SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẢNG NAM	KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NĂM HỌC 2021-2022
ĐỀ CHÍNH THỨC	Môn thi: **TOÁN (Chuyên Tin)** Thời gian: **150 phút** *(không kể thời gian giao đề)* Khóa thi ngày: **03-05/6/2021**

Câu 1. (1,5 điểm)

Cho biểu thức $P = \dfrac{1}{\sqrt{x}-2} + \dfrac{1}{\sqrt{x}+2} + \dfrac{4}{x-4}$ (với $x \ge 0,\ x \ne 4$).

Rút gọn biểu thức P và tìm tất cả các giá trị của *x* sao cho $P = 1$.

Câu 2. (1,0 điểm)

Cho phương trình $x^4 - 7x^3 + (m+2)x^2 - 2021x + m = 0\ (*)$, với *m* là tham số nguyên.

Chứng minh rằng $x = 1$ không phải là nghiệm của phương trình (*) và phương trình này có không quá một nghiệm nguyên.

Câu 3. (1,0 điểm)

Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x + m$ (*m* là tham số). Tìm *m* để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ thỏa mãn $x_1x_2 + y_1y_2 = 6$.

Câu 4. (2,0 điểm)

a) Giải phương trình $\sqrt{x+2} = 2x + 1$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ xy - 3y^2 = -1 \end{cases}$.

Câu 5. (3,5 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC (AB < AC) có E, F lần lượt là trung điểm của AB và AC. Hai đường trung trực của hai cạnh AB, AC cắt nhau tại O. Gọi (I_1) là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABO và (I_2) là đường tròn ngoại tiếp tam giác ACO. Kẻ các đường kính OP của (I_1) và OQ của (I_2).

a) Chứng minh tứ giác AEOF nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh hai tam giác OEF và OQP đồng dạng.

c) Cạnh AC cắt đường tròn (I_1) tại D (D khác A). Tiếp tuyến của (I_1) tại P và tiếp tuyến của (I_2) tại Q cắt nhau tại T. Chứng minh ba điểm O, D, T thẳng hàng.

Câu 6. (1,0 điểm)

Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = ab + bc + ca$.

--------------- HẾT ---------------

Họ và tên thí sinh:.. *Số báo danh:* ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **QUẢNG NAM**	**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN** **NĂM HỌC 2021-2022**
HDC CHÍNH THỨC	**HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN CHUYÊN TIN**

(Bản hướng dẫn này gồm 04 trang)

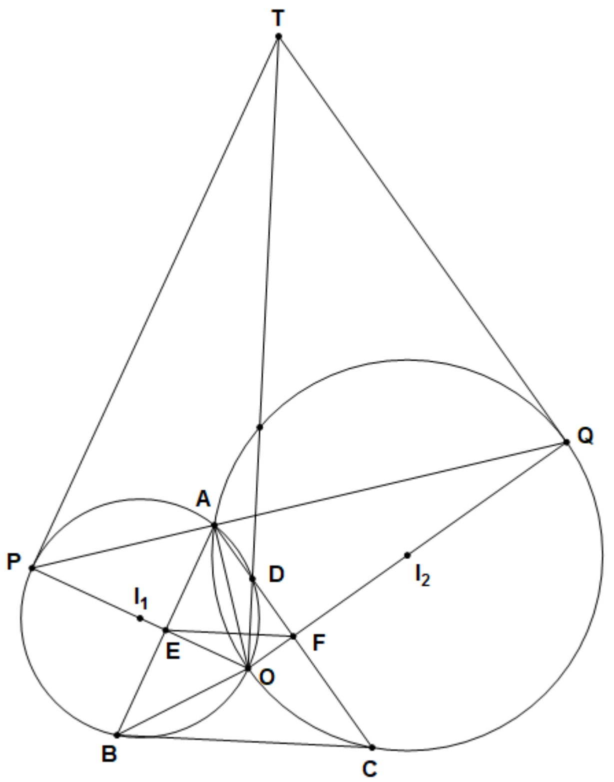
*** Lưu ý:**

Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng thì vẫn cho đủ số điểm từng phần như hướng dẫn quy định.

Câu	Nội Dung	Điểm
Câu 1	**Cho biểu thức** $P=\frac{1}{\sqrt{x}-2}+\frac{1}{\sqrt{x}+2}+\frac{4}{x-4}$ **(với** $x\geq 0,\ x\neq 4$**).** **Rút gọn biểu thức P và tìm tất cả các giá trị của *x* sao cho** $P=1$.	**1,5**
	Tính được $\frac{1}{\sqrt{x}-2}+\frac{1}{\sqrt{x}+2}=\frac{2\sqrt{x}}{x-4}$	0,25
	Suy ra $P=\frac{2\sqrt{x}+4}{x-4}$ $=\frac{2\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$	0,25 0,25
	Kết quả: $P=\frac{2}{\sqrt{x}-2}$	0,25
	$P=1\Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{x}-2}=1\quad (x\geq 0,\ x\neq 4)$ $\Leftrightarrow \sqrt{x}=4\Leftrightarrow x=16.$	0,25 0,25
Câu 2	**Cho phương trình** $x^4-7x^3+(m+2)x^2-2021x+m=0\ (*)$**, với *m* là tham số nguyên. Chứng minh rằng** $x=1$ **không phải là nghiệm của phương trình (*) và phương trình này có không quá một nghiệm nguyên.**	**1,0**
	Đặt $f(x)=x^4-7x^3+(2+m)x^2-2021x+m$ Tính $f(1)=2m-2025$ Vì m là số nguyên nên $f(1)=2m-2025\neq 0$ Vậy $x=1$ không phải là nghiệm của phương trình (*).	0,25 0,25
	Giả sử x_0 là nghiệm nguyên của phương trình (*), ta có $f(x_0)=0$	

	Khi đó $f(x_0)-f(1)=-2m+2025$ chia hết cho x_0-1, suy ra (x_0-1) là số lẻ, suy ra x_0 là số chẵn. Giả sử PT (*) có 2 nghiệm nguyên phân biệt x_1, x_2 Suy ra: x_1, x_2 là các số chẵn và $f(x_1)-f(x_2)=0$. $f(x_1)-f(x_2)=0$ Ta có $\Leftrightarrow (x_1^3+x_1^2x_2+x_1x_2^2+x_2^2)-7(x_1^2+x_1x_2+x_2^2)+(m+2)(x_1+x_2)-2021=0\ (x_1\neq x_2)$ Do vế trái là số lẻ nên mâu thuẫn. Vậy bài toán được chứng minh.	0,25 0,25
Câu 3	**Cho parabol** $(\mathrm{P}): y=x^2$ **và đường thẳng** $(\mathrm{d}): y=2x+m$ **(*m* là tham số). Tìm *m* để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt** $\mathrm{A}(x_1;y_1), \mathrm{B}(x_2;y_2)$ **thỏa mãn** $x_1x_2+y_1y_2=6.$	**1,0**
	Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là $x^2=2x+m$ Hay $x^2-2x-m=0$ (1)	0,25
	Tính được $\Delta'=1+m$ và suy ra được $\Delta'>0\Leftrightarrow m>-1$	0,25
	Theo hệ thức Viet $x_1x_2=-m$ Ta có: $x_1x_2+y_1y_2=6$ $\Leftrightarrow x_1x_2+(x_1x_2)^2=6$ $\Leftrightarrow m^2-m-6=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=-2 \end{array}\right.$ So điều kiện, suy ra *m=3.*	0,25 0,25
Câu 4 **(2,0)**	**a) Giải phương trình** $\sqrt{x+2}=2x+1.$	**1,0**
	$\sqrt{x+2}=2x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1\geq 0 \\ x+2=(2x+1)^2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x\geq -\dfrac{1}{2} \\ 4x^2+3x-1=0\ (*) \end{cases}$	0,25 0,25
	Giải PT (*) ta được $x=-1$ hoặc $x=\dfrac{1}{4}$ So điều kiện, kết luận $x=\dfrac{1}{4}$.	0,25 0,25

	(HS có thể bình phương rồi thử lại).	
	b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - y^2 = 3 & (1) \\ xy - 3y^2 = -1 & (2) \end{cases}$**.**	**1,0**
	Nhận thấy $y = 0$ không phải là nghiệm của (2) nên rút $x = \dfrac{3y^2 - 1}{y}$ Thay vào phương trình (1) được: $\left(\dfrac{3y^2 - 1}{y}\right)^2 - y^2 = 3$ Đưa về phương trình: $8y^4 - 9y^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow y^2 = 1, y^2 = \dfrac{1}{8}$	0,25 0,25
	Với $y^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 2$, suy ra hai nghiệm $(-2;-1),(2;1)$. Với $y^2 = \dfrac{1}{8} \Rightarrow x = \pm\dfrac{5}{2\sqrt{2}}$, suy ra hai nghiệm $(-\dfrac{5}{2\sqrt{2}};\dfrac{1}{2\sqrt{2}}),(\dfrac{5}{2\sqrt{2}};-\dfrac{1}{2\sqrt{2}})$. ***(Không lí luận*** $y \neq 0$ ***thì trừ 0,25 và chấm tiếp)***	0,25 0,25
Câu 5	**Cho tam giác nhọn ABC (AB < AC) có E, F lần lượt là trung điểm của AB và AC. Hai đường trung trực của hai cạnh AB, AC cắt nhau tại O. Gọi** (I_1) **là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABO và** (I_2) **là đường tròn ngoại tiếp tam giác ACO. Kẻ các đường kính OP của** (I_1) **và OQ của** (I_2) **a) Chứng minh tứ giác AEOF nội tiếp đường tròn.** **b) Chứng minh hai tam giác OEF và OQP đồng dạng.** **c) Cạnh AC cắt đường tròn** (I_1) **tại D (D khác A). Tiếp tuyến của** (I_1) **tại P và tiếp tuyến của** (I_2) **tại Q cắt nhau tại T. Chứng minh ba điểm O, D, T thẳng hàng.**	**3.5**

		
5a	**a. *Chứng minh tứ giác AEOF nội tiếp trong đường tròn.***	**1,0**
	Hình vẽ phục vụ câu a. Nêu được $OE \perp AB, OF \perp AC$ *(mỗi ý cho 0,25)* Suy ra tứ giác AEOF nội tiếp.	0,25 0,5 0,25
5b	***b. Chứng minh*** ΔOFE ***đồng dạng với*** ΔOPQ**.**	**1,5**
	Hình vẽ	0,25
	Ta có $\widehat{OAP} + \widehat{OAQ} = 90^0 + 90^0 = 180^0$. Suy ra 3 điểm P, A, Q thẳng hàng.	0,25
	Xét hai tam giác ΔOFE *và* ΔOPQ có: Góc $\widehat{O}$ chung (1) $\widehat{OFE} = \widehat{OAE} = \widehat{ABO}$ $\widehat{QPO} = \widehat{APO} = \widehat{ABO}$ Suy ra $\widehat{OFE} = \widehat{QPO}$ (2)	0,25 0,25 0,25
	Từ (1) và (2) suy ra hai tam giác ΔOFE và ΔOPQ đồng dạng.	0,25
	Cạnh AC cắt đường tròn (I_1) tại D (D khác A). Tiếp tuyến của (I_1) tại P và tiếp tuyến của (I_2) tại Q cắt nhau tại T. Chứng minh O, D, T thẳng hàng.	**1,0**
5c	Lập luận: $\widehat{DOQ} = \widehat{DOF} = 90^0 - \widehat{FDO} = 90^0 - \widehat{ABO}$ (1) $\widehat{TOQ} = \widehat{TPQ}$ (Tứ giác TPOQ nội tiếp) $= \widehat{PAB} = 90^0 - \widehat{APO} = 90^0 - \widehat{ABO}$ (2)	0,25 0,25 0,25
	Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{TOQ} = \widehat{DOQ}$ và kết luận O, D, T thẳng hàng.	0,25

Câu 6	**Cho các số thực dương** a,b,c **thỏa mãn** $a+b+c=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$. **Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức** $P=ab+bc+ca$.	**1,0**
	Cách 1: Có $P=ab+bc+ca=abc(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c})=\frac{abc(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c})^2}{a+b+c}$ $=\frac{abc(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2})+2(a+b+c)}{a+b+c}=\frac{abc(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2})}{a+b+c}+2$ $\geq\frac{abc(\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{ca})}{a+b+c}+2=1+2=3$.	0,25 0,25 0,25
	Dấu bằng xảy ra khi $a=b=c=1$. Vậy *Min P=3*.	0,25
	Cách 2: Biến đổi giả thiết $a+b+c=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\Leftrightarrow a^2bc+b^2ac+c^2ab=ab+bc+ca=P$ CM được BĐT $(x+y+z)^2\geq 3(xy+yz+zx)$	0,25 0,25
	Áp dụng: $x=ab, y=bc, z=ca$ thu được $P^2\geq 3P\Leftrightarrow P\geq 3(P>0)$	0,25
	Dấu bằng xảy ra khi *a=b=c=1*. Vậy *Min P=3*.	0,25