

MỤC LỤC

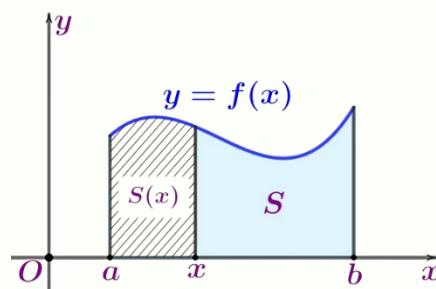
	▶ BÀI ②. TÍCH PHÂN.....	2
2	①. Tóm tắt kiến thức
4	②. Phân dạng toán cơ bản
	•Dạng ①: Áp dụng định nghĩa - tính chất.....	4
	•Dạng ②: Tích phân hàm số chứa dấu trị tuyệt đối.....	6
	•Dạng ③: Tích phân hàm số cho bởi nhiều công thức.....	6
	•Dạng ④: Bài toán thực tế.....	7
9	③. Dạng toán rèn luyện
	•Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	9
	•Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	13

A. Tóm tắt kiến thức

1. Hình thang cong

Định nghĩa:

- Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$.
- Hình phẳng giới hạn bởi:
 - đồ thị hàm số $y = f(x)$,
 - trục hoành,
 - hai đường thẳng $x = a, x = b$
- được gọi là hình thang cong.



2. Diện tích hình thang cong

Định nghĩa:

- Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$ thì diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi:
 - đồ thị hàm số $y = f(x)$,
 - trục hoành, hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính bởi:
 - $S = F(b) - F(a)$
- Trong đó $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$.

3. Định nghĩa tích phân

✍ **Định nghĩa:**

- Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$.
- Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ thì hiệu số $F(b) - F(a)$ gọi là tích phân từ a đến b của hàm số $f(x)$, kí hiệu $\int_a^b f(x) dx$.

• Viết $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$

- Gọi \int_a^b là dấu tích phân; a là cận dưới; b là cận trên,
- $f(x) dx$ là biểu thức dưới dấu tích phân,
- $f(x)$ là hàm số dưới dấu tích phân

✍ **Chú ý**

• Trường hợp $a = b$: $\int_a^a f(x) dx = 0$

• Trường hợp $a > b$: $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$

- Tích phân không phụ thuộc vào biến số x hay t , nghĩa là $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$.

4. Ý nghĩa hình học của tích phân

✍ **Định nghĩa:**

- Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$ thì diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi:

- đồ thị hàm số $y = f(x)$,
- trục hoành,
- hai đường thẳng $[a; b]$

• Vậy $S = \int_a^b f(x) dx$.



☑ **Chú ý**

• Nếu hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ thì

$$\int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a)$$

• Tốc độ $v(t) \geq 0$ tại mọi thời điểm $t \in [a; b]$ thì quãng đường di chuyển trong khoảng thời gian từ a đến b được tính theo công thức:

$$s = s(b) - s(a) = \int_a^b v(t) dt$$

5. Tính chất tích phân

☑ **Tính chất:**

• (1) Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó:

$$\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$$

$$\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$$

• (2) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, k là số thực. Khi đó:

$$\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$$

• (3) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, $c \in (a; b)$. Khi đó

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản

• Dạng 1: Áp dụng định nghĩa - tính chất

☑ **Phương pháp**

• Áp dụng định nghĩa, tính chất và bảng công thức nguyên hàm cơ bản.

1	$\int_a^a f(x) dx = 0$ (Tích phân có hai cận giống nhau thì bằng 0).
2	$\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$ (Tích phân đảo cận \rightarrow thêm dấu trừ).

3	$\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$ với $k \in \mathbb{R}$.
4	$\int_a^b [f(x) \pm g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$.
5	Trong đoạn $[a; b]$, tồn tại $c \in [a; b]$ thì $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

- Ý nghĩa hình học của tích phân:
- Nếu hàm số $y=f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$ thì diện tích của hình thang cong giới hạn bởi: đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x=a$ và $x=b$ là:

$$S = \int_a^b f(x) dx$$
- Vậy

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 1: Cho $\int_0^3 f(x) dx = 5$ và $\int_0^3 g(x) dx = 2$. Tính:

(1) $\int_0^3 [f(x) + g(x)] dx$

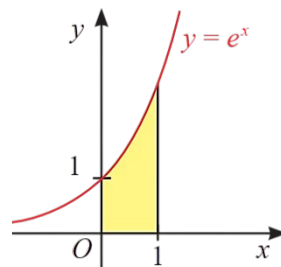
(2) $\int_0^3 [f(x) - g(x)] dx$

(3) $\int_0^3 3f(x) dx$

(4) $\int_0^3 [2f(x) - 3g(x)] dx$

Câu 2: Cho $\int_{-2}^2 f(x) dx = 1$, $\int_{-2}^4 f(t) dt = -4$. Tính $\int_2^4 f(y) dy$

Câu 3: Tính diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)=e^x$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x=1$.



Câu 4: Cho f, g là hai hàm liên tục trên đoạn $[1; 3]$ thỏa $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10$, $\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6$. Tính $\int_1^3 [f(x) + g(x)] dx$.

Câu 5: Cho số thực $a > 1$, tính tích phân $\int_0^a |x-1| dx$ theo a .

•Dạng ②: Tích phân hàm số chứa dấu trị tuyệt đối

✍ Phương pháp

🔵 Cách 1:

Cho $f(x)=0$ tìm nghiệm $\in [a;b]$ giả sử các nghiệm đó là $x_1; x_2; \dots; x_n \in [a;b]$

$$I = \int_a^{x_1} f(x) dx + \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx + \int_{x_2}^{x_3} f(x) dx + \dots + \int_{x_n}^b f(x) dx$$

🔵 Khi đó

$$\Leftrightarrow I = \left| \int_a^{x_1} f(x) dx \right| + \left| \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx \right| + \left| \int_{x_2}^{x_3} f(x) dx \right| + \dots + \left| \int_{x_n}^b f(x) dx \right|$$

🔵

🔵 Tính mỗi tích phân thành phần

🔵 Cách 2:

🔵 Cho $f(x)=0$ tìm nghiệm $\in [a;b]$.

🔵 Xét dấu $f(x)$ trên $[a;b]$.

🔵 Áp dụng $|A| = \begin{cases} A & \text{ khi } A > 0 \\ -A & \text{ khi } A < 0 \end{cases}$ để phá trị tuyệt đối trong $\int_a^b \dots$.

🔵 Tính mỗi tích phân thành phần

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Tính các tích phân sau:

(1) $A = \int_{-2}^2 |x^2 - 1| dx$

(2) $B = \int_{-2}^1 |x^3 + x^2 - 2x| dx$

(3) $C = \int_{-1}^2 |x^3 - 3x + 2| dx$

(4) $D = \int_{-2}^2 |x^4 - 3x^2 - 4| dx$

Câu 2: Tính các tích phân sau:

(1) $A = \int_{-3}^5 (|x+2| - |x-2|) dx$

(2) $B = \int_{-1}^2 (x + |1-x| - |x+2|) dx$

(3) $C = \int_1^5 \frac{2|x-2|+1}{x} dx$

(4) $D = \int_0^3 \sqrt{x^3 - 2x^2 + x} dx$

•Dạng ③: Tích phân hàm số cho bởi nhiều công thức

✍ Phương pháp

✍ Bài toán 1:

$$f(x) = \begin{cases} g(x) & \text{ khi } x \leq b \\ h(x) & \text{ khi } x > b \end{cases} \quad J = \int_a^c f(x) dx$$

🔵 Cho hàm số liên tục trên D . Tính

🔵 Xét $b \in [a;c]$.

- **Bước 1.** Kiểm tra hàm số $f(x)$ có liên tục tại $x=b$?
- Tức là kiểm tra $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow b^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow b^+} h(x) = f(b)$

$$J = \int_a^c f(x) dx = \int_a^b g(x) dx + \int_b^c h(x) dx$$

$I_1 \qquad I_2$

- **Bước 2.** Tách cận:
- **Bước 3.** Tính các tích phân $I_1; I_2$ bằng các phương pháp đã học.
- ✍ **Bài toán 2:**

$$f(x) = \begin{cases} g(x; m) & \text{khi } x \leq b \\ h(x; m) & \text{khi } x > b \end{cases} \quad \text{liên tục trên } D. \quad \text{Tính } J = \int_a^c f(x) dx$$

- Cho hàm số
- Xét $b \in [a; c]$.
- **Bước 1.** Kiểm tra hàm số $f(x)$ có liên tục tại $x=b$?
- Tức là kiểm tra:
- $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow b^-} g(x; m) = \lim_{x \rightarrow b^+} h(x; m) = f(b)$

$$J = \int_a^c f(x) dx = \int_a^b g(x) dx + \int_b^c h(x) dx$$

$I_1 \qquad I_2$

- **Bước 2.** Tách cận:
- **Bước 3.** Tính các tích phân $I_1; I_2$ bằng các phương pháp đã học.

☞ **Các ví dụ minh họa**

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2 - 2x + 3 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tính tích phân $I = \int_1^3 f(x) dx$?

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4 - x & \text{khi } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^2 f(x) dx$?

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 0,5x & \text{khi } 0 \leq x < 2 \\ 1 & \text{khi } 2 \leq x < 15 \\ 4 - 0,2x & \text{khi } 15 \leq x \leq 20 \end{cases}$. Tính $\int_0^{20} f(x) dx$.

Câu 4: Cho số thực a và hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{khi } x \leq 0 \\ a(x - x^2) & \text{khi } x > 0 \end{cases}$ liên tục trên \mathbf{R} . Tính $\int_{-1}^1 f(x) dx$

• **Dạng ④: Bài toán thực tế**

- ✍ **Phương pháp**
- **Bài toán chuyển động của một vật**

- Một vật chuyển động theo phương trình vận tốc $v(t)$ trong khoảng thời gian $t = a$ đến $t = b (a < b)$ sẽ di chuyển được quãng đường là: $s = \int_a^b v(t) dt$.

- Một vật chuyển động có phương trình gia tốc $a(t)$ thì vận tốc của vật đó sau khoảng thời gian $\Delta t = t_2 - t_1$ là: $v = \int_{t_1}^{t_2} a(t) dt$.

- **Bài toán ứng dụng tích phân vào tìm các đại lượng vật lý như công, điện lượng,...**

- Theo định luật Hooke, lực cần dùng để giữ lò xo giãn thêm x mét từ độ dài tự nhiên là $f(x) = kx$, với $k (N/m)$ là độ cứng của lò xo. Công cần để kéo dẫn

$$A = \int_{l_1}^{l_2} f(x) dx$$

lò xo từ độ dài l_1 đến độ dài l_2 là:

- Điện lượng chuyển qua tiết diện của dây dẫn của đoạn mạch trong thời gian

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} I(t) dt$$

từ t_1 đến t_2 là:

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 1: Một vật chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 3t + t^2$. Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc.

Câu 2: Một vật chuyển động dọc theo một đường thẳng sao cho vận tốc của nó tại thời điểm t (giây) là $v(t) = t^2 - 3t + 2$ (m/s). Trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 3$

(1) Tìm độ dịch chuyển của vật.

(2) Tìm tổng quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian này.

Câu 3: Một vật chuyển động dọc theo một đường thẳng sao cho vận tốc của nó tại thời điểm t (giây) là $v(t) = t^2 - t - 6$ (m/s). Trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 4$

(1) Tìm độ dịch chuyển của vật.

(2) Tìm tổng quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian này.

Câu 4: Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P(x) = -0,0002x + 7,5$. Ở đây $P(x)$ là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được x đơn vị sản phẩm.

(1) Tìm sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 60 đơn vị sản phẩm.

(2) Tìm sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 100 lên 150 đơn vị sản phẩm

Câu 5: Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P'(x) = -0,0005x + 12,2$. Ở đây $P(x)$ là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được x đơn vị sản phẩm.

(1) Tìm sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 100 lên 101 đơn vị sản phẩm.

(2) Tìm sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 100 lên 110 đơn vị sản phẩm.

Câu 6: Giả sử vận tốc v của dòng máu ở khoảng cách r từ tâm của động mạch bán kính R không đổi, có thể được mô hình hóa bởi công thức bên dưới. Tìm vận tốc trung bình (đối với r) của động mạch trong khoảng $0 \leq r \leq R$. So sánh vận tốc trung bình với vận tốc lớn nhất.

(1) $v = \frac{k}{2} \left(\frac{4}{3}R^2 - r^2 \right)$, trong đó k là một hằng số.

(2) $v = k(R^2 - r^2)$, trong đó k là một hằng số.

©. Dạng toán rèn luyện

• Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Chọn mệnh đề đúng.

A. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

B. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$

C. $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a)$

D. $\int_a^b f(x) dx = F^2(b) - F^2(a)$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Chọn mệnh đề **sai**.

A. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

B. $\int_a^a f(x) dx = 1$

C. $\int_a^a f(x) dx = 0$

D. $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và $f''(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f'(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Chọn mệnh đề đúng.

A. $f(b) - f(a) = \int_a^b f'(x) dx$

B. $F(b) - F(a) = \int_a^b f'(x) dx$

C. $f(b) - f(a) = \int_a^b F(x) dx$

D. $f'(b) - f'(a) = \int_a^b f''(x) dx$

Câu 4: Tính tích phân $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos t dt$.

A. 2.

B. 0.

C. -2.

D. 1.

Câu 5: Tính tích phân $\int_e^a \frac{1}{t} dt$ với $a > e$.

A. $\ln a + 1$.

B. $1 - \ln a$.

C. $\ln a - 1$.

D. $\ln a$.

Câu 6: Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 2$ thì $\int_1^3 [f(x) + 2x] dx$ bằng

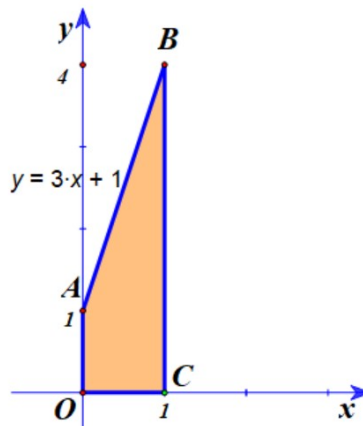
A. 20.

B. 18.

C. 12.

D. 10.

Câu 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình thang $OABC$ giới hạn bởi $y = 3x + 1$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0, x = 1$ (như hình vẽ).



Khi đó $\int_0^1 (3x + 1) dx$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. 2.

Câu 8: Cho $\int_{-2}^2 f(x) dx = -1$ và $\int_{-2}^2 g(x) dx = 3$. Mệnh đề nào say đây là **đúng**?

A. $\int_{-2}^2 [f(x) + g(x)] dx = 8$

B. $\int_{-2}^2 [f(x) - g(x)] dx = 4$

C. $\int_{-2}^2 5f(x) dx = 5$

D. $\int_{-2}^2 [3f(x) - 4g(x)] dx = -15$

Câu 9: Tính $I = \int_{-1}^0 (2x+3)^2 dx$

A. $I = \frac{13}{3}$

B. $I = \frac{14}{3}$

C. $I = -\frac{13}{3}$

D. $I = \frac{26}{3}$

Câu 10: Tích phân $\int_0^1 (e^{3x} + 5x^4) dx$ bằng

A. $e^3 + \frac{3}{2}$

B. e

C. $\frac{e^3 + 2}{3}$

D. e^3

Câu 11: Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng

A. 3

B. 5

C. $\frac{13}{3}$

D. $\frac{7}{3}$

Câu 12: Cho $\int_0^1 f(x) dx = -1$; $\int_0^3 f(x) dx = 5$. Tính $\int_1^3 f(x) dx$

A. 3

B. 6

C. 5

D. 4

Câu 13: Cho $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6$. Giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-1; 2)$

B. $(-\infty; 0)$

C. $(0; 4)$

D. $(-3; 1)$

Câu 14: Cho $I = \int_0^1 (4x - 2m^2) dx$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $I + 6 > 0$?

A. 1

B. 5

C. 2

D. 3

Câu 15: Cho a là số thực dương, tính tích phân $I = \int_{-1}^a |x| dx$ theo a .

A. $I = \frac{a^2 + 1}{2}$

B. $I = \frac{a^2 + 2}{2}$

C. $I = \frac{-2a^2 + 1}{2}$

D. $I = \frac{|3a^2 - 1|}{2}$

- A. 50 (m) B. $\frac{250}{3}$ (m) C. $\frac{200}{3}$ (m) D. $\frac{100}{3}$ (m)

•Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1: Cho $\int_{-3}^0 f(x)dx = -4$ và $\int_{-3}^0 g(x)dx = -3$.

(a) $\int_{-3}^0 [f(x) + g(x)] dx = -7$

(b) $\int_{-3}^0 [f(x) - g(x)] dx = 1$

(c) $\int_{-3}^0 -3f(x)dx = 12$

(d) $\int_{-3}^0 [2f(x) + 3g(x)] dx = -51$

Câu 2: Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} (3 - \sin x) dx = ap - \frac{b}{c}$ (trong đó $a, b, c \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản). Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

(a) $a^3 + b^3 - c = 0$

(b) $a^2 + b^2 > c^2$

(c) $3a = 2b + c$

(d) $c = a + b$

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[0; 3]$. $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ thỏa $F(3) = 2$ và $F(0) = 1$.

(a) Hiệu số $F(3) - F(0)$ gọi là tích phân từ 3 đến 0 của hàm số $f(x)$.

(b) $\int_0^3 f(x)dx = -\int_3^0 f(x)dx = F(3) - F(0)$

(c) $\int_0^3 f(t)dt = 1$

(d) Hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 3$ có diện tích bằng 1.

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = 6x^5$. Gọi $I = \int_a^b 6x^5 dx$.

(a) Gọi $J = \int_a^b x^5 dx$ thì ta có $J = 6I$.

(b) Biết $\int_a^b (6x^5 + x) dx = 8$ và $\int_a^b x dx = 3$ thì $I = \int_a^b 6x^5 dx = 5$.

(c) Với $c \in [a; b]$, thì $\int_a^b 6x^5 dx = \int_a^c 6x^5 dx + \int_c^b 6x^5 dx$

(d) $\int_{-1}^1 |6x^5| dx = \int_{-1}^0 6x^5 dx + \int_0^1 6x^5 dx$

Câu 5: Cho $I = \int_0^3 |x^2 - 2x| dx$.

(a) Ta có $|x^2 - 2x| = \begin{cases} x^2 - 2x, & 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 - 2x, & 2 < x \leq 3 \end{cases}$

(b) $I = \int_0^3 |x^2 - 2x| dx = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx + \int_2^3 |x^2 - 2x| dx$

(c) $I = \int_0^3 |x^2 - 2x| dx = \int_0^2 (x^2 - 2x) dx + \int_2^3 (x^2 - 2x) dx$

(d) $I = \left(-\frac{x^3}{3} + x^2 \right) \Big|_0^2 + \left(\frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_2^3$

Câu 6: Cho tích phân $I = \int_{-2}^1 |4x - 1| dx$. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

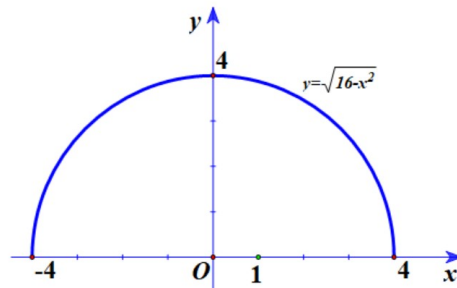
(a) Tích phân $I = \int_{-2}^{\frac{1}{4}} (4x - 1) dx + \int_{\frac{1}{4}}^1 (4x - 1) dx$.

(b) Giá trị của tích phân $I = \frac{45}{4}$

(c) Tích phân $I = \left| \int_{-2}^1 (4x - 1) dx \right|$

(d) Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị: $y=4x-1; y=0; x=-2; x=1$. Khi đó $S=|I|$

Câu 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đồ thị hàm số $y=\sqrt{16-x^2}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



(a) $4 \int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx$ bằng diện tích hình tròn có bán kính bằng 4.

(b) $\int_{-4}^0 \sqrt{16-x^2} dx = -\int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx$

(c) $\int_{-4}^4 \sqrt{16-x^2} dx = 4 \int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx$

(d) $\int_{-4}^4 \sqrt{16-x^2} dx = 8\pi$

Câu 8: Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng nằm ngang (chiều dương hướng sang phải) với gia tốc phụ thuộc vào thời gian $t(s)$ là $a(t)=2t-7$ (m/s^2). Biết vận tốc đầu bằng 6 (m/s), xét tính đúng sai của các khẳng định sau.

(a) Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t(s)$ xác định bởi $v(t)=t^2-7t+10$.

(b) Tại thời điểm $t=7$ (s), vận tốc của chất điểm là 6 (m/s).

(c) Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 7$ là 18 m.

(d) Trong 8 giây đầu tiên, thời điểm chất điểm xa nhất về phía bên phải là $t=7$ (s).

Câu 9: Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P'(x)=-0,0008x+10,4$. Ở đây $P(x)$ là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được x đơn vị sản phẩm.

(a) Lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức $P(x)=-0,0008x^2+10,4x$.

(b) Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là 519 triệu đồng.

(c) Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là 49,79 triệu đồng.

(d) Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên a đơn vị sản phẩm lớn hơn 517 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của a là 100.

Câu 10: Ở nhiệt độ 37°C , một phản ứng hóa học từ chất đầu A , chuyển hóa thành chất sản phẩm B theo phương trình: $A \rightarrow B$. Giả sử $y(x)$ là nồng độ chất A (đơn vị mol L^{-1}) tại thời điểm x (giây), $y(x) > 0$ với $x \geq 0$, thỏa mãn hệ thức: $y'(x) = -7 \cdot 10^{-4} y(x)$ với $x \geq 0$. Biết rằng tại $x=0$, nồng độ (đầu) của A là 0,05 mol L^{-1} . Xét hàm số $f(x) = \ln y(x)$ với $x \geq 0$. Khi đó, ta có

(a) $f'(x) = -7 \cdot 10^{-4}$

(b) $f(x) = -7 \cdot 10^{-4} x + \ln(0,05)$

(c) $y(30) - y(15) = -6 \cdot 10^{-4}$

(d) Nồng độ trung bình của chất A từ thời điểm 15 giây đến thời điểm 30 giây gần bằng 0,05.

Câu 11: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2x + m & \text{khi } x \geq 1 \\ 5 - 2x & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ (m là tham số thực) liên tục trên \mathbb{R} . Biết rằng $f(x)$ có nguyên hàm trên \mathbb{R} là $F(x)$ thỏa mãn $F(-2) = -10$.

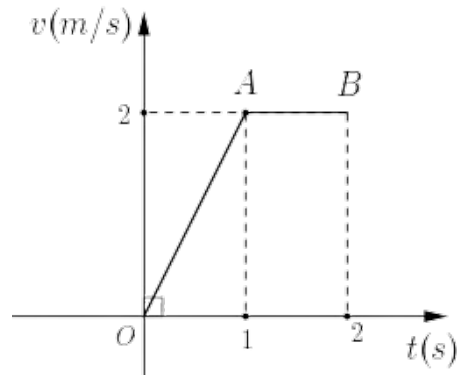
(a) $m = -2$

(b) $F(x) = \begin{cases} x^3 + x^2 - 2x + 8 & \text{khi } x \geq 1 \\ 5x - x^2 + 4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$

(c) $F(3) = 83$

(d) $\int_1^e f(\ln x) \frac{1}{x} dx = 3$

Câu 12: Một vật chuyển động với vận tốc được cho bởi đồ thị trong hình sau:



$$v(t) = \begin{cases} 2t & \text{ khi } 0 \leq t \leq 1 \\ 2 & \text{ khi } t > 1 \end{cases}$$

(a) Vận tốc của vật tại thời điểm t được xác định bởi

(b) Quãng đường vật đi được trong 1 giây đầu tiên được xác định bởi công

thức
$$s(t) = \int_0^1 v(t) dt$$

(c) Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ 1 giây đến 2 giây

được xác định bởi công thức
$$s(t) = \int_0^2 v(t) dt$$

(d) Quãng đường mà vật đi được trong 2 giây đầu tiên là $3m$.

•Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Nếu $F(x) = \frac{1}{2x}$ và $F(1) = 1$ thì giá trị của $F(4)$ bằng bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 2]$. Giả sử $y = F(x)$ là một nguyên hàm của $y = f(x)$ và $\int_0^2 f(x) dx = 3$ và $F(0) = 2$. Giá trị $F(2)$ bằng bao nhiêu?

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên I . Giả sử $\int_0^5 f(x) dx = 6$ và $\int_2^5 f(x) dx = 8$. Giá trị $\int_0^2 f(x) dx$ bằng bao nhiêu?

Câu 4: Cho các hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên I . Giả sử $\int_2^7 [2f(x) + 3g(x)] dx = 1$ và $\int_2^7 [f(x) - 2g(x)] dx = 4$. Khi đó, $\int_2^7 f(x) dx - 3 \int_7^2 g(x) dx$ bằng bao nhiêu?

Câu 5: Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng bao nhiêu?

Câu 6: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2 - 2x + 3 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tích phân $I = \frac{1}{2} \int_1^3 f(x) dx$ bằng bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2

Câu 7: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{khi } x \geq 1 \\ x + 1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Tích phân $I = \int_2^0 -3t^2 f(t) dt$ bằng bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2

Câu 8: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 1 & \text{khi } x < 0 \\ x - 1 & \text{khi } 0 \leq x \leq 2 \\ 5 - 2x & \text{khi } x > 2 \end{cases}$. Tính tích phân $I = \int_{-5}^9 f(t) dt$ bằng bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2

Câu 9: Biết $I = \int_1^3 \left| \frac{x^2 - 6x + 8}{x + 1} \right| dx = \frac{a}{b} + c \ln \frac{d}{e}$ biết a là số nguyên âm và $b, c, d, e \in \mathbb{Z}^*$; $(a, b) = 1$, $(d, e) = 1$. Giá trị của $a + b + c + d + e$ bằng:

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} e^x + 1 & \text{khi } x \geq 0 \\ x^2 - 2x + 2 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Biết giá trị của $I = \int_{1/e}^e \frac{f(\ln x - 1)}{x} dx = \frac{a}{b} + c\pi$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}, b \neq 0$ và $(a, b) = 1$ bằng. Giá trị của $a + b + c$

Câu 11: Một vật chuyển động dọc theo một đường thẳng sao cho vận tốc của nó tại thời điểm t (giây) là $v(t) = t^2 - t - 6$ (mét/giây). Quãng đường (mét) vật đi được trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 4$ bằng (làm tròn tới hàng phần trăm)