**PHIẾU SỐ 5 – HÌNH HỌC 9 – TIẾT 25 – DẤU HIỆU NHẬN BIẾT TIẾP TUYẾN CỦA ĐƯỜNG TRÒN**

**TỔ 3 – GV ĐÀO THỊ NGỌC QUỲNH**

1. **Kiến thức cơ bản**

#### Kiến thức cần nhớ



**Định lý 1:** a là tiếp tuyến của (O), A là tiếp điểm ⇒ a  OA.

**Định lý 2:** a cắt (O) tại A. Nếu a  OA thì a là tiếp tuyến của (O).

**Định lý 3:** AM, AN là tiếp tuyến của (O). M, N là 2 tiếp điểm. Khi đó:

* + AM = AN
  + AO là phân giác của 
  + OA là phân giác của 
* **Dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến:**

+ Nếu đường thẳng a vuông góc với bán kính OC tại điểm C của đường tròn (O) thì a là tiếp tuyến của (O)

+ Nếu đường tròn (O) có khoảng cách d từ O đến đường thẳng a thỏa mãn d = R thì a là tiếp tuyến của (O)

**2. Bài tập**

**Bài 1:**Cho tam giác ABC có AB = 3, AC = 4, BC = 5. Vẽ đường tròn (B; BA). Chứng minh rằng AC là tiếp tuyến của đường tròn.

**Bài 2:** Cho đường tròn (0; 13) và dây AB = 24. Trên các tia OA và OB lần lượt lấy các điểm M và N sao cho OM = ON = 33,8. Chứng minh rằng MN là tiếp tuyến của đường tròn (O)

**Bài 3:** Cho tam giác ABC vuông tại A. Vẽ đường tròn (B; BA) và đường tròn (C; CA) chúng cắt nhau tại điểm D khác A. Chứng minh rằng CD là tiếp tuyến của đường tròn (B)

**Bài 4:** Cho đường tròn (O), dây AB khác đường kính. Qua O kẻ đường vuông góc với AB, cắt tiếp tuyến tại A của đường tròn ở điểm C.

1. Chứng minh CB là tiếp tuyến của đường tròn
2. Cho bán kính của đường tròn = 15cm, AB = 24cm. Tính độ dài OC.

**Bài 5:** Cho đường tròn (O), điểm M nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến MD, ME với đường tròn (D, E là tiếp điểm). Qua điểm I thuộc cung nhỏ DE, kẻ tiếp tuyến với đường tròn, cắt MD và ME theo thứ tự ở P và Q. Biết MD = 4cm, tính chu vi tam giác MPQ

**Bài 6:** Cho đường tròn (O), điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (M, N là tiếp điểm)

1. Chứng minh rằng OA MN
2. Vẽ đường kính NOC. Chứng minh rằng MC // AO
3. Tính độ dài các cạnh của tam giác AMN biết OM = 3cm, OA= 5cm

**Bài 7:** Cho đường tròn (O) đường kính AB, dây CD vuông góc với OA tại trung điểm của OA. Gọi M là điểm đối xứng với O qua A. Chứng minh rằng MC là tiếp tuyến của đường tròn.

**Bài 8:** Cho nửa đường tròn đường kính AB, kẻ các tiếp tuyến với đường tròn Ax, By trong cùng một nửa mặt phẳng bờ AB với nửa đường tròn. Lấy điểm C bất kì thuộc nửa đường tròn. Tia AC cắt By tại E và tia BC cắt Ax tại D. Gọi I, K theo thứ tự là trung điểm của AD và BE. Chứng minh IK là tiếp tuyến của đường tròn

**Bài 9:** Cho điểm M bất kì trên nửa đường tròn (O) đường kính AB = 2R, qua điểm H cố định trên đoạn OB, vẽ đường thẳng d vuông góc với AB. Gọi giao điểm của MA, MB và tiếp tuyến tại M của đường tròn(O) với d lần lượt là D, C và I. Gọi E là giao điểm của AC và đường tròn (O). Gọi K là giao điểm của OI và ME. Chứng minh rằng IE là tiếp tuyến của đường tròn (O)

**Bài 10:** Cho đường tròn (O;R) có dây AB < 2R. Gọi M là điểm chính giữa của cung nhỏ AB và C là một điểm thuộc đoạn thẳng AB. Tia MC cắt đường tròn tại điểm thứ 2 là D. Chứng minh rằng MA là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD

**Bài 11:** Cho tam giác ABC cân tại A, đường trung trực của AB cắt BC ở K. Chứng minh rằng Ab là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ACK.

**3.Hướng dẫn giải bài tập**

***Bài 1:***

**Bài 1:**Cho tam giác ABC có AB = 3, AC = 4, BC = 5. Vẽ đường tròn (B; BA). Chứng minh rằng AC là tiếp tuyến của đường tròn

**Hướng dẫn:**

Ta thấy: 

Suy ra tam giác ABC vuông tại A

Vì A thuộc (B; BA) và AB  AC nên AC là tiếp tuyến của đường tròn

**Bài 2:**Cho đường tròn (0; 13) và dây AB = 24. Trên các tia OA và OB lần lượt lấy các điểm M và N sao cho OM = ON = 33,8. Chứng minh rằng MN là tiếp tuyến của đường tròn (O)

**Hướng dẫn:**

Vì OA = OB; OM = ON nên 

Suy ra AB // MN (định lí talet đảo)

Vẽ OH  AB, OH cắt MN tại K thì OKAB

Ta có HA = HB = 12

Áp dụng định lí Py-ta-go vào tam giác vuông AOH, ta tính được OH = 5

∆OAB ~ ∆OMN ⇒ →OK = 13

Do d = R = 13 nên MN là tiếp tuyến của đường tròn (O)

**Bài 3:** Cho tam giác ABC vuông tại A. Vẽ đường tròn (B; BA) và đường tròn (C; CA) chúng cắt nhau tại điểm D khác A. Chứng minh rằng CD là tiếp tuyến của đường tròn (B)

**Hướng dẫn:**

∆ABC = ∆DBC (c.c.c) 

Do 

CD vuông góc với bán kính BD tại D nên CD là tiếp tuyến của đường tròn (B)

**Bài 4:** Cho đường tròn (O), dây AB khác đường kính. Qua O kẻ đường vuông góc với AB, cắt tiếp tuyến tại A của đường tròn ở điểm C.

1. Chứng minh CB là tiếp tuyến của đường tròn
2. Cho bán kính của đường tròn = 15cm, AB = 24cm. Tính độ dài OC

**Hướng dẫn**:

1. Gọi H là giao điểm của CO và AB

Vì OH AB nên AH = BH (tính chất đường kính dây cung)

Suy ra CO là trung trực của AB nên AC = AB

Xét ∆AOC và ∆BOC có:

AC = BC; AO = BO; chung AO

Vậy ∆AOC = ∆BOC (c.c.c) 

Do CB vuông góc với đường kính BO tại B nên CB là tiếp tuyến của đường tròn

1. Áp dụng định lý Py-ta-go ta có: 

Áp dụng hệ thức lượng vào tam giác vuông ACO ta có:



Vậy OC = OH + CH = 9 + 16 = 25 (cm)

**Bài 5:** Cho đường tròn (O), điểm M nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến MD, ME với đường tròn (D, E là tiếp điểm). Qua điểm I thuộc cung nhỏ DE, kẻ tiếp tuyến với đường tròn, cắt MD và ME theo thứ tự ở P và Q. Biết MD = 4cm, tính chu vi tam giác MPQ

**Hướng dẫn :**

Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau: PI = PD và QI = QE; MD = ME

Chu vi tam giác MPQ = MP + PQ + MQ

= MP + PI + IQ + MQ

= MP + PD + QE + MQ

= MD + ME = 8 (cm)

**Bài 6:** Cho đường tròn (O), điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (M, N là tiếp điểm)

1. Chứng minh rằng OA MN
2. Vẽ đường kính NOC. Chứng minh rằng MC // AO
3. Tính độ dài các cạnh của tam giác AMN biết OM = 3cm, OA= 5cm

**Hướng dẫn :**

1. AM = AN, AO là tia phân giác của góc A (tc hai tiếp tuyến cắt nhau tại A)

Tam giác AMN cân tại A, AO là tia phân giác của góc A nên AO 

1. Gọi H là giao điểm của AM và AO.

Ta có MH = NH, CO = ON nên OH là đường trung bình của tam giác MNC

Suy ra HO // MC, do đó MC // AO

1. Ta có: 

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông: AO.HN = AN.NO



Do đó MN = 4,8 (cm)

Vậy AM = AN = 4cm, MN = 4,8cm

**Bài 7:** Cho đường tròn (O) đường kính AB, dây CD vuông góc với OA tại trung điểm của OA. Gọi M là điểm đối xứng với O qua A. Chứng minh rằng MC là tiếp tuyến của đường tròn.

**Hướng dẫn**:

**Gọi trung điểm của OA là I.

Xét ΔACO có: CI vừa là đường cao, vừa là trung tuyến

⇒ ΔACO cân tại C hay CA = CO = R.

Xét ΔMCO có: AM = AO = R và CA = R

⇒ MCO vuông tại C

⇒ Đường MC cắt (O) tại C và có MC ⊥ CO nên MC là tiếp tuyến của (O)

**Bài 8:** Cho nửa đường tròn đường kính AB, kẻ các tiếp tuyến với đường tròn Ax, By trong cùng một nửa mặt phẳng bờ AB với nửa đường tròn. Lấy điểm C bất kì thuộc nửa đường tròn. Tia AC cắt By tại E và tia BC cắt Ax tại D. Gọi I, K theo thứ tự là trung điểm của AD và BE. Chứng minh IK là tiếp tuyến của đường tròn

**Hướng dẫn :**

Gọi O là tâm đường tròn.

∆ACB vuông tại C, suy ra các ∆ACD và ∆BCE vuông tại C.

Do I là trung điểm của cạnh huyền AD nên IA = IC ⇒ 

∆OAC cân đỉnh O nên 

⇒ =  = 900 =

Chứng minh tương tự ta có  = 900

Suy ra I, C, K thẳng hàng và OC  IK tại C

Do đó IK là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AB tại C

**Bài 9:** Cho điểm M bất kì trên nửa đường tròn (O) đường kính AB = 2R, qua điểm H cố định trên đoạn OB, vẽ đường thẳng d vuông góc với AB. Gọi giao điểm của MA, MB và tiếp tuyến tại M của đường tròn(O) với d lần lượt là D, C và I. Gọi E là giao điểm của AC và đường tròn (O). Gọi K là giao điểm của OI và ME. Chứng minh rằng IE là tiếp tuyến của đường tròn (O

**Hướng dẫn:**

Xét ∆ABD có BMAD, DHAB ⇒ C là trực tâm ⇒ ACDB mà AEBE (=900)

Suy ra B, E, D thẳng hàng

Tứ giác AMCH nội tiếp vì =900

⇒ (cùng bù với ) mà MI là tiếp tuyến ⇒ ⇒ 

suy ra ∆MCI cân tại I ⇒ IM = IC **(1)**

Ta có =900 mà 

⇒  suy ra ∆IMC cân tại I ⇒ IM = ID **(2)**

Từ (1) và(2) suy ra ID = IC = IM

∆CDE vuông tại E có IC = ID ⇒ IC = ID = IE

Từ đó ta có IM = IE, OM = OE, OI chung

Suy ra ∆OEI = ∆OMI (c.c.c)

Suy ra ⇒ 

Suy ra IE là tiếp tuyến chung của đường tròn (O)

**Bài 10:** Cho đường tròn (O;R) có dây AB < 2R. Gọi M là điểm chính giữa của cung nhỏ AB và C là một điểm thuộc đoạn thẳng AB. Tia MC cắt đường tròn tại điểm thứ 2 là D. Chứng minh rằng MA là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD

**Hướng dẫn:**

Trên nửa mặt phẳng bờ AC chứa điểm M, vẽ tia Ax là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD ⇒  = 

Mà ⇒ = 

⇒ =  ⇒  = 

Mà AM, Ax nằm cùng nửa mặt phẳng bờ AC nên hai tia AM, Ax trùng nhau.

Vậy AM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD

**Bài 11:** Cho tam giác ABC cân tại A, đường trung trực của AB cắt BC ở K. Chứng minh rằng Ab là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ACK

**Hướng dẫn**:

Các tam giác cân ABC, KBA có chung góc đáy nên 

Tức là 

Ta có Sđ = , từ đó AB là tiếp tuyến của đường tròn