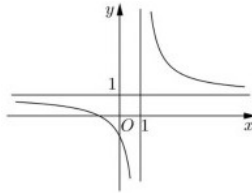


Trắc nghiệm 4 đáp án (Khảo sát hàm số hữu tỉ)
Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Đường con trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$

*B. $y = \frac{x+1}{x-1}$

C. $y = 2x^3 + x^2 + 1$

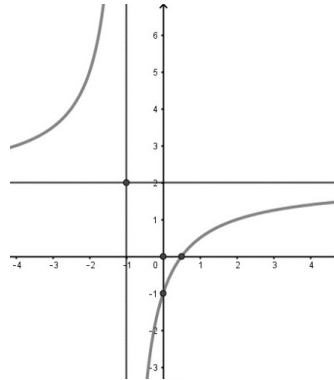
D. $y = \frac{x^2 - 3x - 1}{x - 2}$

Lời giải

Chọn B

Vì từ đồ thị ta suy ra đồ thị của hàm phân thức có tiệm cận đứng và ngang $x=1; y=1$

Câu 2. Cho đường cong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$

B. $y = \frac{2x+3}{x+1}$

*C. $y = \frac{2x-1}{x+1}$

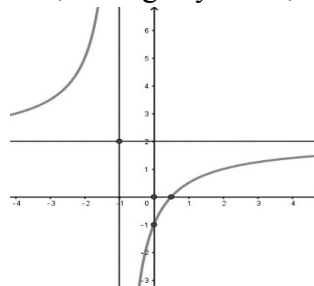
D. $y = \frac{2x-2}{x-1}$

Lời giải

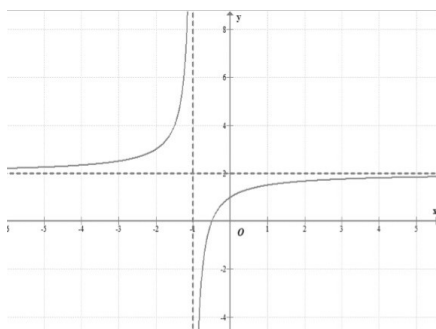
Chọn C

Dựa vào đồ thị suy ra tiệm cận đứng $x=-1$ loại C, D

Đồ thị hàm số giao với trục hoành có hoành độ dương suy ra chọn B



Câu 3. Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$

*B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$

C. $y = \frac{2x-3}{x+1}$

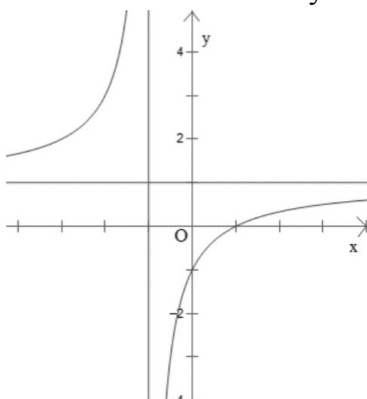
D. $y = \frac{2x+5}{x+1}$

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có tọa độ $(0;1)$ nên chọn phương án B.

Câu 4. Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



*A. $y = \frac{x-1}{x+1}$

B. $y = \frac{-2x+1}{2x+2}$

C. $y = \frac{x^2+3x+1}{x+3}$

D. $y = x^3 - 3x^2$

Lời giải

Chọn A

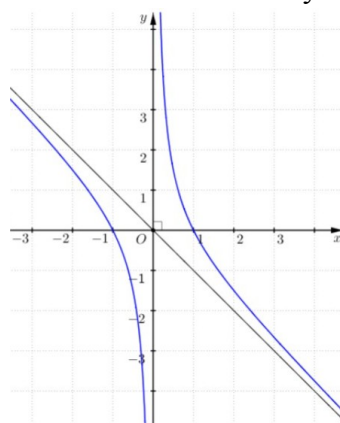
Hình vẽ trên là đồ thị của hàm số dạng $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0; ad - bc \neq 0$) $\Rightarrow$ Loại phương án C, D

Ta thấy: Đồ thị có đường tiệm cận đứng là $x = -1$ và đường tiệm cận ngang là $y = 1$

Phương án B: Đồ thị có đường tiệm cận đứng là $x = -2 \Rightarrow$ loại B

$\Rightarrow$ A đúng.

Câu 5. Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



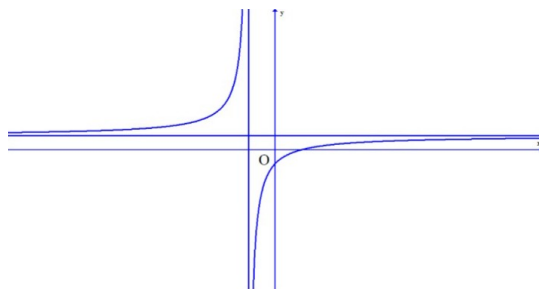
*A. $y = \frac{-x^2+1}{x}$

B. $y = \frac{-2x+1}{2x+2}$

C. $y = \frac{x^2-x+1}{x-1}$

D. $y = x^3 - 3x^2$

Câu 6. Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$ có đồ thị như hình bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y' < 0, \forall x \neq -1$

*B. $y' > 0, \forall x \neq -1$

C. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$

D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Lời giải

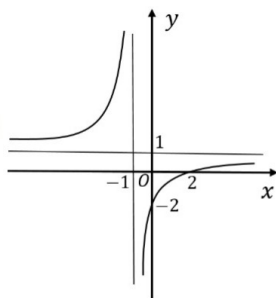
Ta có : $y = \frac{x+a}{x+1}$

$$\Rightarrow y' = \frac{1-a}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$$

Do $a \neq 1$ nên dấu “=” không xảy ra.

Hàm đơn điệu không phụ thuộc vào a .

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là



A. $(0; -2)$

*B. $(2; 0)$

C. $(-2; 0)$

D. $(0; 2)$

Lời giải

Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(2; 0)$.

Câu 8. Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $y = x+1$ và đường cong $y = \frac{2x+4}{x-1}$. Khi đó hoành độ x_I của trung điểm I của đoạn MN bằng bao nhiêu?

A. $x_I = 2$

*B. $x_I = 1$

C. $x_I = -5$

D. $x_I = -\frac{5}{2}$

Lời giải

Chọn B.

Pthdgd $\frac{2x+4}{x-1} = x+1 (x \neq 1) \Leftrightarrow x^2 - 2x - 5 = 0 (*)$

Khi đó $x_I = \frac{x_M + x_N}{2} = 1$

Chú ý: có thể giải (*), tìm được $x_M = 1 + \sqrt{6}, x_N = 1 - \sqrt{6} \Rightarrow x_I = 1$

Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-3}$ có đồ thị (C) và các đường thẳng $d_1: y=2x$, $d_2: y=2x-2$, $d_3: y=3x+3$, $d_4: y=-x+3$. Hỏi có bao nhiêu đường thẳng trong bốn đường thẳng d_1, d_2, d_3, d_4 đi qua giao điểm của (C) và trục hoành.

*A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Ta có (C) cắt trục hoành $(y=0)$ tại điểm $M(-1;0)$.

Trong các đường thẳng d_1, d_2, d_3, d_4 chỉ có $M \in d_3$, có nghĩa là có 1 đường thẳng đi qua $M(-1;0)$.

Câu 10. Biết đường thẳng $y=x-1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{-x+5}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2 . Giá trị $x_1 + x_2$ bằng

A. -1.

B. 3.

*C. 2.

D. 1.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y=x-1$ và đồ thị hàm số $y = \frac{-x+5}{x-2}$ là $x-1 = \frac{-x+5}{x-2}$ (1)

Với $x \neq 2$, phương trình (1) $\Leftrightarrow (x-1)(x-2) = -x+5 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = -x+5$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Đặt $x_1 = -1$, $x_2 = 3$. Khi đó $x_1 + x_2 = -1 + 3 = 2$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	3	$+\infty$
y'		+	0	+	
y	$-\infty$		$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$

Tìm điều kiện của m để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt.

A. $m < 0$.

B. $m > 0$.

C. $0 < m < \frac{27}{4}$.

*D. $m > \frac{27}{4}$.

Lời giải

Để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y=m$ phải cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

Qua bảng biến thiên ta thấy, đường thẳng $y=m$ phải cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt khi $m > \frac{27}{4}$.

Câu 12. Gọi M, N là giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ và đường thẳng $d: y=x+2$. Hoành độ trung điểm I của đoạn MN là

A. $-\frac{5}{2}$.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. 1.

*D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm $x+2 = \frac{x+1}{x-2} \Leftrightarrow x^2 - 4 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 5 = 0$.

Theo Viet suy ra $x_M + x_N = -\frac{b}{a} = 1$.

Suy ra $x_I = \frac{x_M + x_N}{2} = \frac{1}{2}$.

Câu 13. Đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ cắt hai trục Ox và Oy tại A và B . Khi đó diện tích tam giác OAB (O là gốc tọa độ bằng)

- A. 1. B. $\frac{1}{4}$. C. 2. *D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ cắt hai trục Ox tại điểm $A(1;0)$.

Đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ cắt hai trục Oy tại điểm $B(0;-1)$.

Tam giác OAB vuông tại O nên $S_{OAB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot |1| \cdot |-1| = \frac{1}{2}$.

Câu 14. Đường thẳng $y = 2x - 1$ có bao nhiêu điểm chung với đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 - x - 1}{x+1}$?

*A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Lời giải

Điều kiện $x \neq -1$.

Hoành độ giao điểm là nghiệm phương trình $2x - 1 = \frac{x^2 - x - 1}{x+1} \Leftrightarrow \frac{x^2 - 2x}{x+1} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-2 \end{cases}$.

Vì phương trình hoành độ giao điểm có hai nghiệm phân biệt nên đường thẳng $y = 2x - 1$ có hai điểm chung với

đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x - 1}{x+1}$.

Câu 15. Hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 5}{x+2}$ có giá trị cực tiểu bằng:

- A. $-1 - 2\sqrt{3}$. *B. $-1 + 2\sqrt{3}$. C. $1 + 2\sqrt{3}$. D. $1 - 2\sqrt{3}$.

Lời giải

$$y' = \frac{x^2 + 4x + 1}{(x+2)^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 - \sqrt{3} \\ x = -2 + \sqrt{3} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-2-\sqrt{3}$	-1	$-2+\sqrt{3}$	$+\infty$
y'		+	0	-	
y					

$\nearrow$ ct $\searrow$ $\nearrow$ ct $\searrow$

$$\text{Vậy } y_{CT} = \frac{2x_{CT} + 3}{1} = -1 + 2\sqrt{3}$$

Do đó chọn đáp án **B**.

Câu 16. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ có tiệm cận xiên là

- *A. $y = x$. B. $y = -x$. C. $y = x + 1$. D. $y = -x + 1$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (y - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x - 1} = 0, \lim_{x \rightarrow -\infty} (y - x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x - 1} = 0$$

Do đó, đường thẳng $y = x$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số

Câu 17. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x}{x - 1}$. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

- A. $2\sqrt{5}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $6\sqrt{3}$. *D. $2\sqrt{15}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = \frac{x^2 - 2x - 2}{(x - 1)^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 - \sqrt{3} \Rightarrow y_1 = 2x_1 + 2 \\ x_2 = 1 + \sqrt{3} \Rightarrow y_2 = 2x_2 + 2 \end{cases} \quad 219$$

Suy ra khoảng cách giữa hai điểm cực trị:

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{5(x_1 - x_2)^2} = 2\sqrt{15}$$

Vậy chọn đáp án **D**.

Câu 18. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1}$ có đồ thị là (C). Có bao nhiêu điểm trên đồ thị (C) của hàm số có tọa độ là các số nguyên. Chọn câu trả lời đúng.

- A. 2. B. 4. *C. 6. D. 0.

Lời giải

$$\text{Ta có } y = x + \frac{4}{x + 1}$$

$$x, y \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 4 \text{ chia hết cho } x + 1.$$

$$\Leftrightarrow x + 1 \in \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\} \Leftrightarrow x \in \{-2; 0; -3; 1; -5; 3\}$$

Vậy có tất cả 6 điểm nguyên.

Do đó chọn đáp án **C**.

Câu 19. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{1 - x}$ có đồ thị (C). Nếu M là một điểm trên (C) cách đều 2 trục tọa độ thì điểm đó là:

- *A. $\left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ B. (1;1) . C. $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. D. $\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Lời giải

$$\text{Vì } d(M, Ox) = d(M, Oy) \text{ nên } D \text{ bị loại.}$$

Mặt khác, $m \in (C)$ nên B, C bị loại.

Ta có $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right) \in (C)$ và $d(M, Ox) = d(M, Oy) = \frac{3}{2}$.

Do đó chọn đáp án A.

NHÓM CÂU HỎI DÀNH CHO HỌC SINH KHÁ – GIỎI

Câu 20. Cho hàm số $y = \frac{-2x^2 - mx + 2m}{x - 1}$. Tìm hoành độ của điểm cực đại, biết tiệm cận xiên qua điểm $(-3; 3)$. Chọn câu trả lời đúng.

A. $x = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$.

*B. $x = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $x = -1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $x = 2 - \sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có $y = -2x - m - 2 + \frac{m - 2}{x - 1}$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là $y = -2x - m - 2 (m \neq 2)$

Để tiệm cận xiên qua $(-3; 3)$ thì $3 = -2(-3) - m - 2 \Leftrightarrow m = 1$.

Với $m = 1$, ta có: $y' = \frac{-2x^2 + 4 - 1}{(x - 1)^2}$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} & (\text{ct}) \\ x = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} & (\text{cd}) \end{cases}$$

Vậy chọn đáp án B.

Câu 21. Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + 2(m+1)x - 5}{x - 1}$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có cực đại, cực tiểu

*A. $m < 4$ B. $m > 4$ C. $m = 4$ D. $m \in \mathbb{R}$

Lời giải

$$y = \frac{-x^2 + 2(m+1)x - m - 5}{x - 1}$$

$$y' = \frac{-x^2 + 2x - 2m - 2 + m + 5}{(x - 1)^2} = \frac{-x^2 + 2x - m + 3}{(x - 1)^2}$$

Hàm số y có cực đại cực tiểu khi phương trình $-x^2 + 2x - m + 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt
 $\Leftrightarrow \Delta' = 1 - m + 3 = 4 - m > 0 \Leftrightarrow m < 4, x = 1$ không phải là nghiệm của phương trình
 $y' = 0 \Leftrightarrow -1 + 2 - m + 3 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 4$

Điều kiện sau cùng: $m < 4$

Vậy chọn đáp án A

Câu 22. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - mx + 2m}{x + m} (C_m)$. Có bao nhiêu đồ thị (C_m) đi qua điểm $(0, 1)$. Chọn câu trả lời đúng.

A. Đúng 1 đường.

B. Đúng 2 đường.

*C. Không có đường nào.

D. Có vô số đường.

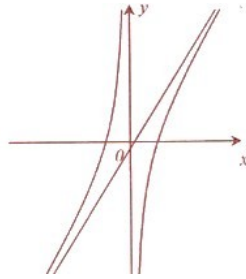
Lời giải

Ta có $x = 0$. Suy ra $y = \frac{2m}{m} = 2 \neq 1$

Vậy không có (C_m) nào qua $(0,1)$

Do đó chọn đáp án C.

Câu 23. Cho hàm số $y = ax + b - \frac{r}{x} (abr \neq 0)$ và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Các hệ số a, b, r phải thỏa mãn điều kiện nào dưới đây.

*A. $\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \\ r > 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ r < 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \\ r > 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ r > 0 \end{cases}$

Lời giải

Ta có $y' = a + \frac{r}{x^2}$

Vì đồ thị (C) không có cực trị nên $a.r > 0$.

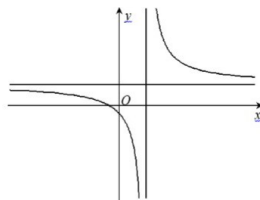
Do đó B và C bị loại.

Mặt khác, theo hình vẽ tiệm cận xiên cắt Oy tại $(0, b)$ nên $b < 0$.

Do đó D bị loại.

Vậy chọn đáp án là A.

Câu 24. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như sau.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $ac > 0; bd > 0$

B. $ab < 0; cd < 0$

*C. $bc > 0; ad < 0$

D. $ad > 0; bd < 0$

Lời giải

Theo đồ thị:

$$y = \frac{a}{c} > 0 \quad (1)$$

Tiệm cận ngang:

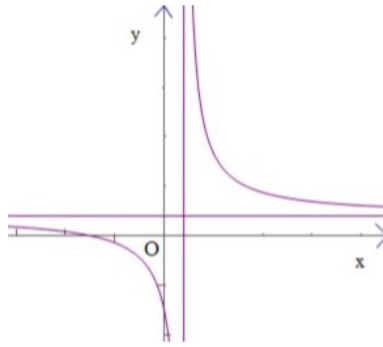
$$x = -\frac{d}{c} > 0 \Rightarrow \frac{d}{c} < 0 \quad (2)$$

Tiệm cận đứng:

$$y = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow \frac{b}{a} > 0 \quad (3)$$

$$y = \frac{(a-1)x+b}{(c-1)x+d}, d < 0$$

Câu 25. Cho hàm số có đồ thị như hình trên. Khẳng định nào dưới đây là đúng?



- A. $a > 1, b > 0, c < 1$.
 B. $a > 1, b < 0, c > 1$.
 C. $a < 1, b > 0, c < 1$.
 *D. $a > 1, b > 0, c > 1$.

Lời giải

Theo bài ra, đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = -\frac{d}{c-1}$.

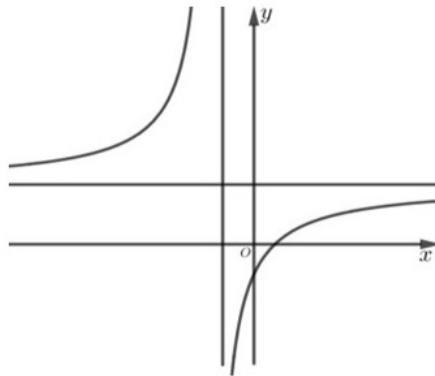
Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là: $y = \frac{a-1}{c-1}$.

Nhìn đồ thị ta thấy: $x = -\frac{d}{c-1} > 0$ mà $d < 0 \Rightarrow c-1 > 0 \Rightarrow c > 1$.

$$y = \frac{a-1}{c-1} > 0 \Rightarrow a-1 > 0 \Rightarrow a > 1$$

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $\frac{b}{d} < 0 \Rightarrow b > 0$.

Câu 26. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như trong hình bên dưới. Biết rằng a là số thực dương, hỏi trong các số b, c, d có tất cả bao nhiêu số dương?



- A. 1. *B. 2. C. 0. D. 3.

Lời giải

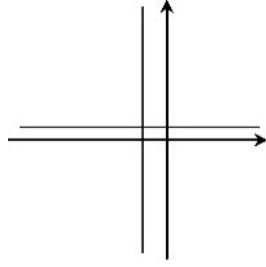
Chọn B

Nhìn vào đồ thị ta thấy

- tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$ nằm trên trục hoành nên $c > 0$ (vì $a > 0$)
- tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$ nằm bên trái trục tung nên $-\frac{d}{c} < 0$. Suy ra $d > 0$ (vì $c > 0$)
- giao điểm của đồ thị và trục tung nằm bên dưới trục hoành nên $\frac{b}{d} < 0$.
 Suy ra $b < 0$ (vì $d > 0$)

Vậy $c > 0, d > 0$

Câu 27. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



A. $\begin{cases} ad < 0 \\ bc > 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} ad < 0 \\ bc < 0 \end{cases}$

*C. $\begin{cases} ad > 0 \\ bc < 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} ad > 0 \\ bc > 0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Nhận xét từ đồ thị:

+ Giao với trục hoành tại $x_0 = -\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow a$ và b trái dấu (1).

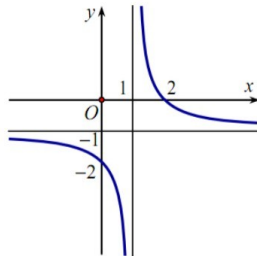
+ Giao với trục tung tại $y_0 = \frac{b}{d} < 0 \Rightarrow b$ và d trái dấu (2).

+ Tiệm cận đứng: $x = -\frac{d}{c} < 0 \Rightarrow d$ và c cùng dấu (3).

Từ (1) và (2) suy ra: a và d cùng dấu hay $ad > 0$.

Từ (2) và (3) suy ra: b và c trái dấu hay $bc < 0$.

Câu 28. Cho hàm số $y = \frac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Khẳng định nào sau đây đúng?

*A. $b < a < 0$.

B. $a < b < 0$.

C. $b > a$ và $a < 0$.

D. $a < 0 < b$.

Lời giải

Chọn A

Ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = -1$ suy ra $a = -1$.

Do đồ thị hàm số đi qua điểm $(2;0)$ nên $2a - b = 0 \Leftrightarrow -2 - b = 0 \Leftrightarrow b = -2$.

Vậy $b < a < 0$.

Câu 29. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+1}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'		+	+
y	2	$+\infty$	2
		$-\infty$	

Tập các giá trị b là tập nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

A. $b^3 - 8 \leq 0$.

B. $-b^2 + 4 > 0$.

C. $b^2 - 3b + 2 < 0$.

*D. $b^3 - 8 < 0$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+1}$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -\frac{1}{c}$ và đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \frac{a}{c}$.

Nhìn vào bảng biến thiên, ta thấy $-\frac{1}{c} = -1 \Rightarrow c = 1$ và $\frac{a}{c} = 2 \Rightarrow a = 2$ (vì $c = 1$).

Ta có $y' = \frac{a-bc}{(cx+1)^2}$.

Vì hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$ nên

$$y' = \frac{a-bc}{(bx+c)^2} > 0 \Leftrightarrow a-bc > 0 \Leftrightarrow 2-b > 0 \Leftrightarrow b < 2 \Leftrightarrow b^3 < 8 \Leftrightarrow b^3 - 8 < 0$$

Vậy tập các giá trị b là tập nghiệm của bất phương trình $b^3 - 8 < 0$.

Câu 30. Cho hàm số $y = \frac{ax-1}{bx+c}$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	-1	$+\infty$	-1

Hỏi trong ba số a, b, c có bao nhiêu số dương?

A. 0.

B. 3.

*C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

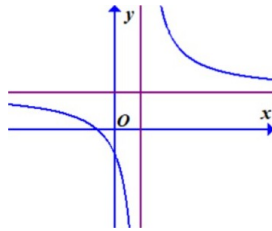
Cho $x = 0 \Rightarrow y = \frac{-1}{c} < 0 \Leftrightarrow c > 0$.

Đường tiệm cận đứng $x = \frac{-c}{b} = 2 \Rightarrow c = -2b \Rightarrow b < 0$ (do $c > 0$).

Tiệm cận ngang $y = \frac{a}{b} = -1 \Leftrightarrow a = -b \Rightarrow a > 0$ (do $b < 0$).

Khi đó $\begin{cases} b < 0 \\ a > 0. \\ c > 0 \end{cases}$

Câu 31. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới, trong đó $d < 0$. Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?



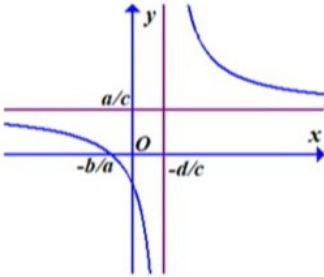
A. 0.

B. 1.

C. 2.

*D. 3.

Lời giải



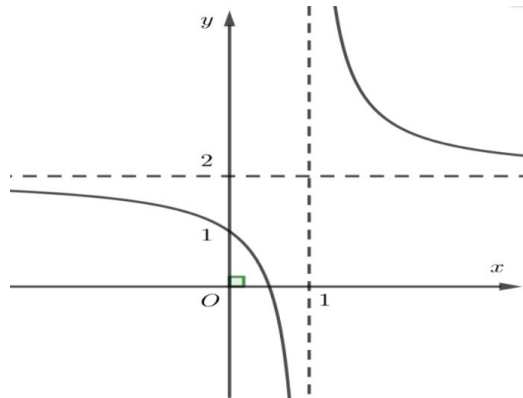
Đồ thị có tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$ mà $-\frac{d}{c} > 0 \Rightarrow c > 0$.

Đồ thị có tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$ mà $\frac{a}{c} > 0 \Rightarrow a > 0$.

Đồ thị cắt trục Ox mà tại điểm có hoành độ $-\frac{b}{a}$ mà $-\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow b > 0$.

Vậy trong các số a, b, c có 3 số dương.

Câu 32. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+2}{bx+c}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như sau:



Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $b < a < 0 < c$.

B. $b < 0 < a < c$.

*C. $a < b < 0 < c$.

D. $b < 0 < c < a$.

Lời giải

Chọn C

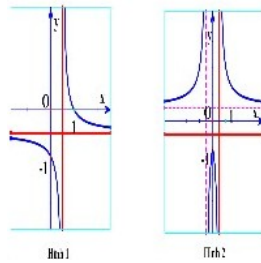
Khi $x=0 \Rightarrow y = \frac{2}{c} = 1 \Rightarrow c = 2$

Tiệm cận đứng $x = -\frac{c}{b} = 1 \Rightarrow -\frac{2}{b} = 1 \Rightarrow b = -2$

Tiệm cận ngang $y = \frac{a}{b} = 2 \Rightarrow \frac{a}{-2} = 2 \Rightarrow a = -4$

Vậy $a < b < 0 < c$.

Câu 33. Cho hàm số $y = \frac{-x+1}{2x-1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \left| \frac{-x+1}{2x-1} \right|$

*B. $y = \frac{|x|+1}{2|x|-1}$

C. $y = \frac{|-x+1|}{2x-1}$

D. $y = \frac{-x+1}{|2x-1|}$

Lời giải

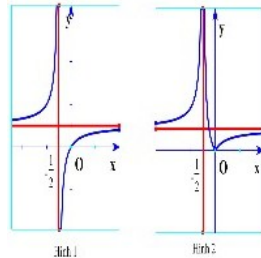
Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

Toàn bộ đồ thị phía bên phải Oy được giữ nguyên

Sau đó, được lấy đối xứng sang trái.

Chọn đáp án B.

Câu 34. Cho hàm số $y = \frac{x}{2x+1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x}{2|x|+1}$

B. $y = \frac{|x|}{2|x|+1}$

*C. $y = \left| \frac{x}{2x+1} \right|$

D. $y = \left| \frac{|x|}{2|x|+1} \right|$

Lời giải

Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

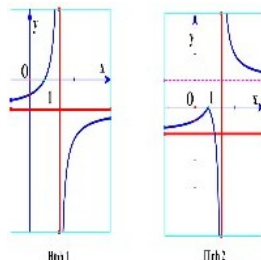
Toàn bộ đồ thị phía trên Ox giữ nguyên

Toàn bộ phần phía dưới Ox được lấy đối xứng lên trên

$\Rightarrow$ dạng $|f(x)|$.

Chọn đáp án C.

Câu 35. Cho hàm số $y = \frac{-x+1}{x-2}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \left| \frac{-x+1}{x-2} \right|$

B. $y = \frac{|x|+1}{|x|-2}$

*C. $y = \frac{|-x+1|}{x-2}$

D. $y = \frac{-x+1}{|x-2|}$

Lời giải

Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

Toàn bộ đồ thị phía bên trái đường thẳng $x=1$ được giữ nguyên

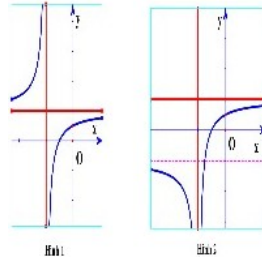
Toàn bộ đồ thị phía bên phải đường thẳng $x=1$ lấy đối xứng qua Ox

Chọn đáp án C.

$$y = \frac{|-x+1|}{x-2} = \begin{cases} \frac{-x+1}{x-2}, & x \leq 1 \\ -\frac{-x+1}{x-2}, & x > 1 \end{cases}$$

Chú ý:

Câu 36. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{|x+1|}{x+2}$

B. $y = \frac{|x|+1}{|x|+2}$

C. $y = \frac{|x+1|}{x+2}$

***D.** $y = \frac{x+1}{|x+2|}$

Lời giải

Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

Toàn bộ đồ thị phía bên phải đường thẳng $x = -2$ được giữ nguyên

Toàn bộ đồ thị phía bên trái đường thẳng $x = -2$ lấy đối xứng qua Ox

Chọn đáp án D.

Câu 37. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = -2x + m$ cắt đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt là.

***A.** $(-\infty; 5 - 2\sqrt{6}) \cup (5 + 2\sqrt{6}; +\infty)$

B. $(-\infty; 5 - 2\sqrt{6}] \cup [5 + 2\sqrt{6}; +\infty)$

C. $(5 - 2\sqrt{3}; 5 + 2\sqrt{3})$

D. $(-\infty; 5 - 2\sqrt{3}) \cup (5 + 2\sqrt{3}; +\infty)$

Lời giải

Điều kiện $x \neq 2$

Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{x+1}{x-2} = -2x + m \Leftrightarrow 2x^2 - (m+3)x + 2m+1 = 0 (*)$

Theo yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 2.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m+3)^2 - 4 \cdot 2(2m+1) > 0 \\ 8 - 2(m+3) + 2m+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 10m + 1 > 0 \\ 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 5 - 2\sqrt{6} \text{ hoặc } m > 5 + 2\sqrt{6}$$

Câu 38. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = 2x - 3$. Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm A và B . Khoảng cách giữa A và B là

A. $AB = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

B. $AB = \frac{5}{2}$

***C.** $AB = \frac{5\sqrt{5}}{2}$

D. $AB = \frac{2}{5}$

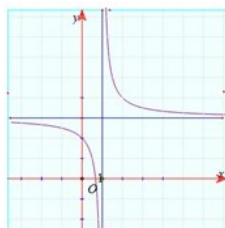
Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d

$$\frac{2x-1}{x+1} = 2x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ 2x^2 - 3x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \Rightarrow y=1 \\ x=-\frac{1}{2} \Rightarrow y=-4 \end{cases} \Rightarrow A(2;1), B\left(-\frac{1}{2};-4\right)$$

Ta có $\overline{AB} = \left(-\frac{5}{2}; -5\right)$. Suy ra $AB = \frac{5\sqrt{5}}{2}$. Vậy chọn $AB = \frac{5\sqrt{5}}{2}$.

Câu 39. Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{3x-2}{x-1}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\frac{|3x-2|}{x-1} = m$ có hai nghiệm thực dương?



*A. $-2 < m < 0$.

B. $m < -3$.

C. $0 < m < 3$.

D. $m > 3$.

Lời giải

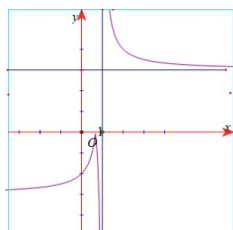
Số nghiệm của phương trình $\frac{|3x-2|}{x-1} = m$ bằng số giao điểm của đồ thị $y = \frac{|3x-2|}{x-1}$ (C') và đường thẳng $y = m$ (d).

Do $\frac{|3x-2|}{x-1} = \begin{cases} \frac{3x-2}{x-1} & \text{khi } x \geq \frac{2}{3} \\ -\frac{3x-2}{x-1} & \text{khi } x < \frac{2}{3} \end{cases}$ nên đồ thị (C') có được bằng cách

Giữ nguyên phần đồ thị $y = \frac{3x-2}{x-1}$ ứng với phần $x \geq \frac{2}{3}$.

Lấy đối xứng qua trục Ox phần đồ thị $y = \frac{3x-2}{x-1}$ ứng với phần $x < \frac{2}{3}$.

Hợp của hai phần đồ thị là (C').



Từ đồ thị ta có phương trình $\frac{|3x-2|}{x-1} = m$ có hai nghiệm dương phân biệt khi $-2 < m < 0$

Câu 40. Đường thẳng $y = x + 2m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi

*A. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 3 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 3 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} m < -3 \\ m > 1 \end{cases}$.

D. $-3 < m < 1$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho

$\frac{x-3}{x+1} = x+2m \Leftrightarrow \begin{cases} (x+2m)(x+1) = x-3 \\ x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 + 2mx + 2m + 3 = 0 \quad (*)$. (vì khi $x = -1$ thì phương trình trở thành $0 = -4$ vô lý).

Để đồ thị của hai hàm số đã cho cắt nhau tại hai điểm phân biệt thì phương trình $(*)$ phải có hai nghiệm phân biệt. Khi đó m phải thỏa mãn $\Delta_{(*)} > 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 3 \end{cases}$.

Vậy tập hợp các giá trị của tham số m là $\begin{cases} m < -1 \\ m > 3 \end{cases}$.

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = 2x + m$ cắt đồ thị của hàm số $y = \frac{x+3}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt.

- *A. $m \in (-\infty; +\infty)$ B. $m \in (-1; +\infty)$ C. $m \in (-2; 4)$ D. $m \in (-\infty; -2)$

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x+3}{x+1} = 2x+m \quad (*)$, với điều kiện xác định $x \neq -1$.

Biến đổi $(*)$ về thành: $2x^2 + (m+1)x + m - 3 = 0 \quad (**)$.

Theo yêu cầu đề bài, phương trình $(**)$ cần có hai nghiệm phân biệt khác -1 , tức là:

$$\begin{cases} D = (m+1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (m-3) > 0 \\ 2 \cdot (-1)^2 + (m+1) \cdot (-1) + m - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m + 25 > 0 \\ -2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; +\infty).$$

Câu 42. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{1-x} \quad (C)$ và đường thẳng $d: y = x + m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại 2 điểm phân biệt

- A. $m > -1$. B. $-5 < m < -1$.
C. $m < -5$. *D. $m < -5$ hoặc $m > -1$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \frac{2x-1}{1-x}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lập phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x-1}{1-x} = x+m \quad (x \neq 1)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 = x+m-x^2-mx \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + (m+1)x - (m+1) = 0 \quad (*) \\ x \neq 1 \end{cases}$$

Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại 2 điểm phân biệt

$$\Leftrightarrow \text{phương trình } (*) \text{ có 2 nghiệm phân biệt } x \neq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 1^2 + (m+1) - (m+1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 6m + 5 > 0 \\ 1 \neq 0 \quad (\forall m) \end{cases} \Leftrightarrow m < -5 \text{ hoặc } m > -1.$$

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đường thẳng $y = -3x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A và B sao cho trọng tâm tam giác OAB (O là gốc tọa độ) thuộc đường thẳng $x - 2y - 2 = 0$?

A. 2.

B. 1.

*C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm: $-3x + m = \frac{2x+1}{x-1}$ (*)

Với điều kiện $x \neq 1$, (*) $\Leftrightarrow 3x^2 - (m+1)x + m+1 = 0$ (1)

Đường thẳng $y = -3x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A và B khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1, điều kiện:

$$\begin{cases} (m+1)^2 - 12(m+1) > 0 \\ 3 \cdot 1^2 - (m+1) \cdot 1 + m+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 10m - 11 > 0 \\ 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 11 \end{cases} (**)$$

Không mất tính tổng quát, giả sử $A(x_1; -3x_1 + m)$, $B(x_2; -3x_2 + m)$ với x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt

phương trình (1). Theo Vi-et ta có: $x_1 + x_2 = \frac{m+1}{3}$.

Gọi M là trung điểm AB , ta có: $M\left(\frac{m+1}{6}; \frac{m-1}{2}\right)$. Giả sử $G(x; y)$ là trọng tâm tam giác OAB , ta có

$$\begin{cases} OG = \frac{2}{3}OM \\ \begin{cases} x = \frac{2}{3} \cdot \frac{m+1}{6} \\ y = \frac{2}{3} \cdot \frac{m-1}{2} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{m+1}{9} \\ y = \frac{m-1}{3} \end{cases} \text{ Vậy } G\left(\frac{m+1}{9}; \frac{m-1}{3}\right)$$

Mặt khác, điểm G thuộc đường thẳng $x - 2y - 2 = 0$ nên ta có: $\frac{m+1}{9} - 2 \cdot \frac{m-1}{3} - 2 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{11}{5}$ (thỏa mãn (**)). Do đó không có giá trị nguyên dương của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 44. Cho hàm số $y = \frac{2x}{x-1}$ có đồ thị là (C) . Tìm tập hợp tất cả các giá trị $a \in \mathbb{R}$ để qua điểm $M(0; a)$ có thể kẻ được đường thẳng cắt (C) tại hai điểm phân biệt đối xứng nhau qua điểm M .

*A.

$(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$

B.

$(3; +\infty)$

C.

$(-\infty; 0)$

D.

$(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng có hệ số góc k đi qua điểm $M(0; a)$ có dạng $y = kx + a$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng $y = kx + a$ là:

$$\frac{2x}{x-1} = kx + a \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ 2x = kx^2 - kx + ax - a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ kx^2 + (a - k - 2)x - a = 0 (*) \end{cases}$$

Ta cần tìm điều kiện của a để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ khác 1 và thỏa mãn $\frac{x_1 + x_2}{2} = 0 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 0$

$$\begin{cases} k \neq 0 \\ (a - k - 2)^2 + 4ka > 0 \\ k \cdot 1^2 + (a - k - 2) \cdot 1 - a \neq 0 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ (a - k - 2)^2 + 4ka > 0 \\ -2 \neq 0 \\ \frac{k + 2 - a}{k} = 0 \end{cases}$$

Điều kiện này tương đương với

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ k = a - 2 \\ 4(a - 2)a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 2 \neq 0 \\ k = a - 2 \\ a \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty) \Rightarrow a \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty) \end{cases}$$

Câu 45. Cho là đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$. Tìm k để đường thẳng $d: y = kx + 2k + 1$ cắt tại hai điểm phân biệt A, B sao cho khoảng cách từ A đến trục hoành bằng khoảng cách từ B đến trục hoành.

- A. 1. B. $\frac{2}{5}$ *C. -3. D. -2.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{2x+1}{x+1} = kx + 2k + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \text{ (lđ)} \\ kx^2 + (3k - 1)x + 2k = 0 \quad (1) \end{cases}$$

Ycbt tương đương có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $|kx_1 + 2k + 1| = |kx_2 + 2k + 1|$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ \Delta = k^2 - 6k + 1 > 0 \\ k(x_1 + x_2) + 4k + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ k^2 - 6k + 1 > 0 \\ 1 - 3k + 4k + 2 = 0 \Leftrightarrow k = -3 \end{cases} \Leftrightarrow k = -3.$$

Câu 46. Tìm điều kiện của m để đường thẳng $y = mx + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt.

- A. $(-\infty; 0] \cup [16; +\infty)$ B. $(16; +\infty)$ C. $(-\infty; 0)$ *D. $(-\infty; 0) \cup (16; +\infty)$

Lời giải

Chọn D

Hoành độ giao điểm là nghiệm của phương trình: $\frac{x-3}{x+1} = mx + 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 = (mx + 1)(x + 1) \\ x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 + mx + 4 = 0 \quad (*) \\ x \neq -1 \end{cases}$$

Để đường thẳng $y = mx + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt thì phương trình (*) có hai

nghiệm phân biệt khác -1 hay $\begin{cases} \Delta > 0 \\ m(-1)^2 + m(-1) + 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 16m > 0 \\ 4 \neq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow m \in (-\infty; 0) \cup (16; +\infty)$$

Câu 47. Để đường thẳng $d: y = x - m + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{x-1}$ (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho độ dài AB ngắn nhất thì giá trị của m thuộc khoảng nào?

A. $m \in (-4; -2)$

B. $m \in (2; 4)$

C. $m \in (-2; 0)$

*D. $m \in (0; 2)$

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C):

$$\frac{2x}{x-1} = x - m + 2 \Leftrightarrow x^2 - (m+1)x + m - 2 = 0 \quad (*)$$

(vì $x=1$ không phải là nghiệm).

Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm phân biệt:

$\Leftrightarrow$ Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

$$\Leftrightarrow \Delta = (m+1)^2 - 4(m-2) = (m-1)^2 + 8 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$$

Theo định lý Vi-et ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m+1 \\ x_1 \cdot x_2 = m-2 \end{cases}$$

Khi đó $A(x_1; x_1 - m + 2), B(x_2; x_2 - m + 2)$

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (x_2 - m + 2 - x_1 + m - 2)^2} = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2} \sqrt{(x_2 + x_1)^2 - 4x_1x_2}$$

$$= \sqrt{2} \sqrt{(m-1)^2 + 8} \geq 4$$

$$AB \text{ nhỏ nhất} \Leftrightarrow AB = 4 \Leftrightarrow m = 1$$

Câu 48. Gọi (H) là đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$. Điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc (H) có tổng khoảng cách đến hai đường tiệm cận là nhỏ nhất, với $x_0 < 0$ khi đó $x_0 + y_0$ bằng

*A. -1.

B. -2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

Dễ thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $d_1: x = -1$ và tiệm cận ngang $d_2: y = 2$.

$$M \in (H) \Rightarrow M \left(x_0; \frac{2x_0+3}{x_0+1} \right)$$

Do

$$d(M, d_1) + d(M, d_2) = |x_0 + 1| + \left| \frac{2x_0+3}{x_0+1} - 2 \right| = |x_0 + 1| + \left| \frac{1}{x_0+1} \right| \geq 2$$

Xét

$$|x_0 + 1| = \left| \frac{1}{x_0+1} \right| \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = -2 \end{cases}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

Theo đề bài, ta có $x_0 < 0$ nên nhận $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = 1$.

$$\text{Vậy } x_0 + y_0 = -1$$

Câu 49. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{-2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB \leq 2\sqrt{2}$. Tổng giá trị các phần tử của S bằng

*A. -6. B. -27. C. 9. D. 0.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{-2x+1}{x+1} = -x + m$ (1)

Điều kiện: $x \neq -1$.

Phương trình (1) $\Leftrightarrow \frac{-2x+1}{x+1} = -x + m$

$\Leftrightarrow -2x+1 = (-x+m)(x+1)$

$\Leftrightarrow -x^2 + (m+1)x + m - 1 = 0$ (2).

Để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{-2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt A, B thì phương trình (2)

có 2 nghiệm phân biệt khác -1 $\Leftrightarrow \begin{cases} D > 0 \\ -1 \neq x_1, x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 6m - 3 > 0 \\ m \neq -3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m \in (-\infty; -3 - 2\sqrt{3}) \cup (-3 + 2\sqrt{3}; +\infty)$ (3).

Gọi $A(x_A; -x_A + m), B(x_B; -x_B + m)$ là tọa độ giao điểm:

Theo đề ta có:

$AB \leq 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (-x_B + m - (-x_A + m))^2} \leq 2\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow 2(x_B - x_A)^2 = 8 \Leftrightarrow x_B^2 - 2x_A x_B + x_A^2 - 4 \leq 0$

$\Leftrightarrow (x_A + x_B)^2 - 4x_A x_B - 4 \leq 0$

$\Leftrightarrow (m+1)^2 - 4(1-m) - 4 < 0$

$\Leftrightarrow m^2 + 6m - 7 < 0 \Leftrightarrow m \in (-7; 1)$ (4)

Từ (3) và (4) ta có $m \in (-7; -3 - 2\sqrt{3}) \cup (-3 + 2\sqrt{3}; 1)$.

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-6; 0\}$

Chọn **A**.

Câu 50. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = -x + m$ (m là tham số). Tìm m để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt.

*A. $\begin{cases} m > 7 \\ m < -1 \end{cases}$ B. $-1 < m < 7$ C. $\begin{cases} m \geq 7 \\ m \leq -1 \end{cases}$ D. $-1 \leq m \leq 7$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm là $\frac{2x+2}{x-1} = -x + m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 + (1-m)x + 2+m = 0 \end{cases}$ (1)

Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 - 6m - 7 > 0 \\ 1^2 + (1-m)1 + 2 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 7 \\ m < -1 \end{cases}$$

Câu 51. Tìm m để đường thẳng $y = 2x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x+1}$ tại hai điểm A, B sao cho độ dài AB là nhỏ nhất.

A. 2.

B. 1.

C. -1.

*D. 3.

Lời giải

Gọi hàm số $y = \frac{x+3}{x+1}$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $y = 2x + m$ có đồ thị là (d) .

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d) : $\frac{x+3}{x+1} = 2x + m, \forall x \neq -1$.

$$\Leftrightarrow x + 3 = 2x^2 + 2x + mx + m \Leftrightarrow 2x^2 + (m+1)x + m - 3 = 0, \forall x \neq -1 \quad (1)$$

Để (d) cắt (C) tại hai điểm $A, B \Leftrightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ g(-1) \neq 0 \end{cases} \text{ với } g(x) = 2x^2 + (m+1)x + m - 3$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (m-3) > 0 \\ -2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 6m + 25 > 0, \forall m.$$

Giả sử hoành độ giao điểm của (C) và (d) là x_1, x_2 . Khi đó $A(x_1; 2x_1 + m) B(x_2; 2x_2 + m)$.

Theo hệ thức Vi-ét ta có $x_1 + x_2 = -\frac{m+1}{2}; x_1 x_2 = \frac{m-3}{2}$

Ta có $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (2x_2 - 2x_1)^2} = \sqrt{5(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{5(x_1 + x_2)^2 - 20x_1 x_2}$

$$AB = \sqrt{5 \cdot \left(\frac{m+1}{2}\right)^2 - 20 \cdot \frac{m-3}{2}} = \sqrt{\frac{5m^2 + 10m + 5 - 40m + 120}{4}} = \frac{\sqrt{5(m-3)^2 + 80}}{2} \geq 2\sqrt{5}.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $m = 3$.

Vậy $m = 3$ thì độ dài AB đạt giá trị nhỏ nhất bằng $2\sqrt{5}$.

----HẾT----