_1^2 t dt$$

$$\text{B. } \int_0^1 \sqrt{3x^2 + 1} dx = \frac{1}{3} \int_0^1 t^2 dt$$

$$\text{C. } \int_0^1 \sqrt{3x^2 + 1} dx = \frac{1}{3} \int_1^2 t^2 dt$$

$$\text{D. } \int_0^1 \sqrt{3x^2 + 1} dx = \frac{1}{3} \int_1^2 t \sqrt{t} dt$$

Qua ví dụ này, học sinh nhận thức được rằng: Đây là phương pháp đổi biến số, phải chuyển đổi cận, phải đưa biểu thức $\sqrt{3x^2+1}xdx$ về biểu thức theo t .

Ví dụ 12: Cho tích phân $\int_0^1 (x+1)f'(x)dx = \frac{5}{3}$ và $2f(1) - f(0) = 2$. Tính $\int_0^1 f(x)dx$?

A. $\frac{2}{3}$

B. 1

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{4}{3}$

HD: Đặt $\left\{ \begin{matrix} u = x+1 \\ du = dx \end{matrix} \right. \Rightarrow \int_0^1 (x+1)f'(x)dx = (2f(1) - f(0)) - \int_0^1 f(x)dx$. Đáp án đúng là C

Qua ví dụ này, giáo viên học sinh nhận thức được rằng: Đây là phương pháp tìm tích phân từng phần, phải lựa chọn u, dv thích hợp.

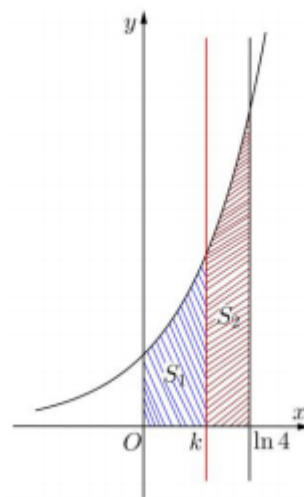
d) Giải pháp 4: Rèn luyện kỹ năng tính diện tích hình phẳng, thể tích khối tròn xoay thông qua hình ảnh trực quan.

Với giải pháp này, học sinh vừa thấy được mối liên hệ giữa tích phân và diện tích hình phẳng, thể tích khối tròn xoay, vừa hiểu rõ được bản chất của tích phân là gì? Đồng thời hình thành và phát triển tư duy trừu tượng, quy lạ về quen, kỹ năng phân tích khi giải quyết bài toán.

Ví dụ 13: Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = 0$ và $x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k$ ($0 < k < \ln 4$) chia hình phẳng (H) thành 2 phần có diện tích lần lượt là S_1 và S_2 . Tìm k để $S_1 = 2S_2$?

HD: Giáo viên cần cho học sinh chuyển hình phẳng ứng với diện tích S_1 và S_2 về công thức tích phân.

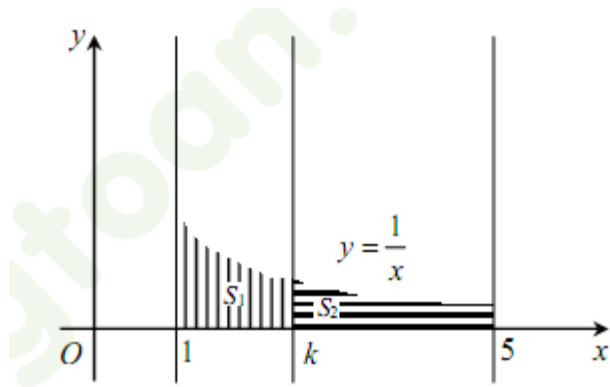
$$S_1 = \int_0^k e^x dx, S_2 = \int_k^{\ln 4} e^x dx$$



Ví dụ 14: Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{x}, y = 0, x = 1$ và $x = 5$. Đường thẳng $x = k$ ($0 < k < 5$) chia hình phẳng (H) thành 2 phần lần lượt là (S_1) và (S_2) quay quanh trục hoành ta được hai

Giáo viên cần cho học sinh chuyển khối tròn xoay ứng với thể tích V_1 và V_2 về công thức tích phân.

$$V_1 = \pi \int_1^k \frac{1}{x^2} dx, V_2 = \pi \int_k^5 \frac{1}{x^2} dx$$



Ví dụ 15: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$, xét hình phẳng như hình vẽ (phần gạch chéo). Chọn mệnh đề đúng?

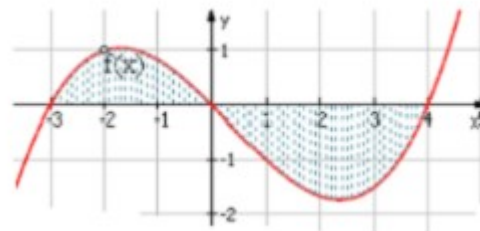
A. $\int_{-3}^0 f(x)dx + \int_0^4 f(x)dx$

B. $\int_{-3}^4 |f(x)|dx$

C. $-\int_{-3}^0 f(x)dx + \int_0^4 f(x)dx$

D. $\int_{-3}^4 f(x)dx$

Trong ví dụ này, học sinh phải nhớ lại công thức tính diện tích hình phẳng và các trường hợp xây dựng công thức tính diện tích hình phẳng. Đáp án đúng là B.



e) Giải pháp 5: Vận dụng tích phân trong những bài toán thực tế của đời sống xã hội.

Thông qua giải pháp này để tạo hứng thú cho học sinh, học sinh thấy được mối liên hệ giữa tích phân và đời sống xã hội, học sinh cảm thấy không nhàm chán khi học nội dung này. Cũng qua đó rèn luyện cho học sinh kỹ năng phân tích, tổng hợp, quy lạ về quen.

Ví dụ 16: Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10 (\text{m/s})$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. $0,2 \text{ m}$

B. 2 m

C. 10 m

D. 20 m

HD:

$$S = \int_0^2 (-5t + 10) dt = 10 \text{ m}$$

Như vậy, trong ví dụ này học sinh phải nhớ được mối liên hệ giữa vận tốc và quãng đường đi được thông qua tích phân.



Ví dụ 17: Ông An có một mảnh vườn hình elip có độ dài trục lớn bằng 16 m và độ dài trục bé bằng 10 m . Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng 8 m và nhận trục bé của elip làm trục đối xứng(như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là $100000\text{đồng}/1\text{ m}^2$. Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền làm tròn đến hàng nghìn).

HD: Xét hệ trục tọa độ như hình vẽ

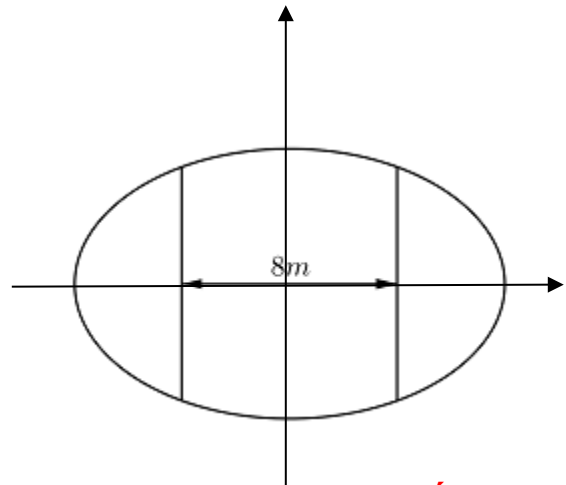
$$\text{Pt elip: } \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1 \Rightarrow y = 5\sqrt{1 - \frac{x^2}{64}} \quad (y \geq 0)$$

Vậy diện tích trồng hoa là

$$S = 2 \int_{-4}^4 5\sqrt{1 - \frac{x^2}{64}} dx.$$

Từ đó tìm được số tiền để trồng hoa.

Như vậy học sinh phải biết chuyển đổi diện



f) Giải pháp 6: Hướng dẫn kỹ thuật dùng máy tính bỏ túi trong một số trường hợp làm bài toán trắc nghiệm.

Trong giải pháp này, giáo viên cần truyền cho học sinh các kỹ năng sử dụng máy tính bỏ túi để giải quyết một số bài toán tích phân ở dạng trắc nghiệm khách quan. Qua đó học sinh sẽ có nhiều lựa chọn, nhiều phương án để đưa ra kết quả đúng. Đồng thời cũng tạo hưng phấn cho học sinh khi học nội dung này, làm các e tự tin hơn và đem lại kết quả cao trong kỳ thi THPT Quốc gia.

Ví dụ 18: Cho tích phân $\int_1^2 \frac{1}{x(x+1)} dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với a, b là các số nguyên. Hãy tính $S = 2a + b$?

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

HD: Ví dụ này giáo viên có thể hướng dẫn học sinh 3 cách dùng máy tính

Cách 1: Xét từng đáp án bằng cách giải hệ phương trình, nếu hệ có nghiệm nguyên thì đáp án đó là đáp án đúng.

Chẳng hạn như xét đáp án A, ta giải hệ pt:
$$\begin{cases} 2a + b = 2 \\ (1+2)a + (1+3)b = \int_1^2 \frac{dx}{x(x+1)} \end{cases}$$

Cách 2: Từ điều kiện $\int_1^2 \frac{1}{x(x+1)} dx = a \ln 2 + b \ln 3$, rút a theo b và thế vào S , chọn b từ

-5 đến 5 (chọn ngẫu nhiên dựa vào các đáp án đã cho) và tính S . Nếu S là một trong các đáp án đã cho thì dừng lại, đó là đáp án đúng.

Cách 3: Từ điều kiện $\int_1^2 \frac{1}{x(x+1)} dx = a \ln 2 + b \ln 3 \Rightarrow 2^a \cdot 3^b = e^{\int_1^2 \frac{dx}{x(x+1)}} \Rightarrow$ giá trị a, b .

Đáp án đúng là B.

m) Giải pháp 7: Củng cố lại kiến thức, kỹ năng làm bài tích phân thông qua buổi thảo luận.

Giáo viên tổ chức một vài buổi *thảo luận* trong đó giáo viên giao nhiệm vụ cho từng nhóm chuẩn bị trước ở nhà, nên chia thành 6 nhóm và năng lực học tập ở các nhóm là tương đương nhau.

Nhóm 1: Giải quyết các bài toán vận dụng định nghĩa tích phân.

Nhóm 2: Giải quyết các bài toán vận dụng tính chất của tích phân.

Nhóm 3: Giải quyết các bài toán vận dụng các phương pháp tính tích phân.

Nhóm 4: Giải quyết các bài toán tích phân thông qua hình ảnh trực quan và vận dụng công thức tính diện tích hình phẳng và thể tích khối tròn xoay

Nhóm 5: Vận dụng tích phân để giải quyết các bài toán thực tế trong đời sống xã hội.

Nhóm 6: Giải quyết các bài toán trắc nghiệm khách quan có sự hỗ trợ của máy tính bỏ túi.

Buổi thảo luận được tiến hành theo trình tự như sau:

- Đầu tiên một nhóm lên trình bày, phát kết quả của nhóm cho các nhóm khác.
- Tiếp theo, các nhóm khác đưa ra câu hỏi đối với nhóm vừa trình bày, đề xuất cách giải của nhóm.
- Giáo viên nhận xét và đưa ra kết luận cuối cùng, yêu cầu toàn bộ học sinh ghi nhận.
- Giáo viên có thể trao thưởng cho các nhóm hoàn thành tốt nhiệm vụ, có thể thưởng điểm cao hoặc những món quà ý nghĩa để khích lệ học sinh.
- Giáo viên nhận xét từng học sinh trong sự chuẩn bị và tiếp thu kiến thức.

Buổi thảo luận tiếp theo thì yêu cầu của các nhóm được đổi cho nhau.

2.3.3. Một số bài tập tham khảo

Câu 1: $\int_a^b f(x)dx = 25$, $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $[a; b]$ và $F(b) = 12$. Tính

$F(a)$?

- A. 13 B. -13 C. 27 D. -27

Câu 2: $\int_a^b f'(x)dx = 15$ và $f(b) = 12$. Tính $f(a)$?

- A. -3 B. 3 C. 27 D. -27

Câu 3: $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x+3}$ trên $[0; 1]$ và $F(0) = \ln 3 + 1$. Tính $F(1)$?

- A. $\ln 4$ B. $\ln 4 - 1$ C. $1 - \ln 4$ D. $\ln 4 + 1$

Câu 4: $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = 2x + \cos x$ trên $[0; \frac{\pi}{2}]$ và $F(0) = 2$. Tính $F(\frac{\pi}{2})$?

- A. $\frac{\pi^2}{4} + 2$ B. $\frac{\pi^2}{4} + 3$ C. $\frac{\pi^2}{4} - 2$ D. $\frac{\pi^2}{4} - 3$

Câu 5: Cho tích phân $\int_a^b f(x)dx = 20$. Tính tích phân $\int_{\frac{a}{4}}^{\frac{b}{4}} f(4x)dx$?

- A. 20 B. 10 C. 5 D. 4

Câu 6: Cho tích phân $\int_2^3 f(x)dx = 16$. Tính tích phân $\int_0^1 f(x^2 + 2)x dx$?

- A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

Câu 7: Cho tích phân $\int_0^2 f(x)dx = 16$. Tính tích phân $\int_{-2}^0 f(-x)dx$?

- A. 16 B. -16 C. 8 D. -8

Câu 8: Tính $\int_0^1 (2x - 3 + e^{\sin x})dx + \int_0^1 (3x^2 + 2 - e^{\sin x})dx$?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 9: Tính $\int_0^1 \frac{4x^3}{1+4^{-x}}dx + \int_0^1 \frac{4x^3}{1+4^x}dx$?

- A. -1 B. 0 C. 2 D. 1

Câu 10: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{1+3^x} = a$. Tính $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{1+3^{-x}}$ theo a ?

- A. a B. $a+1$ C. $1-a$ D. $a-1$

Câu 11: Cho $\int_{-2}^2 (|x-2| + |x+2|) dx = a$. Tính $\int_0^2 (|x-2| + |x+2|) dx$ theo a ?

- A. $-\frac{a}{2}$ B. $\frac{a}{2}$ C. $2-a$ D. $a+2$

Câu 12: Cho $I = \int_0^a (x^2 + 3x + 2) dx$. Tìm $a \leq -1$ để biểu thức I đạt giá trị lớn nhất?

- A. -2 B. -1 C. -3 D. $-\frac{2}{3}$

Câu 13: Cho $\int_0^4 |x-m| dx = 4$ ($0 < m < 4$). Tìm giá trị m ?

- A. 1 B. 3 C. 2 D. $\frac{5}{2}$

Câu 14: Cho $\int_1^3 f(x) dx = 10$. Tính $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(2\cos x + 1) \sin x dx$?

- A. 1 B. 3 C. 2 D. 4

Câu 15: Cho $\int_1^2 \frac{2x^2 + x + 3}{x} dx = a + b \ln 2$, a và b là các số nguyên. Tính $a+b$?

- A. 5 B. 7 C. 9 D. 11

Câu 16: Cho $\int_2^3 \frac{1}{x(x+1)} dx = a \ln 3 + b \ln 2$, a và b là các số nguyên. Tính $a+b$?

- A. -1 B. 0 C. -2 D. 3

Câu 17: Cho $\int_1^2 (3x + \ln x) 4x dx = a + b \ln 2$, a và b là các số nguyên. Tính $a-b$?

- A. 10 B. 17 C. 25 D. 15

Câu 18: $f(a) = \int_{-1}^a (x^2 + x) dx$. Giá trị nhỏ nhất của $f(a)$ trên đoạn $[-1; 1]$ là

- A. $\frac{1}{6}$ B. 2 C. $-\frac{5}{6}$ D. $\frac{5}{6}$

Câu 19: Cho $f(1)=12, f'(x)$ liên tục và $\int_1^2 f'(x)dx = 17$. Tính $f(2)$?

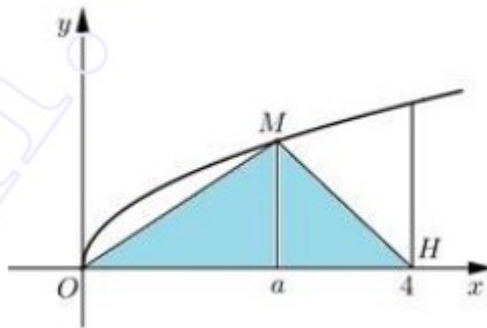
Câu 20: Giả sử $\int_0^2 \frac{1}{2x+1} dx = \ln K$. Tìm giá trị K ?

Câu 21: Giả sử $\int_3^1 \frac{1}{2x+1} dx = \ln K$. Tìm giá trị K ?

Câu 22: Một viên đạn được bắn lên theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu là 25 m/s . gia tốc trọng trường là $9,8 \text{ m/s}^2$. Quãng đường viên đạn đi được từ lúc bắn lên cho đến khi chạm đất là:

- A. $\frac{3125}{98} \text{ m}$ B. $\frac{3125}{49} \text{ m}$ C. $\frac{125}{49} \text{ m}$ D. $\frac{6250}{98} \text{ m}$

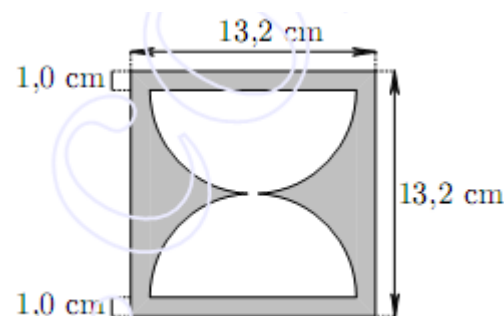
Câu 23: Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 4$, trục hoành. Đường thẳng $x = a$ ($0 < a < 4$) cắt đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ tại M (hình vẽ bên). Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay tạo được khi quay tam giác OMH quanh trục hoành. Tìm a để $V = 2V_1$?



Câu 24:

Một xưởng sản xuất muốn tạo ra những chiếc đồng hồ cát bằng thủy tinh có dạng hình trụ, phần chữ cát là hai nửa hình cầu bằng nhau (hình vẽ bên cạnh). Lượng thủy tinh làm chiếc đồng hồ cát gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau:

- A. $602,2 \text{ cm}^3$ B. $1070,8 \text{ cm}^3$
C. $6021,3 \text{ cm}^3$ D. $711,6 \text{ cm}^3$



2.4. Kết quả thực hiện

Kết quả vận dụng của bản thân:

Chúng tôi đã thực hiện việc áp dụng cách làm này trong nhiều năm với những mức độ khác nhau giữa các lớp trong cùng một khoá học hoặc giữa các lớp ở các khoá học khác nhau.

Đề tài này đã được thực hiện giảng dạy khi tôi tham gia dạy lớp 12C6 năm học 2016-2017 ở trường THPT Nguyễn Xuân Nguyên. Trong quá trình học đề tài này, học sinh thực sự thấy tự tin, tạo cho học sinh niềm đam mê, yêu thích môn toán, mở ra cho học sinh cách nhìn nhận, vận dụng, linh hoạt, sáng tạo các kiến thức đã học, tạo nền cho học sinh tự học, tự nghiên cứu. Kết quả, học sinh tích cực tham gia giải bài tập, nhiều em tiến bộ, nắm vững kiến thức cơ bản, nhiều em vận dụng tốt ở từng bài toán cụ thể. Qua các bài kiểm tra về nội dung này và các bài thi học kỳ, thi thử Cao đẳng, Đại học có nội dung này, tôi nhận thấy nhiều em có sự tiến bộ rõ rệt và đạt kết quả tốt. Cụ thể như sau :

Lớp 12C6 năm học 2016-2017 (Số 42)									
G		K		TB		Y		Kém	
SL	%	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
8	19	20	48	12	29	2	4	0	0

Triển khai trước tổ bộ môn:

Chúng tôi đã đưa đề tài này ra tổ để trao đổi, thảo luận và rút kinh nghiệm. Đa số các đồng nghiệp trong tổ đã đánh giá cao và vận dụng có hiệu quả, tạo được hứng thú cho học sinh và giúp các em hiểu sâu, nắm vững hơn về bản chất hình học cũng như tạo thói quen sáng tạo trong nghiên cứu và học tập. Và cho đến nay, những kinh nghiệm của tôi đã được tổ thừa nhận là có tính thực tiễn và tính khả thi. Hiện nay, chúng tôi tiếp tục xây dựng thêm nhiều ý tưởng để giúp học sinh trường THPT Nguyễn Xuân Nguyên học tập nội dung này một cách tốt nhất để đạt kết quả cao nhất trong các kì thi.

III. KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

3.1. Kết luận

Trong dạy học giải bài tập toán nói chung và dạy học giải bài tập toán tích phân nói riêng, việc xây dựng các bài toán riêng lẻ thành một hệ thống theo một trình tự logic có sự sắp đặt của phương pháp và quy trình giải toán sẽ giúp học sinh dễ dàng tiếp cận với nội dung bài học, đồng thời có thể phát triển tư duy học toán cũng như tạo ra niềm vui và sự hứng thú trong học toán.

Việc chọn trình tự bài tập và phân dạng như trên giúp học sinh dễ tiếp thu hơn và thấy được trong từng bài toán nên áp dụng kiến thức nào cho phù hợp. Mỗi dạng toán tôi chọn một số bài tập để học sinh hiểu cách làm để từ đó làm những bài tập mang tính tương tự và dần nâng cao hơn. Tuy nhiên, vẫn còn một số học sinh không tiến bộ do mất cơ bản, sức ỳ quá lớn hoặc chưa có động cơ, hứng thú trong học tập.

Do đó đây chỉ là những giải pháp trong hàng vạn giải pháp để giúp phát triển tư duy, sự sáng tạo của học sinh. Giáo viên trước hết phải cung cấp cho học sinh nắm chắc các kiến thức cơ bản sau đó là cung cấp cho học sinh cách nhận dạng bài toán, thể hiện bài toán từ đó học sinh có thể vận dụng linh hoạt các kiến thức cơ bản, phân tích tìm ra hướng giải, bắt đầu từ đâu và bắt đầu như thế nào là rất quan trọng để học sinh không sợ khi đứng trước một bài toán khó mà dần dần tạo sự tự tin, gây hứng thú say mê môn toán, từ đó tạo cho học sinh tác phong tự học tự nghiên cứu. Đề tài có thể phát triển và xây dựng thành hệ thống đề thành sách tham khảo cho học sinh và giáo viên.

Rất mong sự đóng góp ý kiến của các bạn quan tâm và đồng nghiệp để đề tài này được đầy đủ hoàn thiện hơn.

3.2. Kiến nghị

Đối với tổ chuyên môn :

Cần có nhiều buổi họp thảo luận về nội dung tích phân, đặc biệt là ứng dụng của tích phân. Khuyến khích học sinh xây dựng bài tập toán liên quan đến những dạng bài tập toán trong bài giảng.

Đối với trường :

Cần bố trí những tiết thảo luận hơn nữa để thông qua đó các học sinh hỗ trợ nhau về kiến thức. Trong dạy học giải bài tập toán, giáo viên cần xây dựng bài giảng thành hệ thống những bài tập có phương pháp và quy trình giải toán.

Đối với ngành giáo dục :

Phát triển và nhân rộng những đề tài có ứng dụng thực tiễn cao, đồng thời viết thành những bộ sách tham khảo cho học sinh và giáo viên.

XÁC NHẬN CỦA THỦ TRƯỞNG
ĐƠN VỊ

Thanh Hoá ngày 29 tháng 5 năm 2017
Tôi xin cam đoan đây là SKKN của

Hiệu trưởng

mình viết, không sao chép nội dung của người khác.

NGƯỜI THỰC HIỆN

Nguyễn Văn Ngọc

Lại Văn Dũng

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. SGK giải tích 12_NXB Giáo dục, Bộ Giáo dục và đào tạo.
- [2]. Sách BT giải tích 12_ NXB Giáo dục, Bộ Giáo dục và đào tạo.
- [3]. Bồi dưỡng giải tích 12.
- [4]. Đề thi thử ĐH- CĐ từ 2000- 2016.
- [5]. Phương pháp giải toán tích phân-NXB Đại Học Quốc gia Hà Nội.
- [6]. Bộ đề trắc nghiệm luyện thi THPT Quốc gia năm 2017- NXB Giáo dục Việt Nam